

Estudio del comportamiento e impacto de la climatología sobre el cultivo de la papa y del pasto en la región central de Boyacá empleando los sistemas dinámicos

Study of the Behavior and Impact of the Weather on the Potato Crop and Pasture in the Central Region of Boyacá Using Dynamic Systems

O. Sepúlveda Delgado^{a,*}
Z. E. Suárez Aguilar^a
M. Patarroyo Mesa^a
L. C. Canaria Camargo^a
S. Bautista Díaz^b

Recepción: 23-ene-15

Aceptación: 24-jun-15

Resumen

En este artículo se presenta el análisis del comportamiento de las condiciones climatológicas que inciden en el fenómeno de la evaporación y transpiración de los cultivos de papa y pasto en la región circundante a la estación climatológica ubicada en la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, UPTC, para determinar el balance hídrico entre las necesidades de agua y la precipitación registrada en todas las posibles cosechas del primero, segundo semestre y de la cosecha única en el año, periodo: 2003 – 2013. A partir de los balances hídricos se hacen inferencias de las fechas que registraron las condiciones climatológicas más favorables para el cultivo. Se analiza el caos en la serie de la evapotranspiración del cultivo bajo condiciones estándar, ET_C , aplicando la teoría de los exponentes de Lyapunov para dar conclusiones sobre el comportamiento del clima y su incidencia en la agricultura y la ganadería.

Palabras clave: caos, climatología, coeficientes de cultivo, evaporación, necesidades de agua, sistemas dinámicos, transpiración.

Abstract

This article analyzes the weather behavior and conditions that affect the evaporation and transpiration phenomenon of potato crops. It also analyzes the pasture that is located at the region which surrounds the weather station at the UPTC. In order to determine the water balance between water requirements and rainfall, some inferences were registered in all possible crops during the first, second semester and only half the crop year, the last 10 years: 2003-2013. Likewise, based on the water balance dates inferences, it was

^aGrupo de investigación en Álgebra y Análisis, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia.

* Autor de correspondencia: omaidasepulveda@uptc.edu.co

^bUniversidad Nacional de Colombia, sede Bogotá

recorded the most favorable growing weather for the crop. Also, to define the presence of chaos in the time series curve crop evapo-transpiration under standard conditions ET_C , the theory applies Lyapunov coefficients which are given. Moreover, conclusions about the behavior of climate on agriculture and livestock are given.

Key words: Chaos, Climatology, Crop coefficients, Dynamical systems, Evaporation, Transpiration, Water requirements.

1 Introducción

En este artículo se analiza el comportamiento del clima y su impacto en el cultivo de la papa, variedad parda pastusa, en el periodo comprendido entre el 2003 al 2013, en la región cercana a la estación climatológica de la UPTC, que está localizada a 2690 msnm, 5 grados, 33 minutos latitud norte y 73 grados 24 minutos longitud occidente.

Para tal efecto en el periodo de análisis, para cada cosecha posible del cultivo, semestral y anual, estimamos la evapotranspiración del cultivo, que es un sistema no lineal, aplicando el modelo matemático Penman-Monteith, ver [1] y descrito por las ecuaciones (1) a (5), con datos de las variables climatológicas registradas en la estación y las características físicas y fisiológicas de la planta. A partir de este cálculo, se determinó el balance hídrico como la diferencia entre la evapotranspiración y la precipitación [1].

Con la información del balance hídrico de todas las posibles cosechas, se pudo establecer cuáles fueron los periodos donde se registraron las mejores y peores condiciones climáticas para el cultivo, determinando las fechas de siembra óptimas para cada cosecha, las cuales se compararon con épocas de siembra y clima, según las recomendaciones para el manejo del cultivo de la papa en el altiplano cundiboyacense propuestas por Corpoica, que propone sembrar en los meses de enero a marzo para la cosecha del primer semestre (año grande), en los meses de junio-agosto para la cosecha del segundo semestre (mitaca) y para las cosechas únicas en el año sembrar entre febrero y abril [4].

Además, para analizar el caos que presenta el clima y el impacto que éste ejerce sobre cada una de las fases del cultivo de papa se hallan los exponentes de Lyapunov [8] de las series estimadas de la evapotranspiración para cada posible cosecha.

2 Metodología

Se parte del principio que todo proceso o fenómeno que implique variación en el tiempo, se denomina un sistema dinámico y puede ser descrito por modelos matemáticos que por lo general resultan en sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias o parciales, a los cuales se les pueden aplicar métodos analíticos para determinar la buena postura del modelo: existencia de la solución, unicidad y estabilidad. Estos tipos de sistemas son considerados sistemas determinísticos, es decir que si son conocidas las condiciones iniciales o de frontera es posible determinar su comportamiento en estados futuros.

Sin embargo, cuando no es posible obtener un modelo matemático determinístico, como ocurre con el clima que afecta las necesidades de agua del cultivo, se pueden hacer estudios sobre las series de datos históricas correspondientes a estas necesidades y determinar el caos en el sistema a partir de los exponentes de Lyapunov, que dan información del impacto del clima sobre el cultivo en el periodo de estudio.

Por tanto, para encontrar las series de datos de la ET_C se adoptó el modelo denominado Penman-Monteith que permite describir y analizar las cantidades de agua que requiere el cultivo de papa. Este modelo fue desarrollado por la organización de las naciones unidas para la agricultura y la alimentación FAO, y establece la relación entre la evaporación, y establece la relación entre la evaporación, que es el proceso por el cual el agua líquida se convierte en vapor (vaporización) y se retira de la superficie evaporante (remoción de vapor) y la transpiración, que consiste en la vaporización del agua líquida contenida en los tejidos de la planta y su posterior remoción hacia la atmósfera.

La integración de estos dos procesos se denomina evapotranspiración, denotada ET , la cual es afectada por los factores del cultivo [4] (tipo de cultivo, variedad y las etapas de desarrollo) y las variables climáticas (radiación solar, temperatura del aire,

humedad atmosférica y la velocidad del viento). La ET se mide en milímetros por unidad de tiempo y expresa la cantidad de agua perdida de una superficie cultivada en unidades de altura de agua. En las primeras etapas del cultivo, el agua se pierde principalmente por la evaporación directa del suelo, pero con el desarrollo del cultivo y finalmente cuando este cubre totalmente el suelo, la transpiración se convierte en el proceso principal. En el momento de la siembra, casi el 100 % de la ET ocurre en forma de evaporación, mientras que cuando la cobertura vegetal es completa, más del 90 % de la ET ocurre como transpiración [1].

En el modelo se relacionan dos tipos de ET : la evapotranspiración del cultivo de referencia, ET_0 , que se define como la pérdida de agua de una superficie cultivada estándar (un cultivo hipotético de pasto con características específicas), que expresa la fuerza evaporativa de la atmósfera en una localidad y época del año específica, afectada únicamente por los parámetros climáticos y por tanto, es un parámetro que se calcula a partir de datos meteorológicos; la evapotranspiración del cultivo bajo condiciones estándar ET_C , que se refiere a la demanda evaporativa de la atmósfera sobre cultivos que crecen en áreas grandes bajo condiciones óptimas de agua en el suelo, con características adecuadas tanto de manejo como ambientales y que alcanzan la producción potencial bajo las condiciones climáticas dadas en [1].

Para el cálculo de la ET_0 se aplicó el modelo matemático, descrito por la ecuación (1) y los parámetros respectivos se describen en la tabla 1.

$$ET_0 = \frac{0,408\Delta(R_n - G) + \gamma \frac{900}{T+273} u_2 (e_s - e_a)}{\Delta + \gamma(1 + 0,34u_2)} \quad (1)$$

Las anteriores variables son determinadas al resolver otros modelos matemáticos que relacionan los registros climatológicos diarios que inciden en la ET_0 .

Además, las características variacionales físicas y fisiológicas que distinguen al cultivo de la papa del cultivo de referencia (pasto) se integran en el coeficiente único K_C , el cual cambia desde la siembra hasta la cosecha, que para la etapa inicial está definido por la ecuación (2), para la etapa de mediados de temporada por la ecuación (3) y para la etapa final por la ecuación (4), y en las tablas 2, 3

y 4 se encuentra la descripción de los parámetros respectivos.

$$K_{cini} = \frac{AET - (AET - AFE)e^{\left(\frac{-(t_w - t_1)E_{so}\left(1 + \frac{AFE}{AET - AFE}\right)}{AET}\right)}}{t_w ET_0} \quad (2)$$

Tabla 1. Parámetros para calcular la ET_0 .

Símbolo	Significado y unidades de medida.
ET_0	evapotranspiración de referencia (mm día ⁻¹).
R_n	radiación neta en la superficie del cultivo (MJ m ⁻² día ⁻¹).
R_a	radiación extraterrestre (mm día ⁻¹).
G	flujo del calor de suelo (MJ m ⁻² día ⁻¹).
T	temperatura media del aire a 2 m de altura (°C).
u_2	velocidad del viento a 2 m de altura (ms ⁻¹).
e_s	presión de vapor de saturación (kPa).
e_a	presión real de vapor (kPa).
$e_s - e_a$	déficit de presión de vapor (kPa).
Δ	pendiente de la curva de presión de vapor (kPa °C ⁻¹).
γ	constante psicrométrica (kPa °C ⁻¹).

Los valores de la AFE , se ajustan dependiendo de la textura del suelo y las láminas de infiltración.

Tabla 2. Parámetros para calcular el coeficiente único del cultivo, K_C , en la etapa inicial.

Símbolo	Significado y unidades de medida
AET	Agua evaporable total, lámina máxima de agua que se puede evaporar de la superficie del suelo luego de un evento de lluvia. (mm).
AFE	Agua fácilmente evaporable, lámina máxima de agua que se puede evaporar, (mm).
ET_0	Evapotranspiración de referencia en la etapa inicial, (mm día ⁻¹).
t_w	Intervalo promedio entre riego o lluvia, días.
t_1	Tiempo en el se completa la primera etapa, días.
E_{so}	Índice potencial de evaporación, (mm día ⁻¹).

$$K_{cmed} = 1,15 + [0,04(u_2 - 2) - 0,004(HR_{\min} - 45)] \left(\frac{h}{3}\right)^{0,3} \quad (3)$$

$$K_{cfin} = 0,75 + [0,04(u_2 - 2) - 0,004(HR_{\min} - 45)] \left(\frac{h}{3}\right)^{0,3} \quad (4)$$

La relación entre los parámetros ET_C , ET_0 y K_C está dados por la ecuación (5)

$$ET_C = K_C * ET_0 \quad (5)$$

Tabla 3. Parámetros para calcular el coeficiente único del cultivo, K_C , a mediados de temporada.

Símbolo	Significado y unidades de medida
u_2	Valor medio diario de la velocidad del viento a 2 m de altura sobre el pasto (ms^{-1}).
$HR_{\text{mín}}$	Valor medio de la humedad relativa mínima durante la etapa media (%).
h	Altura media de las plantas durante la etapa media (m).

Tabla 4. Parámetros para calcular coeficiente único del cultivo, K_C , en la etapa final.

Símbolo	Significado y unidades de medida
u_2	Valor medio diario de la velocidad del viento a 2 m de altura sobre el pasto (ms^{-1}).
$HR_{\text{mín}}$	Valor medio de la humedad relativa mínima durante la etapa final (%).
h	Altura media de las plantas durante la etapa final (m).

La necesidad de agua del cultivo es la cantidad de agua requerida para compensar la pérdida de ésta por la ET del cultivo. El balance hídrico para este estudio representa la diferencia entre la necesidad de agua de cultivo y la precipitación efectiva.

Los modelos matemáticos descritos por las expresiones (1) a (5) se implementaron computacionalmente en el software Matlab versión 8,2,0,701 (*R2013b*), con interfaz en Excel para la captura de los datos, de los informes diarios registrados de la estación climatológica de la UPTC y los factores que caracterizan el cultivo, y para la salida de los resultados.

Con la aplicación computacional desarrollada para la investigación, se calculó a intervalos diarios de tiempo, para todas las cosechas posibles de cultivo, la ET_0 , el K_C y la ET_C , los acumulados de precipitación, ET_C y balance hídrico (ET_C -precipitación) tanto por etapas como por periodo completo del cultivo desde el 2003 al 2013 (en cada año se procesaron los siguientes números de posibles periodos de cultivo: para la cosecha de primer semestre 47, o 48 según si el año era bisiestro, para la cosecha del segundo semestre 49 y para la cosecha única en el año 231, para un total de 3599 periodos procesados).

Del análisis de las gráficas de los balances hídricos durante el tiempo del estudio de las cosechas de cada semestre y año, se encontró el óptimo para cada uno de estos periodos, considerado como el balance

más cercano a cero, que permite inferir el periodo de cultivo en que se presentaron las condiciones climáticas más favorables para el cultivo el cual queda determinado por la fecha de siembra. A partir de estas fechas se puede conjeturar un pronóstico de calendarios de siembra y el impacto del clima sobre la producción de papa y la ganadería que está determinada por el cultivo de pasto tomado como de referencia.

Para establecer la influencia ejercida por el clima, el cual sistema caótico [3], sobre el cultivo de papa, se analizó el nivel de caos en las series de la ET_C y para su estimación se utilizaron valores registrados en la estación de algunas variables climatológicas y las propiedades fisiológicas del cultivo. El método utilizado para el cálculo de los exponentes es el de las trayectorias que se fundamenta en los trabajos desarrollados por Casdagli [2] y Takens [6] y la aplicación del algoritmo de Wolf [7].

El algoritmo consiste en que dada la serie de datos, $S = \{x(t), t > 0\}$, se reconstruye un espacio fase, monitoreando la evolución a largo plazo de dos órbitas vecinas.

De la serie S se construye un atractor cuyos puntos están dados por $(x(t), x(t + \tau), \dots, x(t + (m - 1)\tau))$. Para hacer un cálculo se necesitan suficientes datos que permitan aproximar las escalas de longitud apropiada. Si la dimensión del atractor es m , es deseable tener 30^m datos en la serie. Para el caso de la ET_C se tienen series de 135 datos, correspondientes a los días que dura la cosecha, por lo que la dimensión del atractor no puede ser mayor que 2, por tanto el valor de $m = 2$ y los puntos del atractor son de la forma dados en (6).

$$A = \{(x(t_n), x(t_{n+1})), x(t_n) \in ET_C\} \quad (6)$$

Para el proceso se fija un radio de órbita notado como ϵ , y se comienza tomando como referencia el punto inicial $(x(0), x(1))$ del atractor, se busca el vecino más cercano $(x(s), x(s + 1))$, en términos de la distancia euclídea que se nota como $L(t_0)$ y tal que $L(t_0) < \epsilon$, ver figura 1. En el tiempo t_1 el punto inicial $(x(0), x(1))$ ha evolucionado a $(x(1), x(2))$, el $(x(s), x(s + 1))$ a $(x(s + 1), x(s + 2))$ y la distancia $L(t_0)$ a $L'(t_1)$.

Si las órbitas que iniciaron en $(x(0), x(1))$ y $(x(s), x(s + 1))$ en el tiempo t_1 continúan unidas,

$L'(t_1) < \epsilon$, no se hace reemplazo. Pero sí $L'(t_1) \geq \epsilon$, $(x(s+1), x(s+2))$ se aleja de la órbita como ocurre en la figura 1, entonces se busca otro punto del atractor que satisfaga lo suficientemente bien los criterios, que la separación con el punto fiducial evolucionado $(x(1), x(2))$ sea menor que ϵ y que el ángulo entre los segmentos $L'(t_1)$ y $L(t_1)$ sea pequeño y se reemplaza el punto $(x(s+1), x(s+2))$. En el gráfico de la figura 1, $(x(r), x(r+1))$ es el que satisface los criterios anteriores y reemplaza a $(x(s+1), x(s+2))$.

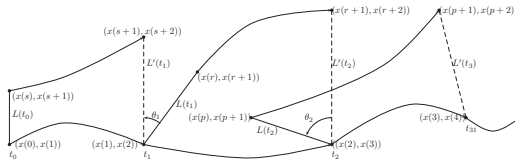


Figura 1. Dinámica del cálculo de los coeficientes de Lyapunov, tomado de [7].

El proceso se repite para cada punto, el nuevo punto fiducial es $(x(2), x(3))$ y el punto más cercano a él es $(x(p), x(p+1))$, hasta que la trayectoria fiducial haya recorrido el archivo entero de datos del atractor y se estima el exponente de Lyapunov por la ecuación (7), donde L y L' son las distancias euclídeas entre dos puntos del atractor, en un tiempo t_{k-1} y en un tiempo posterior t_k cuando los puntos han evolucionado a través de la trayectoria y M es el número total de reemplazos.

$$\Phi = \frac{1}{t_M - t_0} \sum_{k=1}^M \log_2 \left\{ \frac{L'(t_k)}{L(t_{k-1})} \right\}. \quad (7)$$

El valor del exponente Φ , depende de los puntos del atractor que provienen de la serie ET_C , y de la escogencia del radio de la órbita que varía entre la distancia mínima y máxima de los puntos del atractor. Si el radio de la órbita es pequeño y el valor de Φ es cercano a cero significa que el sistema presenta alguna clase de estabilidad o periodicidad. En caso contrario el sistema es caótico, que significa que existe cierto tipo de divergencia orbital entre las trayectorias vecinas y por tanto la serie de la ET_C , puede provenir de un proceso caótico y la magnitud del exponente refleja la escala de tiempo en que la dinámica del sistema se torna impredecible, ósea la tasa en que el sistema crea información [5]. El script escrito en matlab que implementa el algoritmo de Wolf para calcular los coeficientes de Lyapunov de una serie de datos se presenta a continuación.

```
function F= Elyapunov(P)
%Cálculo de los coeficientes de Lyapunov
%Se toma una serie de tiempo P y retorna una matriz
%con diferentes radios, coeficiente de Lyapunov y
%numero de reemplazos.
npuntos=length(P)-1;
%generacion del atractor con tau=1, m=2;
atractor=zeros(2,npuntos);
for k=1:npuntos
    atractor(1,k)=P(k);
    atractor(2,k)=P(k+1);
end
atractor';
s=2;
tp=pi/9;
tn=-tp;
LK=[];
Fs=[];
Lmin=norm([atractor(1,1),atractor(2,1)]-...
[atractor(1,2),atractor(2,2)]);
Lmax=norm([atractor(1,1),atractor(2,1)]-...
[atractor(1,2),atractor(2,2)]);
%Halla rango para epsilon, (Lmin, Lmax)
for k=1:npuntos-1
    for j=k+1:npuntos
        d=norm([atractor(1,k),atractor(2,k)]-...
atractor(1,j),atractor(2,j)]);
        if d<Lmin
            Lmin=d;
        end
        if d>Lmax
            Lmax=d;
        end
    end
end
F=[];
for factor=Lmin:0.02:Lmax
    rtol=factor;
    k=1;s=0; suma=0;re=0;tm=0;
    L0=Lmax;
    %vecino mas cercano a Xk
    Xk=[atractor(1,k),atractor(2,k)];
    for j=1:npuntos
        Xj=[atractor(1,j),atractor(2,j)];
        if j~k
            d=norm(Xk-Xj);
            if d<L0
                L0=d;
                s=j;
                Xs=Xj;
            end
        end
    end
    while k<npuntos
        k=k+1;
        if s<npuntos
            s=s+1;
        else
            s=1;
        end
        Xs=[atractor(1,s),atractor(2,s)];
        d=norm(Xk-Xs);
        while d<=rtol & k<npuntos & s<npuntos
            k=k+1;s=s+1; %evolucion trayectorias
            Xk=[atractor(1,k),atractor(2,k)];
            Xs=[atractor(1,s),atractor(2,s)];
            d=norm(Xs-Xk);
        end
        if d>rtol
            tm=k;
        end
    end
end
end
```

```

suma=suma+log2(d/L0);
A=Xs-Xk;
Ve=[];
%búsqueda de vecinos
for j=1:npuntos
    if j~=k
        Xp=[atractor(1,j),atractor(2,j)];
        B=Xp-Xk;
        %vector proyección
        proyBA=(dot(B,A)/dot(A,A))*A;
        xd=norm(proyBA);
        alfa=acos((dot(B,A)/
        (norm(B)*norm(A)));
        if xd<rtol & alfa<tp & alfa>tn
            Ve=[Ve Xp'];
        %vecinos en el triángulo
        end
    end
end
if norm(Ve)~=0
%búsqueda de vecinos entre el triángulo
cv=size(Ve);
dmin=Lmax;
for j=1:cv(2)
    Xj=[Ve(1,j) Ve(2,j)];
    if norm(Xj-Xk)<=dmin
        dmin=norm(Xj-Xk);
        s=j;
        Xs=Xj;
        L0=dmin;
    end
end
re=re+1;
tm=k;
else
%búsqueda del mejor vecino
for j=1:npuntos
    if j~=k
        d=norm(Xk-Xj);
        if d<rtol
            L0=d;
            s=j;
            Xs=Xj;
        end
    end
end
re=re+1;
tm=k;
end
end
coefli=suma/(tm-1);
Fa=[rtol coefli re];
Fs=[Fs Fa'];
end
F=Fs;
end

```

3 Resultados y discusión

Para el caso particular del año 2013, con los datos diarios del informe mensual suministrados por la estación climatológica de la UPTC y la duración de las etapas de crecimiento del cultivo de la papa variedad parda pastusa para la región central de Boyacá establecidas como: inicial de 30 días, de desarrollo

30 días, de mediados de temporada 45 días y de finales de temporada 30 días, para un total de 135 días del cultivo [4]; la aplicación arroja los resultados de la figura 2, donde se representan las gráficas de los coeficientes únicos del cultivo por etapas, las serie de tiempo de la precipitación y los resultados de la ET_C , las tablas con los valores numéricos de las fechas diarias, los valores de las variables climáticas, la ET_0 , el K_C y la ET_C .

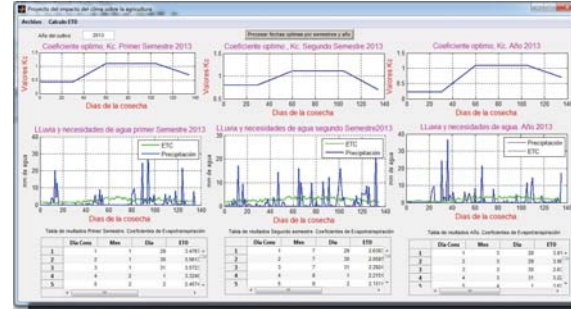


Figura 2. Curvas del K_C , la ET_C y precipitación para el cultivo según las mejores condiciones climáticas del 2013.

De esta información se concluye que los balances hídricos óptimos para la siembra del cultivo de papa en este año se registraron en el primer semestre el 29 de enero, para el segundo semestre, el 29 de julio y para la cosecha única en el año el 28 de marzo; estas fechas se encuentran dentro de los rangos establecidos por [4], sin embargo, como el estudio es local se presentan estas fechas puntuales. En el primer semestre los coeficientes óptimos del cultivo fueron: K_C inicial 0,4179, K_C medio 1,0937, K_C final 1,0937, de manera similar se realizó un análisis para los otros periodos en todos los años.

En la figura 3, se encuentran las gráficas del coeficiente único del cultivo, las curvas de la ET_C y precipitación del primer semestre del año de 2013, utilizando el método de interpolación splines para el suavizado de éstas.

A partir de esta información se establecieron los acumulados de la ET_C , la precipitación y balance hídrico del primer semestre de 2013 que se representan en la figura 4 y en la tabla 5, lo cual permitió concluir que se presentó un déficit de precipitación de 78,98 mm por cada metro cuadrado en el periodo del cultivo, que se debería haber compensado con riego. Con respecto al balance hídrico por etapas del cultivo para este semestre, las que mayor déficit

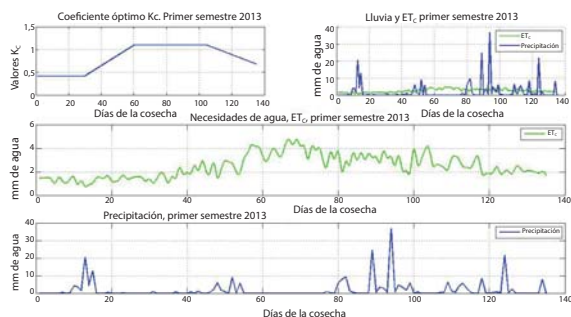


Figura 3. Curvas del K_C , la ET_C con condiciones climáticas favorables y la precipitación, para el cultivo del primer semestre de 2013.

hídrico presentaron fueron la del desarrollo y mediados de temporada y un buen comportamiento de la precipitación de acuerdo a las necesidades de agua en las etapas inicial y final.

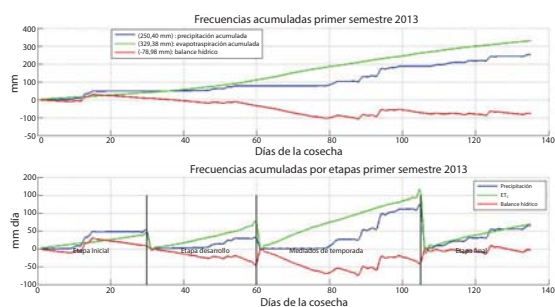


Figura 4. Curvas de Precipitación y ET_C acumuladas por etapas del cultivo primer semestre de 2013, fecha de siembra 29 de enero.

Tabla 5. Precipitación y ET_C acumuladas por etapas del cultivo primer semestre de 2013, fecha de siembra 29 de enero.

Precipitación por etapas, mm/día					
Acumu.	Inic.	Des.	Med.	Final	Total
Precip	47,60	28,60	111,00	63,20	250,40
ET_C	39,91	70,79	150,13	68,54	329,38
Bal. H.	7,69	-42,19	-39,13	-5,34	-78,98

En la figura 5 y en la tabla 6 se presentan los exponentes de Lyapunov para diferentes radios de las órbitas, que varían desde la distancia mínima entre dos puntos del atractor de 0,0362 hasta la distancia máxima, 5,2236. Para un radio de órbita mayor o igual a 3,6636, el exponente de Lyapunov es cero, lo cual significa que el radio debe ser grande para poder afirmar que la serie de la ET_C podría ser estable. Para valores del radio menores de 3,6636 los exponentes de Lyapunov son positivos lo que indica que la serie de la ET_C , presenta caos. Con un radio de 3,5836 de la órbita, el exponente de Lyapunov más cercano a

cero es 0,1446 el cual dejaría un dato por fuera de la órbita del atractor. Un análisis similar sobre los exponentes de Lyapunov se realizó para los 11 años del estudio.

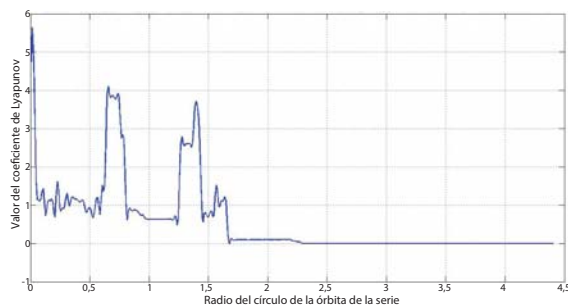


Figura 5. Curvas de los exponentes de Lyapunov para serie de tiempo de la ET_C del primer semestre de 2013.

Tabla 6. Valores de exponentes de Lyapunov para serie de tiempo de la ET_C del primer semestre de 2013.

Periodo	Dist. Min.	Dist. Max.	radio exp 0	radio exp +	menor exp +	reemp.
29/01/2013	0,00362	5,2236	3,6636	3,6436	0,4468	1

La figura 6 y la tabla 7, muestran la información consolidada desde el año 2003 al 2013 de la ET_C , la precipitación y el balance hídrico, esto permite concluir que se presentó mayor déficit de agua para el cultivo de fecha de siembra del 4 de Julio de 2012 con $-174,92$ mm. Los déficit de agua óptimos, con valor absoluto menor que 1, se registraron en las siguientes fechas de siembra: el 3 de abril de 2006 con $-0,24$ m, el 23 de febrero de 2009 con 0,05 mm, 5 de junio de 2010 con 0,29 mm, 15 de enero de 2006 con 0,31 mm; 7 de julio de 2007 con 0,37 mm y 10 de enero de 2004 con 0,78 mm.

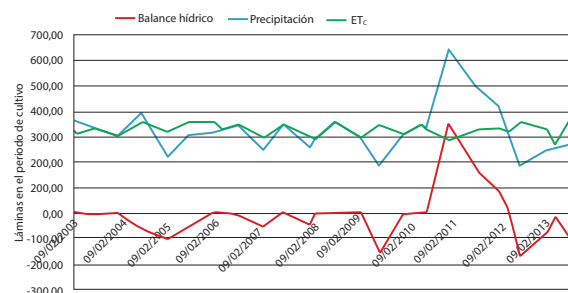


Figura 6. Curvas de acumulados de precipitación, ET_C balance hídrico del 2003 al 2013.

Se presentó abundancia de lluvia que superó las necesidades de agua del cultivo en el año de 2011 en las fechas de siembra del 18 de agosto de 2011 con 159,61 mm y el 1 de enero de 2011 con 356,35

Tabla 7. Datos numéricos de la precipitación, ET_c y Balance hídrico del 2003 al 2013.

Fecha	Prec. mm	ET_c	Balance hídrico Prec- ET_c mm	Fecha	Balance hídrico ordenado mm
29/07/2013	267,20	372,78	-105,58	04/07/2012	-174,92
28/03/2013	253,10	270,65	-17,55	19/07/2009	-156,80
29/01/2013	250,40	329,28	-78,98	29/07/2013	-105,58
04/07/2012	187,50	362,42	-174,92	28/01/2005	-103,87
15/04/2012	314,30	317,87	-3,57	29/01/2013	-78,98
20/01/2012	420,90	334,18	86,72	14/07/2004	-60,51
19/08/2011	488,10	330,38	157,72	12/02/2007	-54,47
18/08/2011	489,90	330,29	159,61	14/07/2005	-53,19
01/01/2011	643,40	287,05	356,35	29/01/2008	-50,58
17/07/2010	328,30	327,92	0,38	28/03/2013	-17,55
05/06/2010	348,60	348,31	0,29	27/07/2006	-8,31
13/01/2010	307,00	311,26	-4,26	03/07/2003	-6,51
19/07/2009	193,00	349,80	-156,80	13/01/2010	-4,26
23/02/2009	300,00	299,95	0,05	15/04/2012	-3,57
15/02/2009	305,40	303,87	1,53	12/03/2008	-1,91
11/08/2008	364,40	362,12	2,28	03/04/2006	-0,24
12/03/2008	287,40	289,31	-1,91	23/02/2009	0,05
29/01/2008	252,50	303,08	-50,58	05/06/2010	0,29
12/07/2007	348,60	348,23	0,37	15/01/2006	0,31
12/02/2007	245,00	299,47	-54,47	07/07/2007	0,37
27/07/2006	343,20	351,51	-8,31	17/07/2010	0,38
03/04/2006	328,70	328,94	-0,24	10/01/2004	0,78
15/01/2006	318,90	358,59	0,31	23/02/2003	1,34
14/07/2005	309,60	362,79	-53,19	15/02/2009	1,53
28/01/2005	220,40	324,27	-103,87	09/02/2003	1,85
14/07/2004	393,50	354,01	-60,51	11/08/2008	2,28
10/01/2004	304,30	303,52	0,78	20/01/2012	86,72
03/07/2003	336,60	330,96	-6,51	19/08/2011	157,72
23/02/2003	362,70	315,77	1,34	18/08/2011	159,61
09/02/2003	361,50	326,08	1,85	01/01/2011	356,35

mm. En general en el segundo semestre del 2012 se presentó déficit de lluvia para el cultivo; en el primer semestre del 2009 se presentaron condiciones climatológicas óptimas para el cultivo.

En la figura 7, se presenta un consolidado histórico de los balances hídricos por años, se infiere que en los años 2003, 2004, 2007 y 2008 se presentaron condiciones climatológicas favorables para el cultivo de la papa y por tanto se presentó bastante producción en esos años, en la mayoría de cosechas se ha presentado déficit hídrico, excepto en los años de 2011 y 2012 donde la precipitación fue muy alta.

Se presenta irregularidad en el balance hídrico, variando notoriamente a partir del año 2009, donde se han percibido cambios climáticos que afectan los cultivos, en particular los años 2011, 2012 y 2013 que pasó de balance hídrico positivos a balances hídrico negativos.

Con respecto al análisis de los exponentes de Lyapunov, estos permiten caracterizar la caoticidad de la ET_c , en la tabla 8, se estimaron exponentes casi

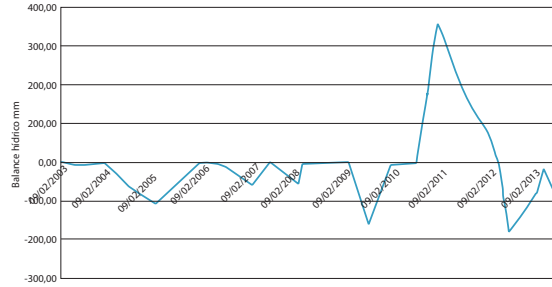


Figura 7. Balance hídrico por años según periodos de cultivo.

todos cero, esto se debe a que el valor de los exponentes estarán determinados por los radios escogidos para la órbitas del atractor, según el algoritmo de Wolf [7], por tanto, la estabilidad del sistema depende del radio de las órbitas analizadas.

Así, en la figura 8 y en la tabla 8, se presenta para cada fecha de siembra los radios más pequeños de las órbitas, los cuales generan exponentes de Lyapunov con valor 0 o positivos más cercanos a 0 y dejando pocos datos por fuera de éstas órbitas, para radios mayores que estos, todos los datos del atractor quedan dentro de la órbita. De esta información se puede inferir que la ET_c de las cosechas del 09/03/2003, 23/02/2003 y 03/04/2006 presentaron los radios más pequeños donde la serie tiende a ser casi estable, registrando menor caos que las otras series y por consiguiente para estas cosechas la variación del clima y la precipitación fue más favorable.

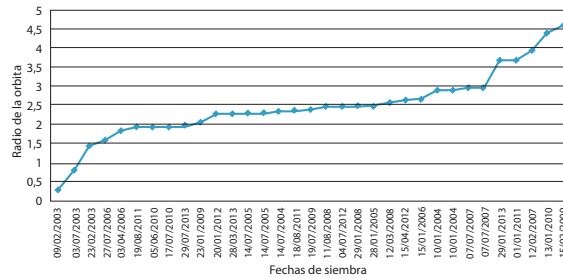


Figura 8. Fechas de siembra vs radios de órbitas que generan exponentes de Lyapunov positivos o cero.

Es de aclarar, que aunque para los años diferentes al 2003, el exponente de Lyapunov es 0, esto no indica estabilidad ya que el radio empleado es grande, lo cual implica que para radios menores que este valor para estas mismas fechas los exponentes de Lyapunov serían mayores que 0.

Tabla 8. Fechas de siembra y radios de órbitas que generan exponentes de Lyapunov positivos o iguales a cero.

Fecha	Radio	Exponente	Reemplazos
09/02/2003	0,28822877	2,45528406	1
03/07/2003	0,79668523	0,41561221	1
23/02/2003	1,42866428	0,25151942	1
27/07/2006	1,57974516	0	0
03/04/2006	1,82943512	0	0
19/08/2011	1,93461866	0	0
05/06/2010	1,94211529	0	0
17/07/2010	1,94373088	0	0
29/07/2013	1,9942164	0	0
23/01/2009	2,07576534	0	0
20/01/2012	2,27350089	0	0
28/03/2013	2,28642157	0	0
14/07/2005	2,29066351	0	0
14/07/2005	2,29066351	0	0
14/07/2004	2,34496664	0	0
18/08/2011	2,36938489	0	0
19/07/2009	2,38976968	0	0
11/08/2008	2,45727964	0	0
04/07/2012	2,46436374	0	0
29/01/2008	2,48618088	0	0
28/01/2005	2,4930253	0	0
12/03/2008	2,56565806	0	0
15/04/2012	2,65077682	0	0
15/01/2006	2,67700072	0	0
10/01/2004	2,90381453	0	0
10/01/2004	2,90381453	0	0
07/07/2007	2,97042769	0	0
07/07/2007	2,97042769	0	0
29/01/2013	3,66362158	0	0
01/01/2011	3,68269588	0	0
12/02/2007	3,92719064	0	0
13/01/2010	4,38631887	0	0
15/02/2009	4,59197881	0	0

En este sentido, en las fechas de siembra del cultivo del 13 de enero de 2010 y el 15 de febrero del 2009, para obtener exponentes de Lyapunov iguales a cero de la serie de tiempo de la ET_C , se deben escoger radios muy grandes de las órbitas, lo que permite concluir que el comportamiento de las necesidades de agua para el cultivo en estas fechas fue bastante caótica.

4 Conclusiones

Los valores de las variables radiación solar, temperatura del aire, humedad del aire, velocidad del viento, presión atmosférica, humedad relativa y precipitación, utilizadas para calcular la ET_0 , ET_C , a pesar que presentan alta variabilidad tienen cierta tendencias a valores característicos para el clima de la región, sin embargo, la precipitación en algunos periodos presentó cierta uniformidad como en el 2003 – 2009 mientras que en otros periodos como el 2010 – 2013 registran cambios drásticos.

Las condiciones climatológicas que mejor balance hídrico presentaron para el cultivo de la papa, en la zona cercana de la estación climatológica de la UPTC son los presentados en la tabla 9 y corresponden a los valores promedio del periodo con menor valor del balance hídrico, con fecha siembra del 23 de febrero de 2009.

Los resultados sobre las necesidades de agua del cultivo para los diferentes periodos muestran que las curvas de la ET_C , presentan cierta uniformidad, variando entre 270,5 mm y 372,78 mm, lo cual permitió determinar los exponentes de Lyapunov para estas series, mientras que la precipitación varía en un rango mucho más amplio en estos periodos entre 187,50 mm y 643,40 mm, y al procesar estas series de tiempo para determinar los exponentes de Lyapunov estos crecían muy rápidamente o eran muy variables, lo que permitió concluir que no es posible predecir para periodos largos de tiempo el comportamiento de este fenómeno.

En las épocas de bastante lluvia para esta región en particular, el cultivo de referencia se favoreció, es decir hubo abundante pasto, por ende la ganadería y la producción de leche tuvo un crecimiento óptimo.

Las investigaciones y las experiencias de los productores y cultivadores han determinado fechas de siembra para el cultivo de acuerdo al comportamiento histórico del clima, sin embargo, estas han variado debido entre otros factores a los fenómenos del niño o la niña afectando la producción, como se pudo corroborar en el presente estudio.

Las afirmaciones presentadas están sustentadas en los estudios descritos en el informe tomando como referencia las investigaciones de la FAO en Riego y Drenaje y los datos de la estación climatológica de la UPTC, sin embargo, queda abierta la posibilidad para hacer investigaciones con cultivos experimentales y en diferentes condiciones con el análisis de datos de otras estaciones ubicadas en la región.

No se realizan pronósticos del tiempo o del comportamiento de las necesidades de agua ya que según el análisis de los exponentes de Lyapunov, no es recomendable porque son fenómenos que presentan tendencia caótica alta.

Tabla 9. Valores promedio favorables para el cultivo de la papa.

Temperatura			Radiación		Hum.	Precipit.	Evapor.	Velocid.	ET_0	Coeficiente único de cultivo K_c			ET_C
Amb.	Min.	Max.	Br.Solar	Global	Rela.			Viento		Ini	Med	Fin	
°C	°C	°C	hr.y.dec.	cal/cm ²	%	mm	mm	m/seg	mm/día				mm/día
13,35	9,17	18,15	4,90	430,14	78,16	2,22	3,31	0,91	2,88	0,31	1,09	0,68	2,22

Referencias

- [1] Allen G. Richard, Pereira S. Luis, Raes Dirk, Smith Martin. *Evapotranspiración del cultivo*. Guías para la determinación de los requerimientos de agua de los cultivos. Estudio FAO Riego y Drenaje. Organización de las Naciones Unidas para la Agricultura y la Alimentación, Roma, 2006.
- [2] Casdagli, M. “Nonlinear prediction of chaotic time series”, *Physica D*, pp. 335-356, 1989.
- [3] Lorenz E., “Deterministic Nonperiodic Flow”, *Journal of the Atmospheric Sciences*, vol. 20, pp. 130-141.
- [4] Orozco, María Ruby, Zapata, José Luis, Espitia, EduardoValbuena, Iván, Cerón, María del Socorro, Moreno, José Dilmer, Murcia, Gilberto, Mateus, Julián, Herrera, Carlos Alberto, Martínez, Erika, Pérez, Olga, Barreto Triana, Nancy, Alzate Maldonado, Gustavo, Cely Pardo, Lilia-na, Hío, Juan Climaco, Sánchez León, Germán David, “Recomendaciones para el manejo del cultivo de la papa en el Altiplano Cundiboyacense”, Bogotá (Colombia): CORPOICA, p. 218, 2013.
- [5] Ribeiro, M. Rocio, Ramirez G. Manuel, “Caos: Definición, detección y Ejemplos”, *Desarrollo y Sociedad*, no. 30, Septiembre 1992.
- [6] Takens, F., “Detecting strange attractors in turbulence, in Dynamical Systems and Turbulence”, Ed. Rand y Young, Springer, Berlin, pp. 366-381, 1981.
- [7] Wolf A., Swift J.B., Swinney H. L., and J.A. Vastano, “Determining Lyapunov exponents from a time series”, *Physica D: Nonlinear Phenomena*, vol. 16 no. 3, pp. 285-317, 1985.
- [8] Robinson, C. “Dynamical systems”, 2ª edición. Editorial CRC, 1999.