Un pedacito de tiniebla griega

Acerca del problema del movimiento en Zenón de Elea

Roberto Avila a.
Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia

Resumen: En el presente artículo se hace una presentación de las paradojas de Zenón de Elea referidas al movimiento, se comentan diferentes intentos de solución y se analizan algunas posibilidades relativas a las lecturas actuales sobre los problemas planteados por Zenón, desde perspectivas físicas y matemáticas.
Palabras clave: Zenón de Elea, divisibilidad, paradojas, infinitesimales, movimiento.

Abstract:
In this article we make an introduction of the Zeno's paradoxes referred to the movement. We comment different tries of solution and we analyse some possibilities in relation with the today's readings about the troubles stated by Zeno, since physical and mathematical perspectives.
Key words: Zeno from Elea, divisibility, paradoxes, infinitesimal, movement.

INTRODUCCIÓN

Las indagaciones filosóficas habitualmente parten de un retorno a los orígenes. Y por orígenes entienden normalmente los comienzos conjuntos de la civilización occidental en la Grecia clásica de los siglos IV y V a.C. Esta es una de las diferencias que guardan con respecto a la ciencia clásica, que por lo general no tiene entre sus preocupaciones la de trabajar sobre su propia historia. Sin embargo, cuando observamos la manera en la cual la ciencia actual se enfrenta con investigaciones sobre la materia, su estructura, su origen, nos encontramos con que subsisten problemas básicos que aún no han sido resueltos y que obligan a mirar las preguntas iniciales de la ciencia y de la filosofía.

Uno de los autores primarios que se encarga de estos problemas es Zenón de Elea, quien elabora una serie de paradojas cuya interpretación habitual apunta a la consolidación del pensamiento de su maestro Parménides, por medio de la negación de lo plural y la demostración de que la multiplicidad y el cambio conducen a insolubles paradojas; si lo miramos desde otra perspectiva, nos revela cosas trascendentes acerca de cómo comprendemos –o desconocemos– el mundo. Zenón puede ser leído como un curioso autor que se dedica a la dialéctica, entendida como la habilidad de presentar situaciones susceptibles de ser discutidas, pero por otro lado puede ser visto como un autor que llega al punto central de nuestras dificultades acerca de la comprensión de la realidad. A la vez, puede verse como un contradictor de la doctrina pitagórica, cuyo fundamento es la concepción esencial del número, entendido como requisito previo a las cosas. Esa concepción involucra la aceptación de las discontinuidades pues los pitagóricos entienden por número cierto tipo de formas elaboradas con puntos y como máximo a las relaciones entre ellas, es decir, fracciones enteras, lo que limita la disponibilidad numérica a los racionales. Ellos mismos encuentran que, medidos en las mismas unidades, no hay conmensurabilidad entre el lado y la diagonal de un cuadrado de lado 1, lo cual implica la primera crisis en las matemáticas y el descubrimiento de los irracionales, números que no pueden ser expresados como fracciones y que son precisamente los más abundantes. Esa concepción es también atacada por Zenón, pues involucra la aceptación de una discontinuidad fundamental.

Las propuestas habituales de solución a las paradojas de Zenón de Elea han sido intentadas desde las matemáticas, la lógica o la filosofía, ya sea trabajando el problema del lenguaje o el contexto interpretativo general relativo a la teoría del conocimiento. Sin embargo, hay algún acuerdo en que, una vez aceptadas las condiciones puestas por el autor, no hay una manera plenamente exitosa de solución; por esta razón se intenta redefinir las condiciones o alterar las aporías sin pudor para librarse de ellas. Otros autores apuntan a que esa falta de solución revela algo más importante sobre las condiciones generales del conocimiento, relacionado con las dificultades propias de entender los mecanismos del cambio, movimiento y estructura de la realidad.

Vale la pena considerar si los mencionados problemas pueden ser abordados desde las matemáticas o desde la filosofía. En el primer caso la vía más expedita es la de intentar la matematización de los postulados propuestos, es decir buscar la expresión de los enunciados paradójicos por medio de formas o fórmulas susceptibles de resolución mediante procesos de cálculo. Si esta es la vía adecuada sólo bastaría cierto ingenio para absolver la cuestión. Si examinamos el asunto desde el punto de vista de la filosofía hay otras posibilidades que pueden girar alrededor de la consistencia lógica de los argumentos o del uso coherente del lenguaje, pero es más fructífero intentar comprender qué es lo que las aporías pueden decir acerca de nuestra forma de conocer el mundo o aún sobre la consistencia de la realidad. Y, definitivamente, este es el punto que ofrece un campo más fértil: de otra forma las paradojas de Zenón no serían más que una curiosidad histórica, que, como tal, no tendría interés más que para historiadores de la ciencia y de la filosofía. Lo que se busca desarrollar en este escrito apunta en esa dirección, tras la cual se busca comprender las implicaciones que las paradojas de Zenón de Elea tienen sobre nuestra visión del mundo, sobre nuestra forma de conocer la realidad y sobre la compleja relación que existe entre las matemáticas y la realidad.

Jorge Luis Borges dedica unas exquisitas páginas a comentar a Zenón de Elea y en ellas, aparte de calificar como *joya* la paradoja de Aquiles, declara que las considera irresolubles: “Zenón es incontestable, salvo que confesemos la idealidad del espacio y del tiempo (...) ¿Tocar a nuestro concepto del universo, por ese pedacito de tiniebla griega?” [1], nos hace preguntar, sugiriendo que hay algo muy profundo detrás de este aparente juego.

LOS PROBLEMAS

Las paradojas de Zenón de Elea (por él llamadas *aporías*, lo que, acertadamente, quiere decir sin salida) han sido reconstruidas a partir de algunas escasas citas directas de los escritos del autor, pero, más que eso, con los comentarios que hicieron autores posteriores basados en referencias y anécdotas. Esa es una de las razones por la cual no hay plena certeza sobre sus intenciones al exponer en forma de paradojas sus ideas sobre el movimiento. Y hay que decir, de paso, que el número de argumentos ha de ser muy superior si nos atenemos a algunas de esas referencias, pero las que más han llamado la atención son las que atacan nuestras concepciones sobre unidad, tiempo y espacio. De alguna u otra manera las principales giran en torno a un problema que es el de las dificultades para concebir cómo puede formarse una porción de la realidad partiendo de partes infinitamente pequeñas pero, en últimas, todas atacan las formas posibles que utilizamos para comprender el tiempo, el espacio y el movimiento.

Es necesario hacer una clara exposición tanto de las paradojas como de los argumentos en los que se apoyan para poder llegar a lo fascinante que hay implícito en su estructura, como ejemplo tanto del poder de la argumentación como de los gigantes vacíos que presenta nuestra visión de la realidad. Las paradojas de por sí no tienen un orden específico [2], o este no se ha conservado, aunque para efectos expositivos escojo un disposición que implica una progresión en el grado de complejidad pues se acerca a nuestra visión actual sobre tiempo y espacio.

Los criterios que nos propone Zenón son los que resultan de examinar cómo son nuestras concepciones sobre el tiempo y el espacio, dentro de las cuales la lógica binaria no nos deja más posibilidad que escoger entre dos opciones: una serie puede ser discontinua o continua. Si estudiamos la estructura íntima de las cosas nos vamos a encontrar con que, o está compuesta de partes indivisibles, o no tiene partes últimas, es decir, espacio y tiempo son sucesiones discontinuas o son continuos de secciones que pueden ser divididas indefinidamente. Si hablamos de cuál es la estructura del tiempo, por ejemplo, nos encontraremos con que lo podemos entender como discreto o como continuo, en otras palabras, como constituido por partes bajo las cuales no puede concebirse la idea de una secuencia temporal; o como una secuencia continua, cuyas “partes” pueden ser divididas en partes cada vez más pequeñas. Lo interesente es

1 Borges, Jorge Luis. *La perpetua carrera de Aquiles y la tortuga*; *Avatares de la tortuga*. En: *Prosa completa*. Vol 1. Barcelona: Bruguera, 1985. p. 194

2 Mondolfo deduce del orden más usual en que se presentan inicialmente las paradojas en las que el espacio y el tiempo se dividen hasta el infinito y luego las que lo dividen en partes indivisibles, para decir que son un argumento circular, en el que la falta de salidas lleva a una vuelta al inicio. Mondolfo, Rodolfo. *El pensamiento antiguo*. Vol I. 8ª ed. Buenos Aires: Losada, 1980. p. 88

que no hay caminos intermedios, pues una serie puede ser finitamente divisible o infinitamente divisible sin que se pueda concebir una tercera posibilidad. Eso se puede apreciar en las sucesiones matemáticas: secuencias como la de los enteros es discreta porque se compone exclusivamente de números entre cuyos miembros sucesivos hay una distancia de uno; mientras que la secuencia de los reales está compuesta por una estructura continua, ya que cualquiera de sus segmentos contiene una cantidad infinita de números (comparación que será desarrollada más adelante). No sobra aclarar que la estructura tiene poco que ver con el tamaño de la serie, pues no se habla aquí de una cantidad finita o infinita de números, en el sentido de una referencia al límite superior, se habla de la estructura como referencia a una concepción sobre la forma en la que se relacionan los miembros de la serie, unidos o separados, según el caso.

De nuevo, si acudimos a lo que nos dice la lógica formal, no nos queda más remedio que aceptar que el espacio es discreto o es continuo, lo que pasa también con el tiempo, no queda más opción que asumir que tiene uno u otro tipo de estructura. Y si la estructura es de una clase o de otra las posibilidades de combinación de estas no son más que cuatro: ambos son continuos, ambos son discretos o uno es continuo y el otro discreto. No hay más opciones que las que se van a explicar a continuación, cada una de las cuales genera su correspondiente aporía.

1. El estadio[3]. Si asumimos que tanto el tiempo como el espacio son finitamente divisibles, esto equivale a decir que están compuestos por partes indivisibles, lo cual nos lleva a una paradoja: tenemos un grupo de soldados en un estadio formados en tres filas, y pedimos a los de la primera fila que se muevan en una dirección y a los de la tercera en la contraria, mientras que los de la fila central se quedan quietos. Una vez que se realiza el movimiento vemos que la fila 1 con respecto a la 2 se mueve una cantidad de espacio en una cantidad de tiempo, pero si comparamos con la fila 3, vemos que la cantidad de espacio recorrido se duplica en una misma cantidad de tiempo. Suponiendo que el desplazamiento de cada fila es de una unidad de espacio en una

3 Recojo la presentación de Aristóteles pues es, en general, acertada teniendo en cuenta las demás referencias sobre Zenón. Esta aporía es presentada así (*Fís*, VI 9, 239b): "(a) El cuarto argumento es acerca de unos cuerpos iguales que, en un estadio, se mueven en direcciones opuestas frente a otros cuerpos iguales, algunos desde el fin del estadio y otros desde la mitad, a igual velocidad. (b) En este argumento ocurre que se llega a creer que la mitad del tiempo es igual al doble del mismo. (c) El falso razonamiento consiste en que se supone que un cuerpo de igual tamaño es capaz de pasar a la misma velocidad y en el mismo tiempo tanto frente a un cuerpo en movimiento como frente a un cuerpo en reposo. (d) Supóngase que unos cuerpos AA, iguales y en reposo; otros cuerpos BB, iguales en número y en tamaño a los anteriores, y que parten desde el final del estadio a la misma velocidad que B. (e) Ocurre que el primero de los B alcanza al último de los C, y, al mismo tiempo, el primero de los C al último de los B, moviéndose los unos frente a los otros. (f) También el grupo C pasó delante de todos los B, pero B pasó sólo delante de la mitad de los A, de modo tal que el tiempo requerido fue sólo la mitad. Pero el tiempo empleado por cada uno para pasar delante de cada uno de los otros, fue igual. (g) Sucede entonces que al mismo tiempo el primer B pasó delante de todos los C, pues el primer C y el primer B estarán simultáneamente en los extremos opuestos –ya que, como dice, empleó el mismo tiempo para pasar delante de los B que para hacerlo delante de los A– en razón de que ambos necesitaron el mismo tiempo para estar frente a los A". Cordero, Néstor Luis, *Los filósofos presocráticos*. Madrid: Planeta, 1998, p. 218, 220.

unidad de tiempo, al pasar una unidad de tiempo, la fila 1 estará a una unidad de espacio con respecto a la 2 y a dos unidades con respecto a la 3. Si se hace la pregunta de cuántas unidades de tiempo gasta la fila 1 con respecto a la 2 para desplazarse una unidad de espacio, la respuesta no deja dudas, pues es una unidad. Pero si se pregunta por cuánto tiempo gasta la fila 1 con respecto a la 3 en recorrer una unidad de espacio, la respuesta no existe, pues tendría que dividirse a la mitad la unidad de tiempo, lo cual es impracticable ya que aceptamos que tanto el tiempo como el espacio son finitamente divisibles. Por tanto, el movimiento es imposible. Hoy lo que diríamos es que los movimientos relativos no pueden ser comparados si aceptamos estas condiciones, lo que en últimas llevaría a negar todo movimiento, pues todos son relativos en tanto se hacen con referencia a sistemas u observadores. Por ahora podemos respirar tranquilos porque estas no son las condiciones que se aproximan a nuestra visión actual sobre tiempo y espacio, aparentemente nuestras ideas sobre tiempo y espacio como sucesiones discontinuas no son hoy aceptables, por lo que simplemente podemos pasar a considerar las demás posibilidades.

2. La flecha [4]. Si aceptamos que el espacio es finitamente divisible y que el tiempo es infinitamente divisible, nos encontramos con esta paradoja, según la cual, si una flecha se mueve en una trayectoria determinada, el espacio que recorre está dividido en unidades discretas e indivisibles. Pero, como el tiempo es continuo, es posible hacerse la pregunta acerca de dónde está la flecha mientras transcurre el tiempo, que no tiene unidades discretas; en otras palabras la flecha solamente puede ocupar los límites exactos de las unidades en los que el espacio se encuentra dividido, pero no podría estar en ningún lugar intermedio, por lo cual el movimiento, de ser posible, tendría que realizarse a saltos; la flecha no podría más que desaparecer en un lugar para reaparecer en otro distante una unidad de espacio, sin la posibilidad de que exista un intermedio. Si asimilamos la flecha a un punto, lo que encontramos es una entidad similar a un electrón, cuyo comportamiento es semejante, en el sentido en que no puede ocupar un lugar intermedio entre órbitas alrededor de un átomo y por eso no tiene más opción que *saltar* entre los dos lugares sin poder ocupar los intermedios. De todas maneras todavía no tenemos mucho de que preocuparnos en el sentido en que esta concepción del espacio como discontinuo no es la opción más común sobre lo que se piensa en torno a su estructura y, sin embargo, desde el punto de vista generado por la mecánica cuántica habría que examinar el asunto más detalladamente.

Alguna parte de este argumento se puede resolver como un problema de percepción: si la dificultad no está en el movimiento real sino en la manera en como este se percibe, es fácil comprobar que nuestra percepción visual no es continua. Si lo fuera nuestro cerebro estaría completamente atiborrado del permanente flujo de información visual, auditiva, olfativa, táctil, gustativa. Por eso el

4 En la versión de Aristóteles (*Fís*, VI 9, 239b): "Pero Zenón razona en falso. Dice que, si siempre todo está en reposo o se mueve, la flecha arrojada está inmóvil, pues lo que se mueve está siempre en un instante cuando está en un espacio igual a sí mismo. (...) El tercer argumento es el que se expone ahora: la flecha arrojada está inmóvil. Esto se deduce de suponer que el tiempo está compuesto de instantes; pero si se admite esto, no se inferirá la conclusión". Cordero, (1998) p. 222, 223.

cerebro actúa procesando los cambios; así por ejemplo, si un olor es permanente lo dejamos de percibir y también otras sensaciones se atenúan en la medida en que se hacen constantes. Por otra parte el trayecto entre los órganos de percepción y el cerebro hace necesario que las sensaciones persistan y que el cerebro reaccione más al cambio pues los impulsos nerviosos distan mucho de ser instantáneos, es más, son muy lentos. Esa es la explicación de la persistencia retiniana que nos hace ver como continuos los movimientos en el cine y en la televisión, en los que vemos 24 o 30 imágenes *fijas* en cada segundo, pero las percibimos como un continuo. Sin embargo, considero que el problema no es de percepción, el problema está en que bajo esta forma de concebir el tiempo y el espacio los objetos, por móviles que aparezcan, no pueden hacer otra cosa que ocupar un lugar a la vez, tal como si la realidad estuviera confinada a una aparición y desaparición súbita como la que se ve bajo una luz estroboscópica. Quedan aún dos posibilidades con las cuales se conserva la esperanza en que todo se pueda reducir a un vano sofisma.

3. La dicotomía [5]. Asumiendo que el espacio es infinitamente divisible y que el tiempo es discreto, nos encontramos con la siguiente situación paradójica. Un móvil que pretenda recorrer un camino determinado, antes de terminarlo tiene que pasar por la mitad de ese trayecto. Pero, a la vez, antes de recorrer esa mitad, tendrá que recorrer la mitad de esa mitad. Y antes, la mitad de esa mitad y así sucesiva e indefinidamente, por lo que el móvil no puede salir del punto de partida. Todo movimiento que se pretenda hacer debe recorrer previamente una cantidad infinita de trayectos que a su vez pueden dividirse en una cantidad infinita de trayectos, razón por la cual el movimiento es imposible. Y aquí está el mayor problema, pues estamos mucho más acostumbrados a esta concepción del espacio como continuo, pero esto nos genera el problema grave de cómo construir una secuencia medible, finita, cuyas partes no tienen dimensión pues son infinitesimalmente pequeñas.

Este ya es el verdadero problema, lo que se muestra en que la cantidad de variables sobre esta aplicación parece haber sido importante: otra forma de plantearlo es la aporía de los granos de mijo, pues Zenón razona que si un grano de mijo al caer no hace ningún ruido, cómo es posible que una cantidad grande sí haga ruido, esto es, en qué momento surge el ruido con la suma de sucesos que individualmente no lo produce. Se dirá también que es un problema de percepción, pero sigue siendo un problema en el sentido en que nuestra manera de entender la continuidad del mundo real parece incompatible con su posible estructura.

Es notorio que en la formulación de la dicotomía no se utilice el tiempo, pero la explicación puede estar en el hecho de que como no se realiza ningún movimiento no hay la posibilidad de que suceda ninguna secuencia temporal. El nombre de la dicotomía es llamativo porque sugiere que

5 Aristóteles la presenta así (*Fís*, VI 9, 239b; *De lin. Insec.* 968a): "El primer argumento es acerca de la inexistencia del movimiento, pues el móvil debería llegar antes a la mitad que al final del recorrido". "Además, según el razonamiento de Zenón, si es imposible tocar en un tiempo limitado infinitas magnitudes, tomándolas una por una, pues es necesario que el móvil llegue primero forzosamente a la mitad del recorrido, es necesario que exista una cierta magnitud indivisible, pues lo indivisible carece absolutamente de mitad". Cordero (1998) p. 218, 220.

hay dos caminos en el planteamiento o en la solución y lo que se ve es que no los hay, el nombre se debe a que el posible trayecto se divide cada vez en dos partes, pero la cantidad es arbitraria porque funcionaría con cualquier fracción.

4. Aquiles y la tortuga [6]. Este es el argumento más conocido de Zenón y, al igual que el anterior, se basa en la concepción continua del espacio sin considerar el papel del tiempo. Partimos de que el tiempo y el espacio son infinitamente divisibles, lo cual nos conduce a una situación sin salida. Aquiles, el de los pies ligeros, va a competir con una tortuga y para que la competencia sea justa se le deja una ventaja a esta. La tortuga recorre parsimoniosamente su trayecto de ventaja, luego de lo cual arranca Aquiles, pero cuando Aquiles recorre ese trayecto la tortuga ya ha recorrido otro más pequeño, y cuando Aquiles recorre ese, la tortuga ha recorrido otro más pequeño y así sucederá hasta el infinito con el inconveniente de que Aquiles jamás podrá alcanzar a la tortuga. Por tanto el movimiento es imposible, según la conclusión que el autor extrae de cada una de las cuatro paradojas.

Este es en efecto un argumento contundente pues si bien es evidente que un corredor alcanza y sobrepasa fácilmente a otro más lento, lo que muestra el argumento es irrebatible, pues la división de las trayectorias que se hace hasta el infinito conduce a los corredores a una marcha aparentemente más lenta mediante la cual el movimiento no se detiene pero se aproxima cada vez más a la imperceptibilidad de la pequeñez, y en medio del proceso el corredor más rápido va adquiriendo la velocidad de la tortuga, aunque también esta se ralentiza; sólo en apariencia, pues no hay ningún elemento que nos lleve a disminuir la velocidad, sólo que se percibiría como lentitud un vertiginoso recorrido que se hace punto por punto. Es, en últimas, otra forma de exponer el problema de la dicotomía con su negación de que podamos elaborar una comprensión cabal del espacio a partir de partes muy pequeñas, sobre lo cual es necesario analizar algunas relaciones e implicaciones.

Hay un gran paralelismo entre las inquietudes de Zenón con respecto a lo que plantearon los atomistas Demócrito y Leucipo, también pertenecientes a la antigüedad clásica, quienes, en un adelanto considerable con respecto a su tiempo, logran formular por vez primera la hipótesis de que los constituyentes últimos de la materia eran partículas indivisibles, *átomos*, es decir, sin partes. Al parecer sus reflexiones surgen de preguntas en principio elementales como cuál es la razón por la que vemos como roja una manzana roja. La respuesta de Platón sería que la manzana apenas es una encarnación imperfecta de la idea de rojez, pero que en realidad no sabemos qué es lo rojo. Aristóteles quizás diría que esa idea es creada por la razón a partir de la experiencia sensible de diversidad de objetos caracterizados por producir una sensación visual común que llamamos color y que convencionalmente denominamos como rojo. Pero los atomistas siguen indagando sobre cuál es la verdadera razón de que

6 Aristóteles dice: "El segundo argumento es llamado «Aquiles». Es éste: el corredor más lento no será nunca alcanzado por el más rápido, pues es necesario que el perseguidor llegue primero al lugar de donde partió el que huye, de tal modo que el más lento estará siempre nuevamente un poco más adelante. Este argumento es igual que el de la dicotomía y sólo se diferencia de éste en que la magnitud que se agrega no se divide en dos". Cordero (1998), p. 220.

percibamos tal sensación asociada a ciertos objetos, entre ellos las manzanas. ¿Es acaso que las manzanas están compuestas de unas partículas elementales que tienen color rojo, saben a manzana y huelen a manzana? Porque el problema es que si una superficie es roja se ha de poder dividir en múltiples fragmentos, cada uno de los cuales sigue siendo rojo. Si iteramos la división al final encontraremos un átomo. Pero no rojo ni de manzana.

Como dedujeron brillantemente los atomistas, no hay algo que pueda ser su menor parte y que conserve su sustancia: las manzanas no están compuestas de átomos de manzana. Realmente es el mismo problema. Cuando Zenón habla de que un grano de mijo, o de que un fragmento de él, no hace ruido, mientras que una cantidad grande sí lo hace, nos encontramos con el mismo problema de cómo componer una magnitud finita a partir de partes infinitesimales o inextensas. El fragmento de grano no hace ruido ¿cuándo aparece el ruido? La manzana es roja, pero si intento descomponerla en partes cada vez más pequeñas, ¿hasta cuándo se conserva su rojez? Como lo dice Antonopoulos: "The argument here went: if this is (still) red, it is not an atom. And if it is an atom, it is (no longer) red"[7], es decir, o se pretende que las partes conservan las características del objeto fraccionado o no se puede concebir que formen ese objeto y no otro. Además, si tengo una magnitud extensa cualquiera, ¿cómo llegué a ella si está compuesta de una cantidad infinita de partes inextensas?: doble problema, el de contar con una serie infinita en acto y el de agregar partes inextensas.

7 Antonopoulos, Constantin. *From Zeno To Complementarity: The Continuity Of The Notion Of Discontinuity*. En: *Philosophy Today*. Celina: Spring 2004.Tomo 48, Nº 1, 24 pgs, pg. 64.

El primer problema es grave porque el trabajo con infinitos tiene el inconveniente de generar paradojas, razón por la cual los matemáticos suelen huirle cambiándolo por un eufemismo: *indefinido*, que parece ser lo mismo pero que no lo es. La serie de los números enteros es infinita en el sentido en que se constituye por medio de una secuencia de números que se suceden unos a otros con un intervalo unitario; sin límite porque ya sea en el campo de los positivos o en el de los negativos la secuencia continúa y no hay un número que sea el último sucesor o, en otras palabras, no han un número que carezca de sucesor, independientemente de su magnitud. El problema de este infinito es que no concuerda con el principio lógico de que el todo es mayor que las partes, pues, por ejemplo, uno de los subconjuntos de los enteros son los números pares y hay tantos pares como enteros ya que a cada número corresponde un par (1-2, 2-4, 3-6, 4-8...). Quedan dos alternativas: o ese no es un principio lógico sino una abstracción derivada del sentido común, o es un enunciado aplicable solo a los conjuntos finitos. Para el caso es lo mismo, pues existen conjuntos aún más grandes: los números reales presentan la curiosa paradoja de estar compuestos por una infinitud de conjuntos infinitos. Cada segmento de la secuencia de números reales tiene a su vez una cantidad infinita de números, sin importar que tan grande o pequeña sea; aquí cada parte es igual al todo. De nuevo, este es uno de los problemas que subyacen a las aporías: cómo puede hablarse de una serie infinita que se presenta con sus infinitas partes en acto. De todas maneras en el problema de la dicotomía se expresa con la mayor claridad el hecho de que nuestra visión matemática del espacio comporta necesariamente su posibilidad de concebirlo como una sucesión actual de cantidades infinitas, lo cual lo hace teóricamente imposible de ser recorrido.

Y ese es el segundo problema, que consiste en crear una magnitud finita, es decir, susceptible de ser medida, a partir de elementos que no tienen dimensión. Este es en realidad el problema principal y que subyace en las aporías del sonido del grano de mijo, de Aquiles y de la dicotomía. Un punto tiene magnitud cero y sin embargo podría formar una línea con magnitud uno, pero esto lo refuta Zenón con el caso de un sonido que no puede existir ya que las partes individuales no lo pueden emitir. Como ya se afirmó, se puede argüir que son las limitaciones de la percepción, pero lo mismo no se puede decir de la sumatoria de cantidades infinitesimales, pues o tienen magnitud, lo cual haría del tiempo y del espacio entidades discretas, o no la tienen y así no podrían nunca sumar una cantidad mensurable por más unidades que se agreguen.

Aristóteles, con la división entre acto y potencia, aparentemente solucionaba la cuestión al decir que el argumento se reduce a una confusión entre un infinito potencial, la cantidad de puntos en los que se puede dividir una extensión cualquiera, y la extensión en acto, que es finita en magnitud [8]. Pero en realidad él mismo genera también una solución con algo de paradoja: el tiempo no se compone de instantes y el espacio no se compone de puntos. A esta afirmación se llega luego de pensar en las partes que podría tener un continuo, partes que deben estar en contacto y ser consecutivas, pero ambas cosas son imposibles, pues el contacto tiene que ser entre partes, pero lo indivisible no las tiene, y esto implica una separación entre partes; la continuidad es también imposible porque siempre podrían existir partes intermedias. La situación es paradójica en la medida en que se concluye la inexistencia de puntos y de instantes como las partes mínimas del espacio y del tiempo respectivamente, y sin embargo eso no excluye la existencia de partes, de las cuales los puntos apenas son los extremos [9].

De todas maneras los atomistas tienen una opción radicalmente diferente de la de Zenón, pues ellos parten de que sí hay unidades básicas sobre las cuales se puede construir y está construida la realidad, mientras que Zenón, en últimas, niega que la realidad esté compuesta de partes. Los atomistas centran su idea en considerar la diversidad de lo real como un problema de estructura, en lo cual también se adelantan a su época: hoy sabemos que es la estructura lo que diferencia un diamante de un puñado de grafito, sólo la estructura, pues no hay casi nada *material* que los distinga. Ellos se enfrentan al grave problema de cómo se generan las percepciones diferenciables de los diversos objetos, texturas y demás sensaciones a partir de las unidades homogéneas e indivisibles formadas por los átomos. Platón dice que las sensaciones son apenas el parco y lejano contacto con la sombra de las ideas, pero los atomistas resuelven el asunto como la relación entre dos diferentes conjuntos de átomos plenamente materiales. Los átomos que forman la manzana y los átomos que me forman entran en relación, se comunican materialmente, intercambian materia de

8 Esta es la base de la distinción entre infinito e indefinido que usan los matemáticos, el primero se refiere al acto, el segundo a la potencia.

9 Caveign, Maurice. *Algunas observaciones sobre el trato que recibe el continuo en los* Elementos *de Euclides y en la* Física *de Aristóteles*. En: GUÉNARD, François y otros, *Pensar la Matemática*. Barcelona: Tusquets, 1999

manera tal que lo que percibo como la rojez de la manzana no es más que el producto de la relación que se establece entre la particular estructura de la manzana y mi particular estructura, provista de unos ojos materiales, formados por átomos, y provista de un mecanismo de análisis de la percepción (hoy llamado cerebro) que no es más que un conjunto de átomos que produce un pensamiento formado por átomos. Sencillo pero grandioso porque es un intento de explicación de la realidad que no depende de las ingerencias de otros mundos, sean estos de las ideas, de los dioses, del alma o de la mente.

LOS INTENTOS DE SOLUCIÓN

Las paradojas de Zenón de Elea parecen superadas. Desde los intentos de solución lingüística hasta las formas matemáticas se cree haber llegado a la solución pero lo único que se ha hecho es reformularlas en otros términos o desvirtuarlas sacando conclusiones apresuradas sobre lo que Zenón no dijo o sobre lo que se quiso que dijera.

Algunos argumentos en contra son falaces porque confunden el problema de la extensión del espacio o del tiempo con el de la estructura, del cual se ocupan las aporías sobre el movimiento de Zenón, es decir, estas se basan en cómo concebimos la naturaleza del tiempo y del espacio, por tanto el ataque debería estar precisamente en el campo de la estructura pero, al contrario, cuando se habla de lo infinito se le obliga a decir algo que el autor no dice.

Por otra parte cuando se considera que algunas simples operaciones matemáticas son capaces de refutarlo nos encontramos con que no hacen más que desvirtuarlo o confirmarlo. Otra forma de ataque puede ser la de ver a Zenón simplemente como un autor trivial que se dedica a confundirnos con un problema intrascendente: un pensador que se dedicó a hacer juegos con el lenguaje y con la lógica elaborando paradojas que no llevan a ninguna parte. Por eso se puede pensar en por qué gastar tiempo en un autor tan antiguo que se dedica inoficiosamente a negar algo tan evidente como el movimiento. Bastaría con pegarle un bastonazo, como se cuenta que un amigo suyo hizo para probar la posibilidad de movimiento, a lo cual Zenón respondió que el engañado era el amigo que tuvo la ilusión del movimiento.

Entrando en materia, una de las objeciones, citada por Alberto Campos, se basa en la "inconsecuencia lingüística" de confundir los términos *infinito* con *ilimitado* o *indefinido*, pues se equipara ese infinito a una sucesión ilimitada, hecho que sería la base de su inconsecuencia. Ese es el argumento de Aristóteles en contra de la paradoja de la dicotomía, en el que se dice que la palabra *infinito* se está usando en dos sentidos, como divisibilidad y como extensión [10], y el hecho de que una extensión sea infinitamente divisible no indica que esté infinitamente dividida y que recorrerla no consiste en pasar uno a uno su infinidad de trayectos o partes posibles; esto es, que es diferente un infinito en potencia que en acto y que la confusión de Zenón se produce por su incapacidad de ver que una trayectoria puede ser divisible, en potencia, pero que eso no significa que esté dividida, en acto. Pero el mismo Aristóteles muestra que esa solución es insuficiente. Quizás retomando la paradoja lo que se puede ver es que en la

10 Guthrie, W.K.C. *Historia de la filosofía griega*. Tomo II. Madrid: Gredos, 1993, p. 104

forma en que se plantea no permite ese paso precisamente porque el movimiento nunca llega a producirse; no hay acto, sólo un movimiento potencial que jamás se llevará a cabo porque, por minúsculo que sea el paso que pretenda dar el móvil, siempre estará dividido en una cantidad infinita de puntos.

El intento de refutación de Bertrand Russell se basa no en las paradojas formuladas como argumentos individuales sino en las ideas que les subyacen. Aun sin una alusión directa, el autor se está refiriendo a la de la flecha cuando dice que "el error de Zenón estribaba en inferir que, no habiendo nada que fuera un estado de cambio, el mundo, por consiguiente está siempre en un mismo estado en cualquier momento. Es esta una consecuencia que en modo alguno resulta necesariamente" [11]. Esto es, que lo se critica a Zenón es que concibe la sucesión temporal como una serie de estados detenidos, como los fotogramas de una película; el posible movimiento dependerá de la noción de continuidad, compuesta por infinitesimales "pero nadie pudo señalar alguna fracción que no fuera cero, y sin embargo finita". El planteamiento de Zenón es más radical, y tal vez por eso Russell da un giro y afirma que esa asunción de lo infinitesimal ha requerido que nos acostumbremos a ciertas concepciones según las cuales entre el presente y el siguiente instante no hay un límite definible. De la misma manera ocurre con el movimiento: no hay, para Russell, un estado de movimiento; un móvil está primero en un lugar y luego en otro, pasando por lugares intermedios en los tiempos intermedios. Los problemas que surgen son, primero, que esto no pasa de reformular la dicotomía y segundo, que los *estados* de movimiento y de reposo son efectivamente, condiciones relativas al observador: mucho tiempo ha pasado desde el momento en que la física concebía la quietud como el único estado inercial. Dicho sea de paso ha sido difícil superar la asociación entre las palabras inerte e inercial quizás por la asociación entre inercia y muerte; pero, desde Galileo, la inercia se empieza a concebir como asociada también a ciertos estados de movimiento; Newton ya lo formula de manera explícita como la resistencia de un cuerpo a perder su quietud o movimiento rectilíneo. Por tanto, efectivamente, la quietud y el movimiento son estados. Hecho que era rechazado por Zenón, para quien, en palabras de Russell "todo cuerpo está siempre donde está". De todas formas lo que muestra Russell es su molestia como matemático y como filósofo de que pueda ser postulada una objeción tan contraria al sentido común y a nuestros intentos de cuantificación de la realidad.

Refutaciones matemáticas

En un muy conocido libro de matemáticas, el *Cálculus* de Apóstol [12] hay un intento de refutación de las aporías en la que se hacen algunos aportes, pero hay otras cosas que son por lo menos extrañas, pues la aporía que presenta está mal expuesta o comprendida. Si bien en el primer momento el autor hace la reconstrucción clásica de la dicotomía, luego la interpreta de una forma errada poniéndola al revés de como se lo planteó inicialmente. Un móvil para recorrer

11 Campos, Alberto. *Matemática para Filosofía - De Pitágoras a Euclides*. Bogotá: Universidad Nacional, 1980 Campos, p. 85

12 Apóstol, Tom M. *Calculus*. Barcelona: Reverte, 1965, vol. 1. Pag. 457-461

una distancia determinada debe antes recorrer la mitad de esa distancia y antes debe recorrer la mitad de ese trayecto y antes la mitad de ese y así hasta el infinito; por tanto el móvil no puede salir del punto de partida. Se habla de un corredor, que para Apóstol comporta una situación ideal, es decir la de un punto que se mueve por un segmento de recta:

> el corredor parte del punto marcado con 1 en la figura y corre hacia la meta marcada con 0. Las posiciones indicadas por 1/2, 1/4, 1/8, ... , etc., señalan la fracción de carrera que se ha de correr todavía cuando se alcanza el punto marcado. Estas fracciones (cada una de las cuales es la mitad de la anterior) subdividen todo el trayecto en un número indefinido de partes cada vez más pequeñas. Puesto que para recorrer por separado cada una de estas partes se necesita una cantidad positiva de tiempo, parece natural afirmar que el tiempo necesario para el trayecto total ha de ser la suma total de todas esas cantidades de tiempo. Decir que el corredor nunca puede alcanzar la meta equivale a decir que nunca llega a ella en un tiempo finito; o dicho de otro modo, que la suma de un número infinito de intervalos positivos de tiempo no puede ser finita[13].

Hay errores en la simple exposición de la paradoja: Apóstol la presenta diciendo que para recorrer un segmento se debe primero recorrer primero la mitad, luego la mitad del trayecto restante y así sucesivamente hasta aproximarse indefinidamente al punto de llegada; lo cual es diametralmente contrario a Zenón, quien afirma que el móvil no puede salir del punto de partida. El otro *adendum* extraño es que se soluciona la paradoja a partir del uso de una sumatoria de secuencias temporales, que es, de la misma manera, completamente impracticable pues si no se produce ningún movimiento ¿qué tiempo puede sumarse? Pero aún asumiendo que el caso hubiera sido planteado por Zenón en la óptica de Apóstol, tampoco se podría solucionar porque requiere de una aproximación ilícita, de un salto que no puede ser superado porque en él se implica exactamente el centro del argumento: es imposible construir un segmento finito como un agregado de infinitesimales; la noción de límite que se usa como aproximación de la sumatoria no hace más que poner en términos matemáticos lo que Zenón dijo en palabras.

Veamos cómo Apóstol salta de la dicotomía a la paradoja de Aquiles. En este último caso es factible hacer una sumatoria de trayectorias o aún de tiempos, aunque realmente el matemático lo quería aplicar a la dicotomía. Lo que se hace es presumir que el corredor[14] para cubrir la mitad de la trayectoria gasta un tiempo T, por lo que se presume que, al no cambiar de velocidad, recorrerá el doble de ese trayecto, es decir la totalidad, en un tiempo 2T. Así para hallar el tiempo total habrá que hallar la sumatoria de:

$$T + T/2 + T/3 + ... + T/n + ...$$

El mecanismo por el cual el tercer término no es T/4 no es muy claro y alude a la asignación de velocidades decrecientes arbitrarias. Apóstol parece creer que el problema está en que la velocidad del móvil es cada vez menor y que en eso consiste la potencia del argumento, pero esa velocidad decreciente es lo más lejano posible a Zenón, carece por completo de cualquier tipo de

13 Apóstol (1965), pag. 457

14 Cuando habla de "el corredor" Apóstol está reconociendo en alguna medida que está mezclando dos argumentos, el de la dicotomía con el de Aquiles y la tortuga, pues en el primero se habla de un móvil y en el segundo de un corredor, Aquiles.

asidero no solo en los referencias directas sino aún en los más lejanos comentaristas; el asunto no consiste en que el corredor vaya disminuyendo su velocidad en la medida en que se hacen más cortos los trayectos, el problema es qué tan lícito es construir una sumatoria finita a partir de fragmentos que por definición tienen que carecer de longitud. Apóstol construye una hipérbola bajo la cual se alojan los valores decrecientes de los tiempos asociados a cada fragmento de la trayectoria, en una sucesión decreciente que se acerca asintóticamente a 0. Efectivamente el resultado de esa sumatoria es una cantidad finita que *tiende* a 2T. Tiende, se aproxima, es decir, que para el caso de Aquiles y la tortuga los tiempos gastados en la competencia se aproximan a la misma cantidad. Esto equivale exactamente a lo que dijo Zenón. Expresémoslo asignando valores a los movimientos; si decimos que el corredor va 10 veces más rápido que el lento animal (aunque cualquier proporción es posible sin alterar el resultado), nos encontramos con que por cada 10 unidades de espacio recorrido por Aquiles (también se puede hacer con el tiempo), la tortuga recorrerá una unidad y así sucesivamente:

	1	2	3	4	5	6	n
A	0	10	1	0,1	0,01	0,001	...
T	10	1	0,1	0,01	0,001	0,0001	...

Es evidente que ambas sumatorias *tienden* hacia el mismo punto, es decir que los dos móviles se acercan progresivamente hacia el mismo punto. Pero en la realidad Aquiles superaría tranquilamente a la tortuga, mientras que en la aporía Aquiles estará siempre por lo menos un punto atrás de la tortuga. Lo que dice Apóstol es que por el concepto de límite las dos sumatorias se hacen iguales, pero esa noción se aplica teniendo en cuenta, que, ya que la sucesión tiene una cantidad infinita de términos, lo que se hace en la práctica es aproximarla a su tendencia, a su límite, cosa que no soluciona el problema pues siempre hay por lo menos un trayecto infinitesimal que separa a los dos móviles.

Este argumento fue el que se utilizó en el siglo XIX para superar las paradojas desde el punto de vista de las matemáticas, pero esta solución no es válida porque no hace más que poner en términos cuantificados un problema que va más allá, es decir que se encarga de cuestionar de forma aguda la manera en la cual entendemos los problemas relativos a tiempo, espacio y movimiento. Otros matemáticos hacen cuentas con el tiempo: si el móvil más rápido tiene una velocidad x, esto indica que recorre un determinado espacio en un determinado tiempo, al sumar los resultados de x más un fragmento cualquiera encontrarán que Aquiles ya ha rebasado a la tortuga. Evidentemente eso es lo que vemos en la realidad pero no lo que decía Zenón.

Un argumento externo

Desde mi punto de vista el autor que mejor ha entendido estos problemas es el pensador francés, de fines del siglo XIX y comienzos del XX, Henri Bergson, tan desapercibido últimamente, pero es quien se ocupa del problema del tiempo en obediencia a una perspectiva interpretativa que desafortunadamente no es la más usual entre quienes se dedican a la filosofía de la ciencia.

Su argumento se basa en algo que no se ha pensado con claridad cuando se ha intentado refutar a Zenón y es la dificultad enorme con la cual nos encontramos cada vez que intentamos comprender lo que realmente implican el tiempo, el espacio y el movimiento. Por eso el autor nos hace caer en cuenta de que hay un problema serio en la manera en la cual cuantificamos nuestras percepciones sobre la realidad en cuanto tiene relación con los aspectos mencionados y así lo enuncia:

> Se dice con mucha frecuencia que un movimiento ha tenido lugar *en* el espacio y cuando se declara el movimiento como homogéneo y divisible piénsase en el espacio recorrido, como si pudiese confundírsele con el movimiento mismo. Ahora bien, reflexionando todavía más se verá que las posiciones sucesivas del móvil ocupan en efecto espacio, pero la operación por la que pasa de una posición a otra, operación que implica duración y que no tiene realidad más que para un espectador consciente, escapa al espacio. No nos las habemos aquí con una *cosa* sino con un *progreso*: el movimiento, en tanto que paso de un punto a otro, es una síntesis mental, un proceso psíquico y, en consecuencia, inextenso [15].

Esto es muy claro, cada vez que intentamos hacer una descripción matemática de lo que entendemos por un movimiento real, trabajamos con él como si se lo pudiera trasladar a un papel, como si el modelo de trayectoria que dibujamos fuera la fiel representación de un hecho que aconteció en el mundo. Por eso trabajamos con el movimiento, como lo dice Bergson, como si fuera homogéneo y divisible, es decir, como si el movimiento fuera simplemente la trayectoria o el espacio que se recorre. Que no es sino otra forma de espacializar el tiempo. La concepción clásica del tiempo no ha podido más que entenderlo como un factor operativo que puede ser trabajado como un variable más o como una de las coordenadas de un plano cartesiano. Aún las concepciones relativistas siguen en alguna medida metiéndolo dentro de cierta visión ortogonal de lo que hoy llamamos espacio-tiempo, pero que son de todas maneras intentos de hacer comprensible espacialmente un fenómeno que es esencialmente dinámico, esto es, como lo dice Bergson, que el movimiento no es "una *cosa* sino un *progreso*", es decir que el movimiento se resiste a ser reducido a un objeto espacial, el cual es susceptible de medida, de fraccionamiento, de percepción asincrónica. En cambio de eso nos encontramos con que el movimiento, para ser real, se hace efectivo en una secuencia temporal que percibimos por medio de un proceso mental, que por su misma naturaleza no puede ser extenso; se sintetiza a partir de las posiciones cambiantes que se pueden percibir. Entonces, es evidente que lo que hay aquí es una confusión entre dos cosas completamente diferentes, una, el hecho del movimiento y la otra su trayectoria, el espacio que ese móvil recorrió, es decir, la línea que describió el móvil por un espacio determinado. Esa dificultad en separar los dos hechos es lo que para Bergson genera las paradojas de Zenón y otras relativas a nuestras concepciones sobre tiempo y movimiento.

El movimiento no puede estar compuesto de partes porque su división lo desvirtúa, caso que se ve en la paradoja de Aquiles: en la realidad los pasos del corredor son unitarios y el hecho de que la trayectoria sea inferior a la de un paso, como va sucediendo progresivamente en la paradoja,

15 Bergson, Henri. *Ensayo sobre los datos inmediatos de la conciencia*. En: *Obras escogidas*. México: Aguilar, 1959, p. 121

no conllevaría la imposibilidad del movimiento. Es decir, como los trayectos se hacen cada vez más pequeños eso implicaría que los pasos fueran cada vez más cortos, factor que es contrario a la realidad del movimiento. Otra forma de entender la paradoja es reducir a puntos los móviles, lo que permite olvidarnos del problema de los pasos, pero no impide la existencia de las paradojas, cuyo centro consiste en la divisibilidad progresiva e infinita de las trayectorias. La propuesta de solución de Bergson apela al hecho de que los movimientos no poseen esa posibilidad de ser divididos de la forma en que lo pueden ser los espacios recorridos; un movimiento que se descompone es en realidad un movimiento diferente, pues, por ejemplo, si un proyectil realiza un movimiento parabólico, descomponer su movimiento a la mitad significa detenerlo a medio camino, es decir, impedir que la parábola se realice; esa trayectoria no se realizó y nunca lo hará pues cada movimiento tiene una ocasión única y es irrepetible, pues el tiempo en que se realiza es un continuo que no deja ocasión a segundas oportunidades.

CONCLUSIONES

Lo que se ha intentado mostrar en este trabajo es que Zenón de Elea fue capaz de adentrarse en puntos fundamentales acerca de nuestras concepciones sobre el tiempo, el espacio y el movimiento. Hemos prestado plena confianza a las concepciones de la física relativas a estos puntos, pero, tanto desde la ciencia como desde la filosofía, es cada vez más claro que siguen existiendo graves y profundos problemas al respecto.

Aún no sabemos con certeza qué es el tiempo, aún pensamos bajo la idea de San Agustín de que sabemos qué es el tiempo siempre y cuando no nos lo pregunten. El tiempo puede ser definido como medida del cambio, pero siendo que los cambios tienen notorias irregularidades, cómo definirlo sin caer en una paradoja, pues terminaríamos midiendo los cambios con una medida que se deriva de ellos, como si fuera un sistema autorreferencial. Tal como lo dice Bergson, si el tiempo se acelera, para la ciencia no ocurre nada pues las fórmulas con las que se trabaja no tendrían ninguna alteración. Las mismas paradojas de la relatividad así lo revelan: los gemelos que se separan, uno para viajar a alta velocidad y otro que se queda en la Tierra experimentan tiempos diferentes, uno desacelerado con respecto al otro, pero ambos operan con sus relojes y las mismas ecuaciones adecuadas a sus respectivos sistemas referenciales; la paradoja se genera cuando se encuentran, pues en ese momento se puede comprobar que los tiempos que han vivido son diferentes.

Ignoramos fundamentalmente qué es el tiempo y por eso nos cuesta mucho esfuerzo entender cómo es posible que el tiempo se escape a esa línea en la cual solíamos inscribirlo; la relatividad nos dice que el tiempo es mucho más raro, pues se comprime o se alarga, se deja afectar por la gravedad, como si fuera pesado, se deja impresionar por la velocidad; quizás en el futuro descubramos que se bifurca como en uno de los laberintos de Borges. Lo que se puede decir es que aún tenemos interiorizada la concepción común sobre el tiempo, para nuestro inconsciente el tiempo sigue siendo absoluto y lineal a pesar de que la ciencia se empeñe en destruirnos esa anacrónica ilusión.

Es probable que, así como lo señalan algunos autores, una vez que se aceptan los postulados de Zenón, las paradojas son irresolubles, como lo expresa el matemático Jesús Hernando Pérez:

> La historia de Zenón merece contarse con cierto detalle pues desde nuestro punto de vista, sus argumentos se mantienen aún en todo su vigor. Suele decirse que el discurso zenoniano sobre el movimiento va dirigido específicamente contra la posibilidad de su existencia. Aunque esta interpretación tiene algún sentido histórico realista, nos parece más razonable entenderlos como una demostración contundente de la incapacidad de la metodología analítica para explicar el movimiento. No se trata de afirmar la imposibilidad de describir correctamente el movimiento mediante procedimientos analíticos, cosa que los matemáticos y físicos han hecho sobre todo a partir de Galileo y Newton, sino más bien de entenderlo. La pregunta aquí no es entonces, de qué manera se desplazan los móviles sino más bien cómo es posible que lo hagan y esto último es incomprensible analíticamente [16].

Este comentario apunta a la posibilidad de que en realidad Zenón esté atacando, en lugar de a los contradictores de Parménides a los seguidores de Pitágoras. La concepción de estos de que el número se limita a los naturales dificulta su uso como medio de plasmar las complejas realidades del mundo, que en últimas no están tan lejos, más bien tan cerca como en un cuadrado de lado unitario, cuya diagonal es inconmensurable con la longitud de sus lados. El asunto es que podemos describir detalladamente el movimiento de los cuerpos pero aún no entendemos cómo se mueven ni por qué caen.

Sigo pensando que hay serias nociones cuestionadas por medio de Zenón, entre ellas la visión mecanicista de la realidad, basada en la recurrencia a un nivel fundamental en el cual podamos descansar tranquilos nuestros pies y nuestra conciencia. Así lo dice Antonopoulos: "Existence requires a foundation, and infinite divisibility deprives us of just that" [17], la osadía de Zenón nos lleva al micromundo simplemente para que comprendamos que nada entendemos, allí nos enfrenta con el grave hecho de que cualquiera sea la estructura que le queramos poner al tiempo o al espacio nos conduce a fatales paradojas que se enfrentan a lo que percibimos y a lo que pensamos. Los atomistas lo saben y por eso postulan la necesidad de partir de elementos materiales para construir la realidad.

Nuestros intentos de cuantificación del movimiento son esencialmente incompletos: la prueba es señalada por Bergson en conceptos usuales en la ciencia como el de velocidad instantánea. El concepto de velocidad relaciona espacio recorrido con un tiempo pasado, pero cuando utilizamos ese concepto de velocidad instantánea estamos determinando el paso de un móvil por un punto determinado en cierto instante. El punto no tiene dimensión y el instante no dura, entonces este es un concepto de velocidad en la que no hay espacio ni tiempo. Es tan ficticio como útil. Y lo mismo sucede con el uso del tiempo como operador: dentro de una ecuación el tiempo puede tener valores negativos, pero, ¿qué significa esto en realidad? Sería equivalente a un tiempo invertido, un tiempo que corre en la dirección contraria a la usual. En la dirección usual los sistemas tienden a desorganizarse y la entropía tiende a aumentar; además ese

16 Pérez, Jesús Hernando. *Sobre los métodos en las matemáticas.*

17 Antonopoulos, p. 67

tiempo psicológico o perceptivo nos señala que hay un pasado, un presente y un futuro que ven siempre en ese orden, lo que nos impide recordar el futuro pues no ha acontecido. La física, ante las dificultades en explicar esa secuencia ha llegado a pensar que es tan solo una ilusión, tal como fue visto por Einstein, pero en la actualidad no le ha quedado más remedio que aceptar que es real, como puede ser probado con las alteraciones termodinámicas: hay un tiempo en el que ciertos acontecimientos ocurren y la tendencia de la energía a disiparse así lo señala. El tiempo no es ficticio ni ilusorio y así se ve en la estructura actual del Universo, en una expansión que coincide con el paso del tiempo, que muestra que hay una dirección al pasado, en el que toda la materia tiende a estar más cercana y un futuro en el cual se dispersa.

Falta aún considerar otra cuestión y es si la divisibilidad zenoniana es del espacio o de la materia. La física cuántica señala que hay límites de divisibilidad en la materia, por lo menos hasta donde se ha podido comprobar en nuestros días. Las misma noción de quantum señala que las partículas materiales ofrecen una cantidad mínima bajo la cual los eventos no operan y por eso los fotones son paquetes indivisibles de energía. Pero eso no indica que se conciban el tiempo y el espacio como discretos pues lo que se cuantiza es el movimiento, no el espacio. Por ejemplo, Antonopoulus afirma que la flecha que salta de un punto a otro no genera una paradoja, es simplemente una descripción de cómo se efectúa el movimiento en realidad[18]. Así es, en efecto, como se realiza el movimiento de los electrones, pues su naturaleza dual onda-partícula señala que no hay más que algunas posibilidades para sus órbitas, razón por la cual pasa de una órbita a otra con saltos cuánticos emitiendo o absorbiendo un paquete indivisible de energía, un fotón. Tales posibilidades causaron una enorme resistencia en las concepciones clásicas de la física por su completa contraevidencia, porque estamos acostumbrados a percibir el movimiento de una forma completamente continua. Sin embargo la divisibilidad absoluta comporta situaciones más absurdas que la atomización, prueba de ello son estas y otras paradojas.

Lo más justo con Zenón es ver las paradojas como una totalidad, ante lo cual la única solución sería analizarlas bajo las posibilidades que pueden ser ofrecidas por la lógica trivalente o por la lógica difusa, análisis que escapa a los límites del presente comentario. Otra opción es entrar a considerar el problema relativo a las escalas, frente al cual puede haber una unificación de algunos concepciones sobre las paradojas. Es posible que lo que nos impide tener una visión de conjunto en la física actual esté ligado a este problema de las escalas pues la visión mecanicista nos impide comprender que los problemas tienen una escala dentro de la cual son comprensibles. Newton, por ejemplo, tiene sentido a la escala corporal humana pero lo va perdiendo progresivamente en la medida en que se incrementan las magnitudes de masa y velocidad y lo pierde por completo a escala subatómica. Las teorías que lo reemplazan, a su vez, son muy capaces de explicar cada una su escala pero no logran tener una visión de conjunto. El mismo intento de las ciencias de acudir a la definición de un nivel fundamental genera el mismo tipo de problema: en biología no se puede definir

18 Antonopoulos, p. 18

si lo primero a estudiar sea la célula, el ADN o una serie de interacciones químicas entre moléculas; en psicología el ser humano como unidad no puede ser visto sin perder la perspectiva si no se acude a los lazos sociales; la química no se deja resolver en física. Estos ejemplos muestran que hay pérdidas fundamentales si se desconoce la escala en la que actúan ciertos fenómenos.

Esto es lo que sucede con las paradojas de Zenón, con la definición de continuidad y con los intentos de solución: trasladan nuestra forma de pensamiento de la escala de lo perceptible al micromundo, sin tener en cuenta que este es esencialmente diferente. Nos cuesta tanto trabajo imaginar cómo salta un electrón de un nivel a otro porque lo seguimos imaginando como una partícula material, solo que muy pequeña; somos incapaces de concebir la dualidad onda-partícula en términos inteligibles y lo mismo sucede con las paradojas relativas a las grandes escalas. Son paradojas en la medida en que trasladan ilícitamente las formas de una escala hacia otra en la que carecen por completo de sentido. La división de la materia llega hasta cierto punto en que se siguen conservando algunas características del objeto particionado pero de ahí en adelante no tiene sentido seguir hablando de que es el mismo objeto. Hablar de la divisibilidad del espacio prácticamente carece de sentido en pequeñas magnitudes, pues el espacio del micromundo es en realidad un espacio de posibilidades más que el receptáculo de la materia al que estamos acostumbrados.

Bibliografía

ANTONOPOULOS, Constantin. *From Zeno To Complementarity: The Continuity Of The Notion Of Discontinuity*. En: *Philosophy Today*. Celina: Spring 2004.Tomo 48, Nº 1, 24 pgs

APÓSTOL, Tom M. *Calculus*. Barcelona: Reverte, 1965, vol. I.

BELL, F.T. *Historia de las matemáticas*. 2ª ed. México: Fondo de Cultura Económica, 2002

BERGSON, Henri. *Ensayo sobre los datos inmediatos de la conciencia*. En: *Obras escogidas*. México: Aguilar, 1959.

BORGES, Jorge Luis. *Prosa completa*. Vol 1. Barcelona: Bruguera, 1985.

CAMPOS, Alberto. *Matemática para Filosofía - De Pitágoras a Euclides*. Bogotá: Universidad Nacional, 1980

CAVEING, Maurice. *Algunas observaciones sobre el trato que recibe el continuo en los* Elementos *de Euclides y en la* Física *de Aristóteles*. En: GUÉNARD, François y otros, *Pensar la Matemática*. Barcelona: Tusquets, 1999

CORDERO, Néstor Luis (traductor), *Los filósofos presocráticos*. Biblioteca Clásica Gredos. Madrid: Planeta, 1998

GUTHRIE, W.K.C. *Historia de la filosofía griega*. Tomo II - *La tradición presocrática desde Parménides hasta Demócrito*. Madrid: Gredos, 1993

LOSEE, John. *Introducción histórica a la filosofía de la ciencia*. Madrid: Alianza Editorial, 2001

MONDOLFO, Rodolfo. *El pensamiento antiguo - Historia de la filosofía greco-romana*. Vol I: Desde los orígenes hasta Platón.8ª ed. Buenos Aires: Losada, 1980.

PÉREZ, Jesús Hernando. *Sobre los métodos en las matemáticas*.

PRIGOGINE, Ilya. *¿Tan solo una ilusión?* 4ª ed. Madrid: Tusquets, 1997.

SERRES, Michel. *Historia de las Ciencias*. 2ª ed, Madrid: Cátedra, 1998.

Recibido 12/10/04. Aprobado 26/11/04