


Artículo de investigación

Cálculo de la zona de habitabilidad asociada a exoplanetas confirmados a la fecha

The habitable zone of confirmed exoplanets to-date

Sebastián David Rojas-Ramírez¹ ✉, Laura Steffania Montero Collazos¹ ✉ y Luz Ángela García  ✉

¹Universidad ECCI, Cra. 19 No. 49-20, Bogotá, Colombia, Código Postal 111311

Recepción: 13-jun-2023 Aceptado: 15-abril-2024 Publicado: 23-julio-2024

Cómo citar: Rojas, S., Montero, L., & García, L. A. (2024). Cálculo de la zona de habitabilidad asociada a exoplanetas confirmados a la fecha. Ciencia en Desarrollo, 15(2). <https://doi.org/10.19053/01217488.v15.n2.2024.16090>

Resumen

En este trabajo presentamos un análisis estadístico con el más reciente catálogo de exoplanetas confirmados. Usamos las propiedades físicas de los exoplanetas y las estrellas que orbitan para calcular la zona de habitabilidad. Para incrementar nuestra muestra, definimos una extensión de la zona habitable a partir de los errores asociados a la luminosidad de cada estrella, pasando de 89 a 134 exoplanetas dentro de la región que favorece la presencia de vida. Encontramos además que 6 exoplanetas dentro de la zona habitable extendida presentan agua y otros biomarcadores compuestos por hidrógeno, carbono, oxígeno y nitrógeno. A partir del conjunto de datos recolectados por los telescopios enfocados en identificar exoplanetas y sin incluir ningún tipo de modelado de las atmósferas de estos planetas, concluimos que se tiene una probabilidad condicionada del 5% de detectar exoplanetas dentro de la zona de habitabilidad de su estrella y al menos, 0.2% de probabilidad de observar biomoléculas en las atmósferas de estos exoplanetas. No obstante, las probabilidades calculadas con este método cambiarán sustancialmente con el censo de exoplanetas que arrojará el James Webb Space Telescope en sus próximas campañas de observación, así como otros espectrógrafos de alta resolución.

Palabras Clave: Exoplanetas; Zona Habitable.

Abstract

This work presents a statistical analysis of the most recent confirmed exoplanets catalog to date. We use the physical properties of the exoplanets and their stars to calculate the Habitable Zone (HZ). We augment the sample of exoplanets in the HZ by defining an extension to this region from the uncertainties of the inferred luminosity. The latter adaption to our pipeline allows us to increase the sample of exoplanets inside the region that favors life from 89 to 134. Besides that, we find six exoplanets have water and other biosignatures formed with Carbon, Hydrogen, Oxygen, and Nitrogen. From the catalog built with different telescopes focused on the discovery and confirmation of exoplanets, and without including any modeling for the exoplanet's atmosphere, we conclude that there is a 5% of detecting exoplanets inside the Habitable Zone of their star, and at least, a 0.2% probability of finding traces of biomolecules in their atmospheres. However, the calculated probabilities with the implemented method here will change dramatically with the ongoing campaigns by the James Webb Space Telescope and other high-resolution spectroscopic capabilities.

Keywords: Exoplanets; Habitable Zone.

1. Introducción

En el vasto universo que nos rodea, la detección y exploración de objetos celestes continúa siendo un área de gran importancia y fascinación, por sus implicaciones tanto en campos como la astronomía como en la ingeniería y la ciencia de datos. Una de las esferas de mayor interés por la comunidad astronómica son los exoplanetas (planetas que orbitan estrellas fuera de nuestro Sistema Solar) por la posibilidad que ofrecen de entender el proceso y las condiciones que dan lugar a la vida como la conocemos.

El estudio de sistemas diferentes al planeta Tierra comenzó con la exploración de planetas/lunas en nuestro sistema planetario, con misiones como la Voyager 1 y 2¹, Galileo² (especialmente enfocada en Júpiter y sus satélites), la sonda Cassini³ (cuyo objetivo de ciencia era el estudio de Saturno y sus anillos de hielo), los *rovers* de exploración marciana SPIRIT y OPPORTUNITY, entre otros.

Sin embargo, es sólo hasta 1992 que Aleksander Wolszczan y Dale Frail anuncian el descubrimiento de dos planetas que orbitaban el pulsar PSR 1257+12 a través de observaciones en radio. Tres años después, Michel Mayor y Didier Queloz anuncian el descubrimiento del primer exoplaneta orbitando una estrella de secuencia principal, 51 Pegasi. Este reporte, que abre el campo de la búsqueda de exoplanetas, les garantizó ser galardonados con el premio Nobel de Física en 2019.

Desde 1995 hasta hoy se han detectado y confirmado más de 5300 exoplanetas, con telescopios espaciales en el óptico/infrarrojo como el HST (o HUBBLE), el SPITZER (con cobertura sólo en la segunda región del espectro). El infrarrojo es muy poderoso para la detección de exoplanetas dada la baja luminosidad de las estrellas que son orbitadas por estos mundos. Es por esto que el telescopio Espacial James Webb (JWST), que también opera en el infrarrojo tiene como uno de sus principales objetivos de ciencia estudiar las atmósferas de exoplanetas, dadas sus altas capacidades espectroscópicas. En el futuro, sondas como ARIEL (Atmospheric Remote-Sensing Infrared Exoplanet Large-Survey) y NANCY GRACE ROMAN (antes conocido como WFIRST -Wide-Field Infrared Survey Telescope-) nos darán información de la composición atmosférica de estos mundos fuera de nuestro sistema solar, gracias a cobertura en el infrarrojo, ideal para detectar señales muy tenues.

Existen varios métodos usados para detectar exoplanetas en la actualidad:

- **Velocidad radial:** la esencia de este método radica en que los planetas generan un tirón gravitacional sobre la estrella que orbitan, generando un cambio en su velocidad medida respecto al baricentro del sistema. Este efecto, que no es otra cosa que la manifestación del efecto Doppler, produce variaciones medibles en la velocidad radial de la estrella, que son detectados por nuestros instrumentos. Con esta técnica observacional

se han detectado cerca del 20 % de estos planetas que orbitan estrellas distantes.

- **Tránsito:** por lejos el método más efectivo para detectar exoplanetas, con más del 80 % de los reportes de estos objetos en la actualidad. La técnica busca fundamentalmente medir el cambio de la curva de luz recibida de una estrella cuando un exoplaneta pasa justo al frente al orbitarla. En otras palabras, se busca detectar la reducción del flujo de la luz de la estrella cuando un exoplaneta lo *eclipsa*. Destacan los telescopios especializados en esta técnica: TRAPPIST (Transiting Planets and Planetesimals Small Telescope) y TESS (Transiting Exoplanet Survey Satellite).
- **Imagen directa:** como su nombre lo indica, la idea detrás de este método está en capturar imágenes o fotos directamente del exoplaneta. No obstante, esta tarea no resulta sencilla pues los exoplanetas son muy tenues comparados con la estrella que orbitan, entonces captar la luz que reflejan de la estrella requiere telescopios con una altísima sensibilidad óptica.
- **Lensing gravitacional:** la luz emitida por los objetos en el espacio-tiempo se curva debido a la gravedad de objetos muy masivos. Si la luz de una estrella pasa a través de una *lente* (objeto muy masivo que cambia la curvatura del espacio-tiempo a su alrededor), y un exoplaneta lo orbita, es posible detectar con nuestros telescopios el cambio de la dirección y brillo de la estrella.
- **Astrometría:** método basado en los cambios aparentes de posición de las estrellas en el cielo (tipo vaíven). Con una serie de imágenes de altísima resolución, se busca identificar cambios minúsculos en la posición de una estrella con respecto a estrellas de referencia, y a través de este cambio, buscar exoplanetas que generan las variaciones en la posición de la estrella. Este procedimiento es extremadamente complicado debido a que las distorsiones de la luz debido a la atmósfera muchas veces superan el movimiento aparente de la estrella.

Hasta el momento, sólo conocemos vida en la Tierra, y reconocemos tres elementos fundamentales en su origen y sustento: i) distancia correcta al Sol que lleva a que la temperatura sea la adecuada⁴ para ii) formar una atmósfera estable y gruesa, y por tanto iii) desarrollar agua líquida. Cuando la primera condición se satisface, decimos que el planeta se encuentra en la zona de habitabilidad de la estrella y existe una probabilidad mayor de que ii y iii puedan darse. Sin embargo, cabe recalcar que esta forma de vida que se busca al tratar de captar estas características es una forma similar a de vida terrestre [1, 2, 3, 4, 5, 6]. De igual manera, una propiedad esencial de la vida como la conocemos es el denominado CHON, moléculas formada por carbono, hidrógeno, oxígeno y nitrógeno, que por su configuración química parecen ser muy estables y requieren de una altísima energía para disociarlos. Nuestra búsqueda de vida requiere

¹<https://voyager.jpl.nasa.gov/mission/>

²<https://solarsystem.nasa.gov/missions/galileo/>

³<https://solarsystem.nasa.gov/missions/cassini/>

⁴Zona de **Ricitos de Oro**, en analogía con la temperatura avena que se describe en el cuento infantil de Robert Southey.

encontrar y cuantificar la abundancia de moléculas formadas por estos elementos en las atmósferas de los exoplanetas para permitir la formación de vida [7].

Este trabajo busca desarrollar un análisis estadístico de las propiedades físicas de exoplanetas confirmados y las estrellas que orbitan. Este ejercicio surge de nuestro interés de explorar la base de datos más actualizada a la fecha de exoplanetas e identificar la posible habitabilidad de estos mundos externos a nuestro Sistema Solar. Nuestro estudio permite hacer una clasificación de exoplanetas a partir de la definición de habitabilidad presentada en [10].

2. Metodología

Para la consecución de este proyecto se formó una base de datos de 5380 exoplanetas confirmados del portal <http://exoplanet.eu/catalog/> con corte al 16 de mayo de 2023. Los elementos del catálogo tienen 98 variables medidas, entre propiedades físicas de los exoplanetas y sus correspondientes estrellas. A partir de esta base de datos, se seleccionaron las variables necesarias para establecer la posible existencia de una zona habitable de los exoplanetas. Debe tenerse en cuenta que la definición de la zona habitable se hace principalmente a partir de propiedades de las estrellas, que derivan en la luminosidad. Por tanto, estrellas sin la información completa para calcular la luminosidad se descartan de nuestra muestra.

Con el subconjunto de estrellas con luminosidad conocida, se procede a determinar el ancho de la zona habitable, y revisar si el exoplaneta detectado se localiza dentro de dicha región. Dado que en muchos casos los exoplanetas quedan en los linderos de la zona habitable, hacemos una extensión a la región original, permitiendo incrementar en algunas decenas el número de exoplanetas en nuestra muestra.

Finalmente, de la muestra de planetas dentro de la zona habitable extendida, revisamos cuáles de ellos presentan moléculas asociadas a la vida (CHON: carbono, hidrógeno, oxígeno y nitrógeno), y estimamos la probabilidad de que los exoplanetas detectados puedan estar dentro de la zona habitable de su estrella y adicionalmente, presentar biosignaturas en su atmósfera.

3. Zona de habitabilidad de los exoplanetas en nuestra muestra

La definición de la zona habitable de las estrellas depende de las propiedades intrínsecas de estas estructuras colapsadas. Revisemos la distribución de estrellas en el catálogo a partir de su posición en el cielo en coordenadas: de ascensión recta (ra) y declinación (dec) en la Figura 1.

De las estrellas en el catálogo, se reescriben las masas y radios de las mismas con respecto al valor del Sol (\odot) cuyos valores de referencia se reportan en [9].

A partir de estas propiedades físicas de las estrellas, calculamos su luminosidad intrínseca⁵. No obstante, de nuestro

⁵Potencia emitida por la estrella en todas las direcciones.

Tabla 1: Caracterización de la muestra de 2660 estrellas con luminosidad calculada. La primera columna muestra la variable física (con respecto al valor solar), la segunda muestra los valores mínimos y máximos de la propiedad. La tercera y cuarta columna muestran la media y mediana de cada variable de interés, respectivamente.

| Característica | Rango | Media | Mediana |
|-----------------------------|-------------|-------|---------|
| star_mass (M_{\odot}) | (0.08,2.19) | 0.84 | 0.96 |
| star_radius (r_{\odot}) | (0.12,5.52) | 1.08 | 0.96 |
| star_age (10^9 años) | (0.87,11.0) | 5.24 | 5.40 |
| lumino_eff (L_{\odot}) | (0,15.89) | 1.50 | 0.73 |
| temp_eff (K) | (2560,6557) | 4875 | 5310 |

catálogo original de 5380 estrellas, sólo 2660 presentan información medida de masa y radio estelar, por lo que tenemos como resultado una muestra de 2660 estrellas.

La luminosidad de las estrellas se calcula a partir de la expresión [10]:

$$L = 4\pi r^2 \sigma T_{\text{eff}}^4 \quad (1)$$

donde r , es el radio de la estrella, T_{eff} , es la temperatura efectiva y σ es la constante de Stefan-Boltzmann.

Para calcular los errores máximos y mínimos se emplea la siguiente fórmula, que es la derivada de la luminosidad L , respecto al radio de la estrella r y a la temperatura de la estrella T_{eff} .

$$\Delta L = 4T_{\text{eff}}^3 \Delta T_{\text{eff}} (4\pi r^2) \sigma + \sigma T_{\text{eff}}^4 (8\pi r \Delta r), \quad (2)$$

con ΔT_{eff} y Δr los errores reportados para la temperatura y el radio de la estrella, respectivamente.

Un punto importante de es que muchos de las estrellas caracterizadas en la muestra, tienen edades y luminosidades calculadas muy cercanas a los valores de nuestro Sol. En el caso de la luminosidad, se tiene 84.2 % de los 2660 exoplanetas con una luminosidad alrededor de L_{\odot} , en una región de confianza de 2σ .

Basados en la luminosidad de las estrellas presentadas en la Tabla 1, se calcula la zona habitable de cada estrella, siguiendo las definiciones de [10, 11]. En esta formulación, se define el límite interior, HZ_{inner} y exterior, HZ_{outer} , de la zona habitable, tal que un exoplaneta que se encuentre en la zona habitable debe tener una distancia x a su estrella que sigue la relación $x \in [HZ_{\text{inner}}, HZ_{\text{outer}}]$.

La cota inferior de la zona habitable queda definida así:

$$HZ_{\text{inner}} = \left(\frac{L}{S_{\text{in}}(T_{\text{eff}})} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (3)$$

con el término $S_{\text{in}}(T_{\text{eff}})$

$$S_{\text{in}}(T_{\text{eff}}) = (4.190 \times 10^{-8} T_{\text{eff}}^2) - (2.139 \times 10^{-4} T_{\text{eff}}) + 1.296. \quad (4)$$

De forma análoga, la zona habitable externa se define a continuación:

$$HZ_{\text{outer}} = \left(\frac{L}{S_{\text{outer}}(T_{\text{eff}})} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (5)$$

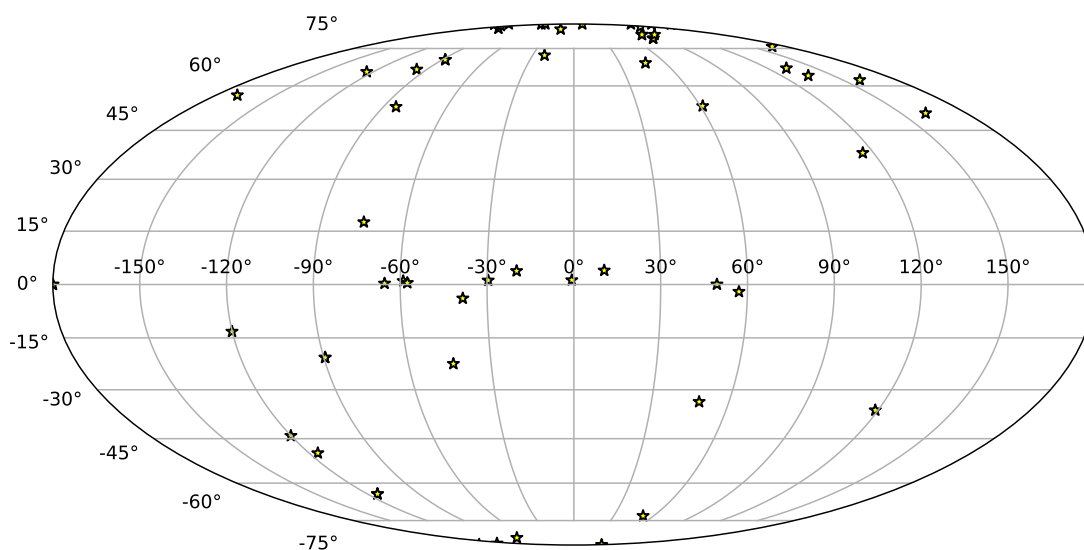


Figura 1: Posición en el cielo de las 5380 estrellas en nuestro catálogo. Para la visualización usamos coordenadas de ascensión recta (ra) y declinación (dec).

tal que el término S_{outer} está descrito por la expresión:

$$S_{outer}(T_{eff}) = (6.190 \times 10^{-9} T_{eff}^2) - (1.319 \times 10^{-5} T_{eff}) + 0.2341. \quad (6)$$

Con estas expresiones, 89 de los 2660 exoplanetas quedan dentro de la zona habitable de su estrella. Sin embargo, nos permitimos extender la zona habitable al relajar la condición sobre la luminosidad, usando los errores asociados al radio y la temperatura para calcular las incertidumbres en la luminosidad de cada estrella en nuestro catálogo.

Siguiendo la extensión de la región de habitabilidad de los exoplanetas, clasificamos los planetas en las siguientes categorías:

- near: más cerca a la estrella (fuera de la zona habitable),
- int_ext: dentro de la zona habitable interna extendida,
- in: dentro de la zona habitable
- out_ext: dentro de la zona habitable externa extendida,
- far: más lejos a la estrella (fuera de la zona habitable).

La Figura 2 y la Tabla 2 muestran la distribución de exoplanetas en las categorías de distancias respecto a la región de habitabilidad de las estrellas.

Teniendo en cuenta los exoplanetas dentro de la zona de habitabilidad extendida, es decir dentro de las clases: int_ext, in y out_ext, la Tabla 3 muestra el método de detección de los exoplanetas:

De otro lado, la Figura 3 muestra la distribución de exoplanetas como función de la distancia entre el planeta y su estrella, medida en unidades astronómicas (o UA, distancia promedio entre la Tierra y el Sol, 1.496×10^8 km).

Nótese que la mayoría de los exoplanetas en la zona habitable extendida se encuentran a una distancia menor de una unidad

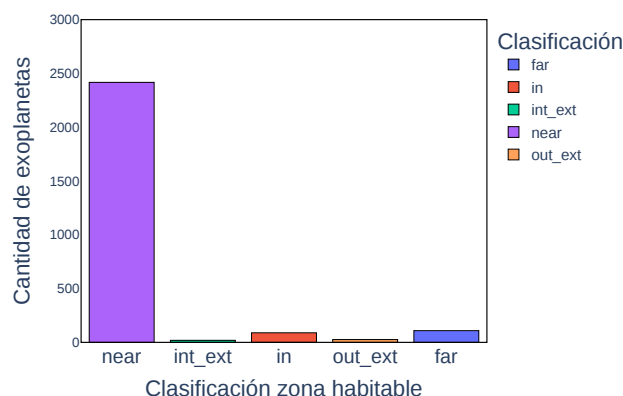


Figura 2: Clasificación de exoplanetas en la zona habitable de su estrella. Las categorías: near (entre la estrella y el límite interno extendido de su zona habitable), int_ext (entre la zona habitable interna extendida y el límite inferior de la región de habitabilidad), in (dentro de la zona habitable), out_ext (cota superior de la zona de habitabilidad hasta la extensión del límite externo de la misma) y far (fuera del límite externo de la zona habitable).

astronómica, tal como ocurre en el único caso conocido con vida: el sistema Tierra-Sol. La probabilidad de los exoplanetas de pertenecer a la zona habitable extendida cae rápidamente con mayor distancia entre el exoplaneta y su estrella.

Por último, de los 134 exoplanetas en la región de habitabilidad extendida, identificamos 6 cuyas atmósfera presentan biosignaturas (moléculas compuestas de carbono, hidrógeno, oxígeno y nitrógeno) -ver Tabla 4-. Estos exoplanetas se detectaron con el telescopio espacial KEPLER y en tierra TRAPPIST, todos ellos detectados por el método de tránsito. Es importan-

Tabla 2: Clasificación zona de habitabilidad

| Clasificación | Definición | Cantidad de exoplanetas |
|---------------|--|-------------------------|
| near | Más cerca a la estrella (fuera de la zona habitable) | 2417 |
| int_ext | Dentro de la zona habitable interna extendida | 19 |
| in | Dentro de la zona habitable | 89 |
| out_ext | Dentro de la zona habitable externa extendida | 26 |
| far | Más lejos a la estrella (fuera de la zona habitable) | 109 |

Tabla 3: Método de detección de los exoplanetas dentro de la zona habitable.

| Método de detección | Cantidad exoplanetas |
|---------------------|----------------------|
| Velocidad radial | 80 |
| Tránsito | 54 |

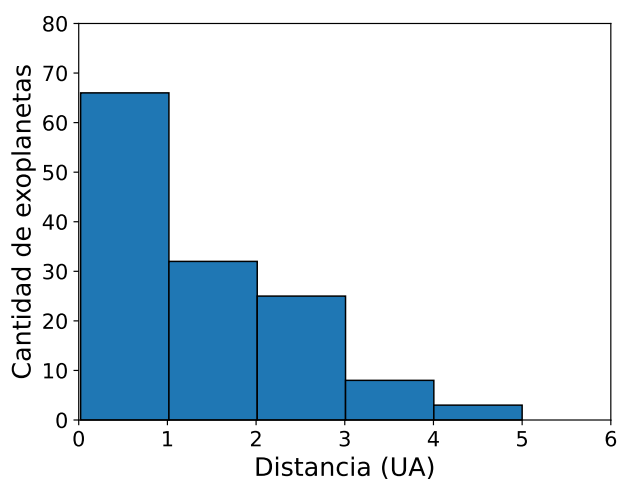


Figura 3: Distribución de exoplanetas dentro de la zona habitable extendida con respecto a la distancia con su estrella.

te decir que estos biomarcadores pueden indicar la presencia de vida en algún momento de la historia de estos exoplanetas, por lo que su seguimiento con nuevos telescopios con capacidades espectroscópicas es fundamental para detectar vida.

Finalmente, la Figura 4 muestra la relación entre la masa y el radio de las estrellas en nuestro catálogo con respecto al valor de Sol (en gris), el subconjunto de estrellas cuyas exoplanetas caen dentro de la zona de habitabilidad extendida (en azul) y la submuestra con biomarcadores en su atmósfera.

Tabla 4: Información de exoplanetas con bioasignaturas

| Estrella | Exoplaneta | Moléculas |
|------------|--------------|---|
| K2-18 | K2-18b | CH ₄ , H ₂ O, NH ₃ |
| K2-3 | K2-3b | H ₂ O |
| TRAPPIST-1 | TRAPPIST-1 d | H ₂ O |
| TRAPPIST-1 | TRAPPIST-1 e | CO ₂ , H ₂ O |
| TRAPPIST-1 | TRAPPIST-1 f | H ₂ O |
| TRAPPIST-1 | TRAPPIST-1 g | H ₂ O |

Cabe destacar que de la muestra inicial en el catálogo de exoplanetas confirmados, el 49.4 % cuentan con la información completa de su estrella hospedera para calcular su luminosidad -y por consiguiente, es posible usar la definición de zona habitable presentada por [10, 11]-; de los 2660 con zona habitable, 3.3 % de los exoplanetas se encuentran dentro de la región de habitabilidad, y 5.0 % del conjunto inicial se localizan dentro de zona de habitabilidad extendida. Por otra parte, 0.2 % de nuestra muestra de exoplanetas presentan bioasignaturas (esencialmente moléculas del CHON), pero esta proporción crece si se consideran solamente aquellos exoplanetas cuyas estrellas tienen la información completa para el cálculo de su luminosidad intrínseca.

Por supuesto, éste análisis estadístico debe actualizarse a la luz de los nuevos resultados de telescopios como el JWST, que incrementarán el número de exoplanetas detectados en varios órdenes de magnitud.

4. Conclusiones

En este trabajo hemos presentado un análisis estadístico de exoplanetas confirmados de la base de datos de <http://exoplanet.eu/>. Para ello, se determinó la luminosidad de las estrellas en el catálogo, y a partir de esta cantidad física, la zona de habitabilidad, y una extensión de la región usando los errores de la luminosidad inferida de las propiedades de las estrellas en nuestra muestra.

A partir del estudio con un conjunto inicial de 5380 exoplanetas confirmados encontramos que una gran proporción las estrellas que orbitan presentan luminosidades cercanas a la de nuestro Sol (con un porcentaje de 84.2 % dentro una región de 2σ alrededor de L_{\odot}).

Es interesante destacar que alrededor del 90 % de los planetas con información completa para calcular la luminosidad de su estrella (~2400) se encuentran muy cerca de su sol (con una distancia orbital media por debajo del límite interior de la zona habitable).

De otro lado, cuando se define la zona habitable de las estrellas, se encuentra que 89 exoplanetas pertenecen a dicha región. Sin embargo, buscando incrementar nuestra muestra de exoplanetas, se extendió esta zona usando el error en la luminosidad estelar, obteniendo ahora una cantidad de 134 exoplanetas en el vecindario de habitabilidad. Este resultado se traduce en que 5 % de los exoplanetas están dentro de la zona habitable extendida de su estrella. Este subconjunto de planetas confirmados debe ser el principal objetivo de ciencia para futuras exploraciones con sondas espectroscópicas si se espera optimizar la búsqueda de vida como la que conocemos.

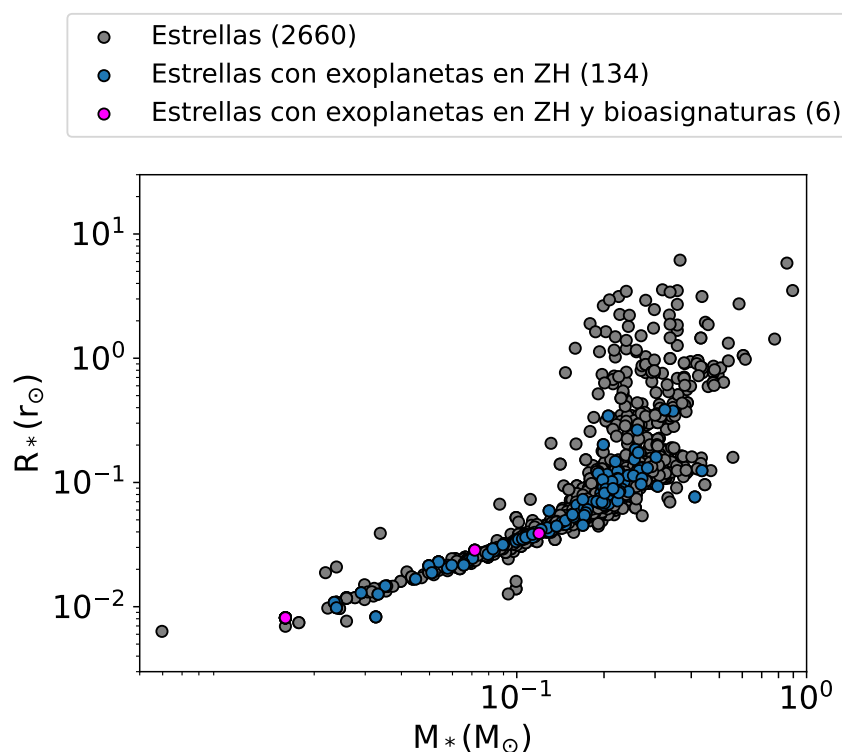


Figura 4: Dispersión de la masa vs. el radio de las estrellas anfitrionas de exoplanetas. En el gráfico se muestran las estrellas anfitrionas de exoplanetas confirmados, estrellas con zona habitable extendida y aquellos sistemas con biosignaturas en gris, azul y magenta, respectivamente.

Nuestro análisis también arrojó 6 exoplanetas (2 detectados por KEPLER y 4 del sistema TRAPPIST) con presencia de marcadores de vida, moléculas del denominado CHON (carbono, hidrógeno, oxígeno y nitrógeno), y la presencia en todos de H₂O en su atmósfera. Esta biosignaturas son un indicador importante de procesos biológicos, por lo que su detección es muy alentadora para estudiar la probabilidad de vida.

Cabe destacar que este es sólo un primer estudio estadístico que busca identificar sistemas con presencia de biomarcadores en las atmósferas de los exoplanetas del catálogo. Sin embargo, en futuro cercano con la concreción de las 2 primeras campañas del JWST y otros telescopios en tierra con grandes capacidades espectroscópicas, este censo de exoplanetas con signatures de vida crecerá significativamente, y nos permitirá hacer un análisis complementario al aquí presentado, más enfocado a las propiedades del planeta y no únicamente a las de la estrella orbitada.

Referencias

- [1] Rebolo R., 2011, *Revista Española de Física*, 17(4).
- [2] Ramirez, R. M. 2019, 50th Annual Lunar and Planetary Science Conference
- [3] Ramirez, R., Abbot, D. S., Fujii, Y., et al. 2019, *BAAS*, 51, 31. doi:10.48550/arXiv.1903.03706
- [4] Pedbost, M. F., Pomalgu, T., Lintott, C., et al. 2020, arXiv:2003.13722. doi:10.48550/arXiv.2003.13722
- [5] Hill, M. L., Bott, K., Dalba, P. A., et al. 2023, *AJ*, 165, 34. doi:10.3847/1538-3881/aca1c0
- [6] Arthur, R. & Nicholson, A. 2023, *MNRAS*, 521, 690. doi:10.1093/mnras/stad547
- [7] Hall, S. 2022, *Nature*, 609, 229. doi:10.1038/d41586-022-02350-2
- [8] Resolución B3, Unión Astronómica Internacional (IAU). 2015. https://www.iau.org/static/resolutions/IAU2015_English.pdf
- [9] Resolution No. 10 of the XVIIth General Assembly of the International Astronomical Union. Grenoble, 1976. https://www.iau.org/science/meetings/past/general_assemblies/71/
- [10] Rushby, A.J., Claire, M. W., Osborn, H., Watson, A.J., 2013, *Astrobiology*, 13(9):833-849. <https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/24047111/>
- [11] Jones, B. W., Sleep, P. N., Underwood, D. R., 2006, *AJ*, vol. 649, no. 2, pp. 1010. <https://iopscience.iop.org/article/10.1086/506557>