

Aprovechamiento del material manipulativo para fortalecer el pensamiento matemático en aula multigrado

*Lina Rocío Jiménez Camargo**
*César Iván Espinosa Romero***

Artículo de investigación
Fecha de Recepción: 23 marzo 2018.
Fecha de Aprobación: 28 julio 2018.

Resumen

Este artículo es el avance de una investigación que tuvo como objeto, describir cómo el uso continuo de material manipulativo en aula multigrado contribuye al fortalecimiento del pensamiento matemático en cuanto a conceptos relacionados con la estructura multiplicativa. Se siguió la metodología de Investigación Acción Educativa, desarrollándose en tres fases: en la primera fase, se abordó el diagnóstico, el cual partió del análisis de la realidad del contexto y la situación a resolver; en la segunda

fase, son las acciones que permitieron mitigar las necesidades, desarrollando la propuesta en tres niveles: básicas, prácticas y de aplicación, usando el método de resolución de situaciones problema expuesto por George Pólya, también teniendo como soportes investigaciones y teorías relacionadas con el tema tratado, tales como las de Baraone (2005), Godino, Batanero y Font (2004), MEN (1996), Pérez y Ramírez (2011), Vergnaud (2001); la última fase fue la reflexión realizada a partir de los resultados arrojados de las acciones propuestas, este análisis se

*Institución Educativa
Campo Elía,
Boyacá-Colombia
lrjc85@gmail.com
** Universidad Pedagógica
y Tecnológica de Colombia,
Boyacá-Colombia
ceivesro611@hotmail.com





hizo con los docentes de la Institución Educativa en donde se llevó a cabo la intervención, resaltando la importancia de reevaluar continuamente las prácticas pedagógicas sobre estrategias implementadas con los educandos para proponer solución a situaciones problema. A manera de conclusión, se evidencia que tanto estudiantes como

docentes requieren herramientas y estrategias claras que ayuden a potenciar las habilidades para desarrollar competencias en las Matemáticas.

Palabras clave: material manipulativo, problemas matemáticos, etapas de Pólya, pensamiento matemático, multigrado.



Introducción

Este estudio constituye un esfuerzo orientado a brindar herramientas para contribuir al desarrollo de competencias Matemáticas de los estudiantes de la Institución Educativa Campo Elías Cortés de Berbeo - Boyacá, que hacen parte de la unidad de análisis, mediante fundamentos teóricos y uso adecuado de material didáctico manipulativo. En efecto, debemos considerar que la estrategia didáctica clave para resolver problemas no es enseñar a solucionar, sino “enseñar a pensar”, que es quizás la tarea más difícil de la práctica docente. Los maestros sabemos que no siempre todas las estrategias didácticas con las cuales se intenta enseñar a resolver problemas matemáticos permiten construir competencias Matemáticas que ayuden al estudiante desarrollar un modo de pensar, razonar y hacer (Vila & Vallejo, 2005).

Esto es una situación que interesa a todo un sistema y comunidad educativa, es por ello que desde el gobierno a través de su plan sectorial del Ministerio de Educación Nacional se plantea como objetivo la transformación de la calidad educativa y, con ello, se crea el Programa Todos a Aprender, que busca mejorar los aprendizajes de los estudiantes de básica primaria, desarrollando las competencias en Lenguaje y Matemáticas, llegando a establecimientos educativos oficiales, para así acortar brechas existentes entre la educación rural y urbana. El programa se encamina en la marcha de desarrollar acciones pedagógicas que fortalezcan las prácticas en el

aula, brindando referentes curriculares claros, que indiquen los objetivos de aprendizaje, desarrollar herramientas apropiadas para la evaluación, trabajar en la selección y uso de materiales educativos para los maestros y estudiantes, estas deben estar acordes con los ambientes de aprendizajes. Asimismo, se definió un plan de formación y acompañamiento para los docentes en sus propias aulas (formación situada), ya que es en la interacción entre pares y educadores con sus alumnos donde ocurren las verdaderas transformaciones educativas. Para así lograr que los estudiantes mejoren su desempeño y fortaleciendo las condiciones que favorezcan los procesos de aprendizaje (MEN, 2012).

A partir del año 2015, el Programa toma un nuevo rumbo que permite fortalecer esos acompañamientos, a través del seguimiento de protocolos teniendo en cuenta los resultados presentados en el ISCE (Índice Sintético de Calidad Educativa), donde se tiene en cuenta los cuatro componentes: Progreso, Desempeño, Eficiencia y Ambiente Escolar. Al analizar el componente de progreso en los últimos tres años (2014, 2015 y 2016), se observa que en la Institución Educativa Campo Elías Cortés hay una variación en dicho proceso, ya que son notorias las diferencias en los porcentajes de cada nivel y en cada una de las competencias evaluadas en el área de Matemáticas, las cuales son: Razonamiento, Comunicación y Resolución, esto se da tanto a nivel de grado 3° como de grado 5°.

A partir del año 2015, el Programa toma un nuevo rumbo que permite fortalecer esos acompañamientos, a través del seguimiento de protocolos teniendo en cuenta los resultados presentados en el ISCE (Índice Sintético de Calidad Educativa), donde se tiene en cuenta los cuatro componentes: Progreso, Desempeño, Eficiencia y Ambiente Escolar.

Por lo anterior, se buscó responder a la pregunta ¿Cómo contribuye el uso de material manipulativo en el fortalecimiento del pensamiento matemático en cuanto a las estructuras multiplicativas en estudiantes de aula multigrado de la Institución Educativa Campo Elías Cortés de Berbeo Boyacá?

En el diagnóstico realizado, se encontró primeramente falencias en los estudiantes en cuanto a la resolución de situaciones problema y, en especial, los que tenían que ver con estructura multiplicativa; igualmente, en entrevista con los docentes ellos manifestaban la importancia del uso de material manipulativo para el proceso de enseñanza-aprendizaje de los educandos; sin embargo, también declararon que, debido a las múltiples funciones y contenidos a desarrollar en todas las áreas de un aula multigrado, se dificulta la implementación de dicho material, debido al tiempo que requiere su preparación, planeación y explicación a los estudiantes. Por ende, a través del presente documento se pretende describir cómo el uso continuo de material manipulativo en aula multigrado contribuye al fortalecimiento del pensamiento matemático, en cuanto a conceptos relacionados con las estructuras multiplicativas, a partir de una estrategia didáctica basada en situaciones problema.

Referentes teóricos

A continuación, se sustenta teóricamente el presente documento con investigaciones y estudios realizados sobre el uso de material manipulativo,

estructura multiplicativa y estrategias para resolución de problemas durante el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas, y el aprendizaje significativo en la metodología de escuela nueva.

Uso de material manipulativo

En cuanto al uso de material concreto y la concepción presentada por Piaget en su teoría del desarrollo cognitivo, se destaca que para que el estudiante realice conceptualizaciones Matemáticas es necesario estimular sus sentidos a través de la manipulación de objetos de su entorno, donde en la transición del pensamiento concreto al formal se van modificando estructuras mentales que facilitan la interacción físico y social con el mundo. Esto facilita la enseñanza de las Matemáticas, ya que la manipulación de material concreto permite el desarrollo de experiencias que favorecen en los educandos la observación, el análisis, la conceptualización y la generalización (Leiva, 2006).

Lo anterior nos permite afirmar que, el uso de material manipulativo en la orientación de las Matemáticas en la básica primaria es de relevancia, ya que el uso de este aporta para que el aprendizaje de los diferentes contenidos conceptuales se vuelva significativo en cuanto a su aplicación en situaciones reales y contextualizadas, evitando así caer en el uso continuo de estrategias memorísticas que no son de ningún interés para los estudiantes y limitan su comprensión frente a las temáticas



a ejecutar. En nuestro quehacer como docentes al conocer conceptualmente el uso de recursos en la enseñanza y, a su vez, reflexionar sobre la complejidad de los mismos; estamos comenzando a clasificar los materiales en “ayudas de estudio”, entendiendo que son todos aquellos recursos que ayudan a la organización y planeación de contenidos; mientras que, los materiales manipulativos buscan apoyar y potenciar el razonamiento matemático (Godino, Batanero & Font, 2004; Jiménez, Limas, & Alarcón, 2016).

Sistema de estructura multiplicativa y estrategias para resolución de problemas

Según Vergnaud (2001), “El concepto de estructura multiplicativa consiste en un conjunto de problemas que involucran operaciones aritméticas y nociones de tipo multiplicativo, como multiplicación, división, fracción, razón”. La estructura multiplicativa es uno de los temas que presenta mayor dificultad en las aulas de clase, al hablar de resolver y formular situaciones problemas tanto rutinarios como no rutinarios. Baroddy (citado en Pérez & Ramírez, 2011) define que:

En los problemas rutinarios, los datos y la incógnita están claramente especificados, hay una única solución y el camino para obtenerla es fácilmente deducible; mientras que en los problemas no rutinarios, la información que se suministra o bien es insuficiente, o hay datos que sobran, existen distintas estrategias de resolución, pueden existir distintas soluciones

o bien no tener ninguna solución posible (p. 175).

Dentro de los referentes de calidad como son los Lineamientos Curriculares¹ (MEN, 1996), Estándares Básicos de Competencia Matemática² (MEN, 2006) y Derechos Básicos de aprendizaje v.2³ (MEN, 2016), se establece el desarrollo del aprendizaje en situaciones tipo de proporcionalidad directa simple, combinación, comparación y conversión, siguiendo los problemas rutinarios y no rutinarios.

Baraone (2005), dentro de las estrategias para la solución de problemas, determina las planteadas por George Pólya, investigador matemático, quien define que “un problema se resuelve correctamente si se atraviesan ciertas fases, cada una de las cuales requiere de un conjunto de estrategias, tales como responder a algunas preguntas o realizar actividades específicas” (p. 314). Dichas fases son:

- Comprender el problema.
- Trazar un plan para encontrar la solución.
- Llevar a cabo el plan y verificar el procedimiento realizado.
- Comprobar el resultado.
- ❖ Comprender el problema: la comprensión del problema implica responder a estas preguntas:
 - ¿Cuál es la incógnita?
 - ¿Cuáles son los datos?
 - ¿Cuáles son las condiciones?

¹ Son las orientaciones epistemológicas, pedagógicas y curriculares que define el MEN con el apoyo de la comunidad académica educativa, para apoyar el proceso de fundamentación y planeación de las áreas obligatorias y fundamentales definidas por la Ley General de Educación en su artículo 23.

² Son criterios públicos que permiten juzgar si un estudiante, una institución o el sistema educativo en su conjunto, cumplen con unas expectativas comunes de calidad.

³ Los Derechos Básicos de Aprendizaje en su segunda versión, explicitan los aprendizajes estructurantes para un grado y un área particular.

- ¿Es posible cumplir las condiciones?

Comprender el problema implica entonces tener la seguridad de que se conoce la incógnita, los datos y las condiciones que se relacionan con esos datos. Este procedimiento de exploración indica que la base para poder resolverlo es cerciorarse que se ha comprendido el enunciado, se entiende qué es lo que se debe averiguar y con qué datos se cuenta para ello. La comprensión lectora del educando está claramente implicada en esta fase, lo que supone el manejo de un vocabulario específico de contenido matemático.

Es conveniente tener en cuenta que, la estrategia para el estudiante no implica que “comprenda el problema”, sino que “esté convencido que lo ha comprendido”. Para ello, es prioritario “concretar el problema” y esto significa encontrar el método de representarlo, de tratar de graficarlo, diagramarlo y plantearlo en términos de una notación simbólica, de acuerdo con el nivel de abstracción alcanzado por el alumno.

- **Concebir un plan:** luego de que se haya comprendido el problema, será muy útil idear un plan general con el objetivo de hallar su solución. La satisfacción de esta etapa requiere de un conjunto de procedimientos que implican que el individuo recuerde dilemas afines que ya sabe cómo resolver. Al respecto, cabe destacar dos estrategias para el reconocimiento previo de problemas similares: recordar uno conocido de estructura análoga al que se tiene

delante y tratar de resolverlo, por un lado; y por otro, pensar una cuestión de estructura conocida que presente el mismo tipo de incógnita y que sea más sencilla.

La concepción de un plan implica que se intente responder las siguientes preguntas: ¿me he encontrado con una pregunta similar?, ¿lo he visto antes de forma diferente?, ¿conozco alguna cuestión relacionada?, ¿conozco algún teorema que me pueda ser de utilidad? Descubrir las relaciones existentes entre los datos y la incógnita, experimentar la necesidad de tener en cuenta problemas auxiliares si no se encuentra una relación inmediata y tratar de elaborar un plan de resolución, son algunas estrategias que pueden ser puestas en acción si se responden a las preguntas anteriores.

- **Ejecutar un plan.** El plan proporciona una línea general para la resolución de un problema, pero no asegura que los detalles puedan ser resueltos en forma específica en cada caso. En esta fase, entonces, es necesario un seguimiento riguroso y un examen detallado de cada paso, de forma tal que no queden espacios a partir de los cuales se incurra en errores. Al idear un plan, se determina qué operación u operaciones se seguirán y, durante la ejecución del mismo, se realizan efectivamente esas operaciones o cálculos. Cuando se lleva a cabo el plan de resolución, será necesario comprobar cada paso, determinar si se puede ver con claridad que el paso dado es el correcto y si se



puede justificar o demostrar que es el correcto.

- **Verificar la solución.** Esta es una fase de resolución de problemas que algunas veces suele dejarse de lado, ya que una vez encontrada la solución, existe una tendencia general en casi todas las personas a darse por satisfechas. Sin embargo, la solución hallada puede ser errónea. En la verificación, es preciso examinar y preguntarse si en la solución obtenida se puede comprobar el resultado y el razonamiento, si se puede obtener el resultado de otra manera y si el procedimiento se puede aplicar a otro enigma. Además, Pólya propone la utilización de procedimientos heurísticos, tales como la descomposición del problema en otros que sean más simples y el uso de diagramas o gráficos entre otros.

Si, además, junto con esta toma de conciencia se le brinda al estudiante posibilidades de desplegar estrategias que le permitan a él mismo determinar la corrección de su respuesta, no solo resolverá mejor los problemas, sino que también podrá ir construyendo un pensamiento independiente. En otras palabras, podrá “saber” y, a la vez, “saber que sabe”, aspectos que resultan trascendentales, tanto para su autovaloración como autoevaluación.

- **Tarea del docente:** lo anterior sería insuficiente sin la orientación adecuada del docente en cada etapa o fase del proceso, en este sentido, es posible afirmar que existen momentos “claves” para que dicha

intervención pedagógica se lleve a cabo, para así evitar que el estudiante se detenga y fracase en la resolución. Además, estos momentos resultan adecuados si se implementan a modo de intervención, donde se enseñe estrategias para enfrentar diferentes situaciones problemáticas. Los momentos claves de la tarea del docente son:

- **Primer momento: buscar una representación adecuada.** Una de las dificultades más frecuentes que se observa en la resolución de problemas, es la comprensión de su enunciado, entonces, el educador puede proponer al niño que “dibuje el problema”, es decir, que lo traduzca a un tipo determinado de código o de notación. Mientras el alumno realiza la representación, *la tarea del docente* consistirá en:
 - Observar si la cuestión ha sido comprendido o no. La representación o la traducción del enunciado a un código diferente revelan, de manera casi segura, la dificultad que se pueda presentar al estudiante; también expone y evidencia el error de toda claridad.
 - Brindar al alumno herramientas para comprender el problema, puesto que al representarlo el estudiante puede concretarlo, especificarlo e incorporarlo a su estructura cognitiva. Con frecuencia, sucede que se piensa que se ha comprendido este primero; sin embargo, cuando se intenta representarlo, se pone

de manifiesto la búsqueda de una representación adecuada, por lo tanto, ayuda a la toma de conciencia de la no comprensión del mismo para que así, se pueda volver al enunciado, leerlo atentamente y focalizar con precisión sobre los puntos inconsistentes que la primera representación haya revelado. De todos modos, si el problema se comprendió es igualmente útil la representación, debido a que con ella se permite un análisis más rápido y conciso de la situación.

- Ayudar a los educandos a obtener la habilidad necesaria para que busquen representaciones adecuadas. Saber y saber que se sabe representar un problema son destrezas que sirven no solo para resolverlos, sino también de la vida cotidiana.
- **Segundo momento: buscar posibles soluciones.** Cuando el estudiante no sabe qué pasos seguir, es importante que no crea que su situación constituye un obstáculo insuperable. Asimismo, debe tener la tranquilidad de que la equivocación es una posibilidad más en el camino para alcanzar una solución. Por lo tanto, es necesario que el alumno vuelva a pensar y busque la manera de acercarse de a poco a la solución correcta; incluso, puede valerse de estrategias que lo ayuden a alcanzar su meta. En este Punto, el *rol del docente* también debe estar evocado a orientar e intervenir en

este momento del proceso, a partir de la presentación de contenidos que el alumno pueda relacionar con conceptos, conocimientos y saberes previos. Al respecto, las intervenciones que debe realizar el educador implica, concretamente, la enseñanza de temas curriculares.

- **Tercer momento: comprobar los resultados.** Una vez que se llega a la solución de un problema, está merecida y debe ser verificada. En este sentido, el educador tiene que insistir que los estudiantes cumplan con dicha verificación. En efecto, si los jóvenes la utilizan como una estrategia de todos los días y la incorporan rápidamente en sus prácticas serán capaces, además, de detectar sus propios errores y desplegar de manera independiente su propio pensamiento. Llegar a la solución correcta es importante, pero saber reconocer cuándo se encuentra la respuesta correcta, resulta clave para la construcción del pensamiento matemático. La tarea del docente consiste entonces en proveer al alumno de herramientas que le permitan realizar un análisis de la coherencia del resultado obtenido con base en los datos del dilema. Esto permite que el estudiante reconozca rápidamente sus errores y revise los pasos que dio para resolver una situación. Sería ideal que estas estrategias fueran consideradas por los educadores durante el proceso de enseñanza-aprendizaje, a fin de que los estudiantes las internalicen hasta convertirlas en habilidades propias del pensamiento (pp. 315-324).



Aprendizaje significativo en la metodología Escuela Nueva

En su artículo sobre la teoría del aprendizaje significativo de David Ausubel, Torres (2017) menciona que el primero “ponía mucho énfasis en elaborar la enseñanza a partir de los conocimientos que tiene el alumno, se ayuda al estudiante a que siga aumentando y perfeccionando el conocimiento que ya tiene” (p. 3). En el aprendizaje significativo, se acepta la teoría que establece que las estructuras mentales se reestructuran continuamente, ya que puesto en acción en un aula de clase se parte del conocimiento previo, relacionando y dando sentido al mundo que percibe el educando, este consta de tres categorías: representativa, supone el aprendizaje de los símbolos; conceptual, permite reconocer las características de un concepto determinado; y proposicional, que implica aprender el significado que está más allá de los conceptos que componen una preposición. Se hace necesario poseer un conocimiento representativo, para así abordar la comprensión de un concepto, el cual se vuelve requisito como punto de partida para llegar a nuevos conceptos por medio de la asimilación.

La didáctica en Escuela Nueva es una de las fortalezas en la propuesta pedagógica (activa), ya que es coherente con la metodología de aprendizaje colaborativo, que reconoce como indispensable y valiosa la construcción social de los conocimientos, la importancia de los contextos para lograr aprendizajes significativos, la función

de las interacciones entre docentes, estudiantes y conocimientos en el aula, la necesidad de atender diferentes ritmos de aprendizaje, el carácter formativo, participativo y permanente de la evaluación, la contribución de todas las áreas al desarrollo de las competencias, y la importancia de cultivar la creatividad y el pensamiento divergente. Además, se cuenta con libros guías de aprendizaje que se basan en principios pedagógicos divididas explícitamente en actividades básicas, prácticas y de aplicación, las cuales manejan las secuencias didácticas. Estos componentes están intrínsecamente relacionados porque se genera y se realimenta a partir de los aprendizajes logrados en los diversos escenarios en donde se lleva a cabo la educación, a la luz del saber pedagógico y con el apoyo de los principios y las estrategias didácticas (MEN, 2010).

Metodología

El paradigma desarrollado durante el proceso de investigación es de tipo cualitativo interpretativo, “Se concibe como un conjunto de prácticas interpretativas que hacen al mundo visible” (Moral, 2016, p 164), lo transforman y convierten en una serie de representaciones en forma de observaciones, anotaciones, grabaciones y documentos, ya que intenta encontrar sentido a los fenómenos desarrollados a través de la descripción, comprensión e interpretación de los fenómenos referentes al aprendizaje de la estructura multiplicativa a partir de la resolución de problemas siguiendo un proceso metodológico (Sampieri y Mendoza, 2008).

El paradigma desarrollado durante el proceso de investigación es de tipo cualitativo interpretativo, “Se concibe como un conjunto de prácticas interpretativas que hacen al mundo visible”

El enfoque desarrollado durante el proceso corresponde al tipo de investigación acción-educativa (Elliot, 2000), ya que el estudio se centró en los problemas cotidianos experimentados tanto por los educandos como por los docentes, analizando y comprendiendo el contexto; partiendo primeramente de la fase de **diagnóstico** del problema que se presenta en el aula multigrado acerca de la realidad y necesidad sobre el proceso para desarrollar situaciones problema, partiendo de los resultados presentados en el ISCE (Índice Sintético de Calidad Educativa), pruebas internas y externas, prueba diagnóstica⁴ aplicada a los estudiantes y encuesta desarrollada por los docentes de primaria.

Posteriormente, se pasó a la fase de **acción** planteando un procedimiento que permitiera a los educandos fortalecer su pensamiento matemático, llevándolos a la interpretación, argumentación y proposición de soluciones de las diferentes situaciones matemáticas propuestas, entre las acciones para abordar el problema inicialmente se realizaron adaptaciones a las situaciones de acuerdo con el contexto de multigrado, se propuso un esquema que contenían las etapas propuestas por Pólya, el cual ayudó a facilitar la ejecución de cada etapa y la orientación por parte del docente, enfocándose en el uso de material manipulativo.

Finalmente, se hizo la **reflexión** con los docentes sobre el procedimiento utilizado en la orientación para desarrollar situaciones problema y de

cómo, siguiendo una metodología, se puede llegar a mejorar los aprendizajes en los educandos, siendo motivante tanto para el estudiante que ejecuta el estudio como para el maestro que busca mejorar su práctica pedagógica.

La población con la que se trabajó el proceso investigativo es de la Institución Educativa Campo Elías Cortés del municipio de Berbeo (Boyacá). Esta cuenta con 300 estudiantes desde grado transición hasta grado once, contando con la sede principal, cinco sedes rurales y una sede urbana de primaria, siendo estas últimas multigrado contando con el trabajo de un directivo docente, dieciséis docentes y cuatro administrativos. Como muestra de la población objeto de estudio, se tiene a los estudiantes de los grados 3° y 5° de la sede urbana, debido a que son los estudiantes que presentan mayores dificultades en sus competencias Matemáticas, constituyen un total de veintinueve (29) estudiantes, que oscilan entre los 8 y 14 años de edad, de estratos 1 y 2, y a los ocho (8) docentes de la básica primaria tanto del sector rural como urbano.

Las técnicas de recolección de información escogidos que permitieron desarrollar el problema, hacerle un seguimiento y analizar los resultados de la información real y veraz con el fin de que contribuya al mejoramiento en las prácticas pedagógicas y el aprendizaje de los educandos, son: observación directa, prueba diagnóstica y grupo focal. Como instrumentos, se usaron: las discusiones en grupo, encuesta, registro fotográfico, audio y video.

4 Tomada de una situación problema planteada en el material PREST de Matemáticas dado por el Programa Todos a Aprender. A los estudiantes de 3° se les planteó la situación “la fiesta de los monstruos”; a los estudiantes de grado 5°, “el congreso internacional de las pequeñas criaturas” (MEN, 2015).



Resultados preliminares

A continuación, se describen los resultados preliminares que se han encontrado en el estudio realizado en cada una de las fases del proyecto.

Fase de diagnóstico: para esta fase, se tuvo en cuenta los resultados de pruebas internas y externas; igualmente, situaciones problema planteadas dentro del material PREST (MEN, 2015) de Matemáticas entregado a la Institución Educativa por parte del Programa Todos a Aprender. Ante esto, se obtuvieron los siguientes resultados:

- Los estudiantes presentan grandes dificultades en la competencia de resolución evidenciándose en los resultados de las pruebas internas y externas aplicadas. Con base en dos sesiones realizadas con los estudiantes, se observó que lo anterior se debe a que posiblemente ellos se enfocan en buscar solamente realizar una operación y dar respuesta a la pregunta sin idear y seguir ningún procedimiento para la solución, en muchos casos sin hacer una lectura detenida del problema a resolver.
- Los docentes encuentran interesante el uso de material manipulativo, sin embargo, al trabajar en aula multigrado, se dificulta su aplicación debido a que requiere mucho tiempo de planeación y ejecución de las actividades, esto se evidencia en la encuesta realizada a los mismos.
- Se reconocen las ventajas de trabajar los contenidos con el apoyo de material manipulativo; sin

embargo, la falta de capacitación, las múltiples actividades a desarrollar, la planeación y, en ocasiones, elaboración del material, hace que este no se use dentro de las prácticas pedagógicas.

- Tanto los docentes como los estudiantes ven la facilidad de comprender las situaciones a través de la elaboración de esquemas, donde se desglosa las diferentes tareas a desarrollar, tal como lo afirma George Pólya en la proposición de etapas para resolución de situaciones problema, comprensión, idear un plan, ejecución del plan, revisión y verificación.

Fase de acción: se desarrollaron fichas de trabajo con situaciones problema, planteadas dentro del material PREST (MEN, 2015) de Matemáticas dado por el Programa Todos a Aprender, donde se buscó que los estudiantes emplearan las estrategias de George Pólya mediante el uso de esquemas y material manipulativo, facilitando la comprensión y desarrollo de cada una de las etapas. Con estas acciones, se obtuvo como resultados:

- El uso de esquemas y material manipulativo ayudan a que los estudiantes comprendan mejor una tarea prevista dentro de una situación problema, y a la vez se va fortaleciendo su pensamiento matemático empezando por lo concreto, pasando por lo pictórico y llegando a lo abstracto, como lo define Piaget en sus etapas del pensamiento y desarrollándose así el aprendizaje significativo (ver tabla 1).

Tabla 1. Desarrollo de situación problema usando el método Pólya a través de esquemas.

Situación problema: Lisias, el cocinero del rey Zenus, hornea todos los días deliciosos pasteles para alimentar a los trabajadores que reparan la nave. Lisias sirve los pasteles en bandejas de plata en las que caben 6 pasteles como máximo. Hoy, el rey le ha pedido que hornee 50 pasteles. Lisias cree que le bastarán las 8 bandejas de plata para cumplir con el pedido del rey. ¿Crees que tiene razón? ¹			
COMPRENDER EL PROBLEMA	IDEAR UN PLAN	EJECUTAR EL PLAN	REVISAR Y VERIFICAR
<p>Incógnita o tarea:</p> <p>Encontrar si bastarán las 8 bandejas para cumplir con el pedido del rey.</p> <p>Datos:</p> <p>6 pasteles por bandeja.</p> <p>50 pasteles</p> <p>8 bandejas.</p> <p>Condición:</p> <p>Colocar 6 pasteles por cada bandeja.</p>	<p>Debemos sumar o multiplicar lo que hay en cada bandeja.</p>	$ \begin{array}{r} 6 \\ \times 8 \\ \hline 48 \\ \\ 50 \\ - 48 \\ \hline 02 \end{array} $ <p>No tiene la razón porque no alcanzan las 8 bandejas para los 50 pasteles</p>	<p>Justifica tu respuesta:</p> <p>No caben los pasteles porque al colocar 6 en cada bandeja, teniendo 8 bandejas sobran 2 pasteles.</p> <p>¿Dí respuesta correcta a la incógnita? <u>sí</u></p> <p>¿Es el único procedimiento? <u>no</u></p> <p>¿Es la única respuesta? <u>no</u></p>

Fuente: situación tomada del análisis de resultados del proyecto investigativo “Uso del material manipulativo para fortalecer el pensamiento matemático sobre estructura multiplicativa en aula multigrado”

- El gran avance respecto al uso de las etapas establecidas por George Pólya, hace que el proceso de estructura multiplicativa sea un acto consciente, evidenciándose el uso de su definición usual como sumas iteradas y además se observan representaciones de estas haciendo uso del material manipulativo, lo cual amplía la capacidad de análisis de los estudiantes y permite a los mismos usar la forma verbal, gráfica, numérica en un problema y así ampliar sus horizontes de comprensión.
- Para que haya un proceso de metacognición, es necesario seguir un procedimiento claro y sencillo que le permita al estudiante ser consciente de su aprendizaje, siendo fundamental que el docente



sea ese facilitador brindando las herramientas necesarias para que la evolución del pensamiento

matemático se dé de manera exitosa (ver figura 1).



Figura 1. Uso de material manipulativo para la comprensión de situaciones problema.

Fuente: elaboración propia.

En la fase de reflexión: en reunión con los docentes, se analizó la situación sobre el uso de material manipulativo para el desarrollo de las Matemáticas, solicitándoles que expusieran las ventajas y desventajas de este, y qué beneficio encuentran en el material PREST (MEN, 2015) de Matemáticas entregado por el Programa Todos a Aprender 2.0 (ver figura 2). Frente a esta situación, las reacciones de ellos fueron:

• Ventajas:

- El uso de material manipulativo favorece la conceptualización de contenidos matemáticos.
- Son muy estimulantes para los estudiantes, ojalá si son de colores vivos.
- Favorece el trabajo en grupo.
- Permite mejorar los aprendizajes de los estudiantes.

• Desventajas:

- No hay suficiente capacitación en el manejo de material manipulativo.
 - No se cuenta con suficiente material para todos los estudiantes, por lo que se dificulta emplearlo en el desarrollo de las actividades.
 - Algunos estudiantes terminan “jugando” con el material, sin usarlo para lo que realmente se necesita.
 - La planeación, elaboración y ejecución de actividades con material demanda mucho tiempo.
 - Para trabajar en aula multigrado, mientras unos estudiantes de un grado usan el material, los estudiantes de los demás grados se distraen con el mismo material.
- Estrategias para abordar las desventajas:
- Realizar capacitaciones continuas a los docentes acerca del uso de

- material manipulativo dentro de sus prácticas pedagógicas.
- Garantizar la cantidad de material necesario para todos los estudiantes y/o trabajar en grupos cooperativos donde se fortalezca el compartir el material existente.
- Dar el debido uso al material manipulativo, brindando apoyo y orientación por parte de los docentes a los estudiantes, sin dejar de lado el juego libre como forma de usar también el material.
- Planear y elaborar material de ser necesario con grupos de apoyo al docente, estos pueden ser los mismos educadores, padres de familia y/o estudiantes de grados superiores.
- Brindar a los estudiantes una orientación clara y concreta que permita hacer uso adecuado del material y, si es posible, unificar temáticas a desarrollar, teniendo en cuenta el nivel de complejidad de cada grado, para que todos los educandos tengan la oportunidad de dar múltiples usos al material manipulativo.



Figura 2. Reflexión con docentes sobre el uso de material manipulativo.

Fuente: elaboración propia.

Conclusiones

A lo largo del proyecto investigativo, se desarrolló una propuesta que busca promover el aprendizaje de estructura multiplicativa a través de la resolución de problemas y con el uso continuo de material manipulativo, sobre todo en aula multigrado. Durante todo el proceso investigativo y en el desarrollo de cada una de las fases, se

obtienen unas conclusiones parciales, debido a que esta propuesta se puede seguir trabajando dentro de las prácticas pedagógicas para mejorar los aprendizajes de los educandos. A partir del análisis de los resultados obtenidos, se concluye que:

- Inicialmente, con los estudiantes fue difícil la comprensión de cada una de las etapas propuestas por



George Pólya para dar solución a situaciones problema, ya que no entendían el procedimiento que se solicitaba, por ende, fue necesario ajustar en varias sesiones el esquema, que permitió posteriormente ayudar a los educandos a entender cada una de las etapas siguiendo un paso a paso y junto con el uso del material manipulativo se evidenció mayor comprensión y proposición de diferentes formas de solución.

- Los docentes reconocieron las ventajas de trabajar los contenidos con el apoyo de material manipulativo; sin embargo, también es necesario profundizar en la formación y actualización del manejo e implementación de este para que así haya un mejor impacto en el aprendizaje de los educandos.
- El uso de estrategias claras y concretas son necesarias al momento de resolver situaciones problema, esto se debe dar con un buen acompañamiento por parte del docente para que, de esta forma, se verifique si efectivamente el estudiante realiza un procedimiento adecuado y no solamente se da una respuesta, para que así haya realmente un aprendizaje significativo.
- Para que se evidencie el avance del proceso de aprendizaje del educando, es fundamental partir de lo básico para llegar a lo complejo, haciendo siempre realimentación en cada uno de los niveles.
- Si bien es cierto que al implementar el uso de material manipulativo dentro de las prácticas pedagógicas demanda tiempo para su planeación, en muchas ocasiones elaboración y ejecución, también es cierto que el uso continuo de este permite desarrollar en el educando un pensamiento de operaciones concretas (Piaget, 1980) que, correctamente, le ayudarán a lo largo de su trayectoria escolar.
- La propuesta desarrollada permitió trabajar, de manera concreta, las etapas de Pólya haciendo uso de material manipulativo, el cual favoreció el proceso de aprendizaje de los educandos y ayudó a fortalecer el pensamiento matemático a través de soluciones problema de estructura multiplicativa. Igualmente, sirvió de guía para los docentes quienes tuvieron una opción clara para poder orientar a sus estudiantes en el proceso para estas soluciones.
- Para terminar, esta propuesta invita a los docentes a que reflexionemos sobre nuestro quehacer diario, ya que no importa qué tan despacio aprende un estudiante, lo importante es que nunca dejemos de apoyarlo para que siga aprendiendo.

Referencias

- Baraone, L. (2005). *Cómo construir competencias en los niños y desarrollar su talento*. Buenos Aires, Argentina: Ed. Cultural.
- Elliot, J. (2000). *La Investigación Acción en Educación*. Madrid, España: Morata.
- Godino, J., Batanero, C., & Font, V. (2004). *Didáctica de las Matemáticas para Maestros*. Granada, España: GAMI.
- Hernández, R., & Mendoza, C. P. (2008) El matrimonio cuantitativo cualitativo: el paradigma mixto. In J. L. Álvarez Gayou (Presidente), 6º Congreso de Investigación en Sexología. Congreso efectuado por el Instituto Mexicano de Sexología, A. C. y la Universidad Juárez Autónoma de Tabasco, Villahermosa, Tabasco, México
- Jiménez, A., Limas, L. J., & Alarcón, J. E. (2016). Prácticas pedagógicas matemáticas de profesores de una institución educativa de enseñanza básica y media. *Praxis & Saber*, 7(13), 127-152. <https://doi.org/10.19053/22160159.4169>
- Leiva, M. (2006). El pensamiento lógico en la educación infantil. *Revista Digital "Investigación y Educación"*, (22), 1-3.
- MEN. (1996). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. Bogotá, Colombia: Cooperativa Editorial Magisterio.
- MEN. (2006). *Estándares Básicos de Competencias*. Bogotá, Colombia: Revolución Educativa Colombia Aprende.
- MEN. (2010). *La escuela Nueva frente a los retos de la sociedad contemporánea: fundamentos de pedagogía para la escuela del siglo XXI*. Bogotá, Colombia: Serie Publicaciones para Maestros.
- MEN. (2012). *MINEDUCACION. Lineamientos del Programa Todos a Aprender*. Recuperado de http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-310659_archivo_pdf_sustentos_junio27_2013.pdf
- MEN. (2016). *Lineamientos para las aplicaciones muestral y censal*. Resultados Pruebas Saber 3° 5° y 9°. Bogotá: ICFES.
- MEN. (2015). *Módulos de Situaciones Problema del Programa Todos a Aprender 2.0*. Bogotá: PREST.
- Moral, C. (2016). Estrategias para resistir a la crisis de confianza en la investigación cualitativa actual. *Educación XX1*, 19(1), 159-177, doi:10.5944/educXX1.14227



- Piaget, J. (1980). *Psicología y pedagogía*. México: Editorial Ariel
- Pérez, Y., & Ramírez, R. (2011). Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Fundamentos teóricos y metodológicos. *Revista de Investigación*, 35(73), 169-193. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=376140388008>.
- Torres, A. (2017). *Psicología y mente*. Recuperado de <https://psicologiaymente.net/desarrollo/aprendizaje-significativo-david-ausubel#!>
- Vergnaud, G. (2001). Problemas aditivos y multiplicativos. En Ministerio de Educación Cultura y Deporte, *Dificultades del aprendizaje de las Matemáticas* (pp. 187-225). Madrid, España: Secretaria General Técnica.
- Vila, A., & Vallejo, M. (2005). *Matemáticas para aprender a pensar*. Madrid, España: Narcea.