

Fortalecimiento del pensamiento numérico variacional

Ana Cleotilde Robles Vargas*
Elio Yurney Dávila Alfonso**

Artículo de investigación
Fecha de Recepción: 3 julio 2018.
Fecha de Aprobación: 30 noviembre 2018.

Resumen

Basados en la experiencia de aula y mediante el análisis de las pruebas externas, una prueba diagnóstica y la aplicación de una entrevista semiestructurada, son notables los bajos resultados en el área de matemáticas y el poco interés por parte de los estudiantes frente a la misma; estableciéndose marcadas debilidades específicamente en el pensamiento numérico variacional; de donde nace la idea de una propuesta de cambio de estrategias desde la didáctica; con la implementación y desarrollo de secuencias didácticas para el fortalecimiento de dicho pensamiento en estudiantes del grado noveno; además de motivarlos al cambio de percepciones sobre su aprendizaje. Se realiza con un enfoque cualitativo, mediante la Investigación

Acción, empleando como instrumentos de recolección de información videos y encuesta semiestructurada, adelantado con un grupo de nueve estudiantes de grado noveno. Con la reflexión de los docentes investigadores sobre el objeto de estudio, se establecieron las bases para la planeación de estrategias que desde la didáctica contribuyen a generar un ambiente que permita el cambio en la apropiación del pensamiento numérico y variacional, situaciones que se tuvieron en cuenta dentro de la elaboración y aplicación de las secuencias didácticas, las cuales contaron con una dinámica lúdica y materiales manipulables.

Palabras clave: Didáctica, pensamiento numérico, pensamiento variacional, competencias, estrategias y aprendizaje.

* Institución Educativa
Técnica Jordán
anacroble789@gmail.com
** Institución Educativa
Técnica Jordán
yurney03@hotmail.com



Introducción

En un análisis minucioso de los resultados de los tipos de pensamiento que evalúa el Índice sintético de la calidad Educativa (ISCE) para el año 2016 en la Institución Educativa Técnica Jordán del Municipio de Moniquirá, se evidenció una debilidad en el grado noveno, respecto al pensamiento numérico variacional, lo cual llevó a los autores del presente estudio a preguntarse: ¿De qué forma se contribuye al fortalecimiento del pensamiento numérico variacional a partir de la implementación de estrategias didácticas en estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa?

Por lo anterior consideramos que todas las acciones que puedan realizarse para hacer relevante las tareas de enseñanza y aprendizaje deben ser una constante en la labor del docente (Jimenez, Limas & Alarcón, 2016); por ello es importante que todas las áreas que se enseñan en la escuela partan de un factor fundamental llamado motivación, más aún si se habla de aquellas que no son del gusto particular de los estudiantes, y en las cuales su rendimiento académico tiende a ser muy bajo, así como lo expresan Bolea, Bosch & Gascón, (2001):

Motivar a los alumnos en la institución educativa y conseguir que mejoren su actitud respecto a las matemáticas y su aprendizaje es una de las responsabilidades principales del profesor que está a cargo de esta área, además constituye uno de los factores que determinan el éxito o el fracaso de la enseñanza de las matemáticas

Motivar a los alumnos en la institución educativa y conseguir que mejoren su actitud respecto a las matemáticas y su aprendizaje es una de las responsabilidades principales del profesor que está a cargo de esta área, además constituye uno de los factores que determi-

nan el éxito o el fracaso de la enseñanza de las matemáticas (p. 247).

En este sentido, si el docente es el responsable del éxito motivacional al enseñar matemáticas cabría la pregunta ¿en qué parte del proceso se está fallando? A nivel general es esta asignatura la que menos fanáticos tiene y una de las más importantes en el desarrollo futuro de todo estudiante, sobre todo de aquellos que pretenden prepararse de manera profesional. Mirar las bases de este éxito o fracaso depende de buscar estrategias diferentes al interior de los procesos en el aula, hacer de la clase un escenario en donde el estudiante pueda aprender a manejar los números de forma natural, propósito que debe verse enfocado teniendo en cuenta que en la mayoría de las ocasiones los estudiantes fallan en las bases que tienen sobre el conocimiento de los números, más aún en el conocimiento numérico variacional; es decir, si el niño no conoce la forma en que se mueven los números en una relación de orden sentirá frustración en procesos más complejos que necesariamente tengan en su resolución este conocimiento.

Según el MEN (2008) algo que funcionaría como un buen indicador de que los estudiantes apropian el pensamiento numérico, es la utilización de los números y sus operaciones en situaciones reales, es decir en su cotidianidad, haciendo del cálculo mental una herramienta que forme parte de sus procesos en la resolución de problemas. Dada la importancia que tiene el pensamiento numérico que está formado por dos partes o



procesos (numérico y variacional) merece acciones significativas que permitan, desde los números manejar su conocimiento de orden, relación y operacionalización y en lo variacional las relaciones de igualdad entre cantidades numéricas; de esta manera el estudiante puede desarrollar la habilidad para hacer juicios matemáticos y para utilizar diferentes estrategias que serán favorables al enfrentarse a situaciones que requieran el uso de números y operaciones; estos dos pensamientos matemáticos fundamentales forman parte del interés de la presente propuesta.

Se aclara por un lado que existe una problemática de los procesos de los cuales es responsable el docente desde el ámbito de la motivación, y por otro la importancia que tiene el desarrollo temprano del pensamiento numérico y variacional, pero además existen otros factores que también inciden en el aprendizaje de las Matemáticas, dentro de ellos el gusto innato por las mismas; Gómez (1997) explica que las cuestiones afectivas juegan un papel esencial en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, por lo cual lograr despertar en los niños como tarea primaria ese gusto debe ser esencial para el proceso de aprehensión, además de realizar actividades que les permitan ser actores activos de su clase y que despierten no solo su interés sino además aumenten el gusto por las mismas.

Lo anterior hace pensar en la importancia que tiene el pensamiento de los estudiantes frente a los procesos

vivenciales, factor que incide en los resultados del aprendizaje matemático; de esta manera la propuesta recoge dentro de uno de sus objetivos el indagar acerca de las percepciones de los estudiantes, saber que piensan puede permitir de manera futura realizar ajustes en los procesos de formación.

Otro factor que se hace relevante en esta propuesta es la didáctica que hace parte de los procesos de enseñanza y aprendizaje; Vasco (2006) propone a la enseñanza como una puesta en contexto maestro -alumno - micro entorno, con el ánimo de que sea el alumno quien aprenda a partir de la enseñanza de su maestro a desenvolverse en ese entorno, y es por medio de la didáctica que se puede llegar a ese proceso de aprendizaje. Haciendo referencia a ésta herramienta la presente investigación busca la implementación de estrategias didácticas para el fortalecimiento del pensamiento numérico variacional con el ánimo de encontrar algunos vacíos en el proceso de aprendizaje que pueden afianzarse mediante la aplicación de nuevas estrategias que partan de estas limitaciones y que motiven al estudiante en su aprendizaje.

Finalmente es necesario mencionar la importancia que tiene la descripción de los posibles efectos de la implementación de estrategias didácticas que podrían fortalecer el pensamiento numérico y variacional en los estudiantes del grado noveno de educación básica, permitir por tanto un diagnóstico de estas estrategias didácticas que pueden articularse con el pensamiento numérico y variacional, llevar al aula

estas estrategias didácticas y permitir la generación de diferentes materiales que abra nuevas posibilidades para aprender a aprehender y por último recoger las percepciones que tuvieron los estudiantes que hacen parte de esta propuesta y sobre todo para avanzar de manera más productiva en las temáticas de clase y hacer de la matemática una de las áreas que despierte el gusto la motivación y el interés de los estudiantes.

Consideraciones Teóricas

Estado del Arte

Se realizaron algunas revisiones que se enmarcan en el pensamiento numérico variacional y su desarrollo por medio de la didáctica en la última década, si bien es cierto existen problemáticas cercanas al objeto de estudio de este proyecto muy pocas enfatizan en la didáctica como herramienta de fortalecimiento de este proceso, las que se mencionan encuentran similitudes en los puntos de partida con respecto a la ubicación de la dificultad, tanto en las pruebas externas e internas como en los resultados del proceso académico interinstitucional.

A nivel nacional, Montes (2014) realiza su investigación en varios colegios públicos en la ciudad de Pereira, con respecto al pensamiento numérico variacional, basada en los resultados de las pruebas externas; se centró en averiguar cuáles son los errores conceptuales que no permiten el pleno desarrollo del componente numérico variacional, además de darle gran relevancia a las actitudes de los

estudiantes hacia el aprendizaje de la matemática. Concluyendo que entre las dificultades más marcadas para llegar al pensamiento numérico variacional se encuentran la dificultad en el uso de los números enteros y racionales y el uso de la lógica simple.

Camacho (2013), en Yarumal Antioquia, centra su investigación en los resultados de la prueba saber del año 2012 con estudiantes del grado quinto, la cual arrojó un resultado débil en el componente numérico variacional; implementó el diseño de una unidad didáctica a partir de situaciones problema que permitieron al estudiante aplicar en su cotidianidad lo que aprende; fortaleciendo de esta manera el componente numérico variacional. Al finalizar la aplicación de la unidad didáctica sugiere hacer ver la matemática para el estudiante como algo más aplicado hacia la realidad del individuo y no como un simple algoritmo.

Gómez (2013), trabajó el desarrollo del pensamiento variacional con estudiantes del grado noveno, dentro de sus conclusiones afirma que el estudio del pensamiento variacional en la escuela debe surgir a partir de tareas que dejen claro en el estudiante la noción de cambio, buscando procesos que puedan desarrollar la comprensión y no solo el seguimiento de procedimientos.

A nivel internacional, se encontró un estudio de Cantoral (2004), en México en el cual se muestran una serie de ejemplos de cómo implementar estrategias que desarrollan el pensamiento matemático

Camacho (2013) en Yarumal Antioquia, centra su investigación en los resultados de la prueba saber del año 2012 con estudiantes del grado quinto, la cual arrojó un resultado débil en el componente numérico variacional; implementó el diseño de una unidad didáctica a partir de situaciones problema que permitieron al estudiante aplicar en su cotidianidad lo que aprende; fortaleciendo de esta manera el componente numérico variacional.



y el lenguaje variacional desde un enfoque socio epistemológico. Esta investigación propuso una mirada a las clases desde un ejercicio ligado al constructivismo enfocado en preguntas problema, comenzando desde lo particular a lo general, haciendo énfasis en que los estudiantes se apropian del conocimiento matemático en el ámbito variacional y difunden la noción de la matemática escolar centrada en el uso social y su funcionalidad asociada a los contextos.

Referentes Teóricos

Pensamiento numérico y sistemas numéricos

En lenguaje cotidiano nos referimos al pensamiento numérico como la interacción que tiene el proceso del pensamiento humano con los números desde diferentes perspectivas y en los diferentes escenarios de su vida cotidiana, frente a este concepto, McIntosh (citado por el MEN 1998) afirma que el pensamiento numérico se refiere a la relación que un individuo puede hacer acerca de los números y las operaciones, sobre todo en procesos mentales que permitan abstraer algoritmos. De allí la importancia que el pensamiento numérico sea una práctica propia del contexto, ya que requiere procesos que el estudiante va adquiriendo a medida que da una relevancia a los números, para ello debe involucrarlos en lo cotidiano dándoles un uso significativo lo cual puede permitirle que formule y solucione problemas.

El pensamiento numérico se basa en explorar los procesos cognitivos

y culturales del ser humano para utilizar los números en diferentes contextos y en diferentes situaciones de la vida cotidiana Rico (1996), plantea que el pensamiento numérico variacional abarca temas importantes como la elaboración, codificación, organización, sistematización y comunicación de sistemas simbólicos que se expresan en una estructura numérica, además de las nociones básicas de los números.

Avanzando por los números enteros, racionales, decimales, teorías de los números, iniciación de los procesos infinitos (números reales) y algunos conceptos de álgebra. El pensamiento numérico principalmente basado en los números y su utilización en la vida cotidiana se pueden utilizar de diferentes maneras en diferentes contextos; como secuencias verbales, como cuantificadores, para medir, para expresar un orden, para expresar una locación o simplemente para aprender a manejar algunas herramientas tecnológicas. Dificilmente un trabajador independiente podría pasar una factura de cobro por sus días laborados, no se podría hablar de un futuro chef internacional si no manejara cantidades calculadas para sus recetas, ni de un arquitecto que no realice cálculos en relación al peso y al uso de materiales para el soporte de una construcción.

Debido a ello el estudiante debe ser consciente de la importancia presente y futura del uso de los números en su realidad como lo afirma “En general estos puntos de referencia son

valores que se derivan del contexto y evolucionan a través de la experiencia escolar y extraescolar de los estudiantes” (Montes, 2006, p. 16)

De esta manera los principales ejes del sistema numérico se mueven en torno a: El uso que se le da al número desde los diferentes sistemas numéricos para contar, medir, ordenar, codificar desde las diferentes percepciones y ámbitos en se desenvuelve el niño. También se mueve en torno al manejo de las relaciones, operaciones características y propiedades, además de la comprensión del concepto de las operaciones, su significado, modelos, propiedades y relaciones que se pueden establecer entre estas y por último las aplicaciones de los números y operaciones a través de las relaciones entre el contexto de un problema el cálculo necesario para llegar a su solución. (MEN 1998).

Las actitudes frente a las matemáticas

Algunos autores como Sarabia, (1992); Bolívar, (1995); se refieren a las actitudes afirmando que son predisposiciones comportamentales acompañadas de reacciones valorativas o evaluativas y que se manifiestan por medio del agrado o desagrado de un individuo hacia un objeto (citado en Martínez, 2014). Igualmente Gairín (1990) señala que “las actitudes son instancias que predisponen y dirigen al sujeto sobre hechos de la realidad, filtran las percepciones y orientan el pensamiento para adaptarlo al contexto” (citado en Martínez, 2005, p, 18).

Según diversos autores como Gallego Badillo (2000), Cembranos y Gallego (1988), Sarabia (1992), Robbins (1994), Bolívar (1995), Myers (1995), Gómez (1998) y Gómez-Chacón (2000) expresan que las actitudes pueden manifestarse o expresarse mediante factores tales como ideas, percepciones, gustos, preferencias, opiniones, creencias, emociones, sentimientos, comportamientos y tendencias a actuar. (Citados en Martínez 2008), Los cuales fueron organizados en función de los cuatro (4) componentes o dimensiones actitudinales y a continuación se presentan:

Componente Cognoscitivo (el conocer / el saber): se corresponde con la carga de información y la experiencia adquirida por el sujeto respecto al objeto de su actitud y el mismo se manifiesta o expresa mediante percepciones, ideas, opiniones, concepciones y creencias a partir de las cuales el sujeto se coloca a favor o en contra de la conducta esperada. La predisposición a actuar de manera preferencial hacia el objeto, persona o situación está sujeta a este componente (p, 244).

Componente Afectivo (la emoción / el sentir): este componente se pone de manifiesto por medio de las emociones y los sentimientos de aceptación o de rechazo, que el sujeto activa motivacionalmente ante la presencia del objeto, persona o situación que genera dicha actitud. También se remite al valor que el sujeto le atribuye ellos (p, 244).

Componente Conativo o Intencional (la intención): es expresado por los sujetos



mediante su inclinación voluntaria de realizar una acción. Está constituido por predisposiciones, predilecciones, preferencias, tendencias o intenciones de actuar de una forma específica ante el objeto, según las orientaciones de las normas o de las reglas que existan al respecto. La tendencia a actuar, favorable o desfavorable, se pone de manifiesto a través de las acciones del sujeto ante el objeto de su actitud (p, 244-246).

Componente Comportamental (el comportamiento): se constituye en la conducta observable, propiamente dicha, la cual, según Postic & De Ketele (1992), será concebida como un conjunto de comportamientos (p, 246).

Según Gómez (2000) en los últimos años diversas investigaciones como las de Schoenfeld, (1985), McLeod, (1992), Gómez-Chacón, (2000) y Leder, Pehkonen & Töner, (2002) manifiestan que el éxito y el fracaso en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas depende de algo más que del conocimiento de ciertos requisitos del contenido matemático, pues hay otros factores que influyen en la dirección y el resultado de la ejecución de la tarea matemática como son las actitudes, emociones y sentimientos (ansiedad, frustración, alegría, valores y creencias) todos estos aspectos se convierten en una directriz del comportamiento del estudiante frente al proceso matemático, en la búsqueda de mejores resultados (citados en Gómez, 2009).

Las actitudes de los estudiantes son muy importante para mejorar los procesos de pensamiento matemático

en cuanto a la interacción cognitiva y afecto; según Schoenfeld & Guzmán (1990) afirman que el estudiante debe mostrar una actitud positiva hacia la matemática y en particular, hacia el enfrentamiento con tareas matemáticas complejas, lo que es fundamental para iniciar a los escolares en la resolución de problemas matemáticos. Junto con esta valoración positiva del papel de la Matemática en la formación intelectual y como herramienta para la resolución de problemas en la vida diaria, se debe inculcar al educando en las formas propias del quehacer matemático y así crear una actitud de trabajo, interés, motivación, flexibilidad, espíritu reflexivo y crítico, y la apertura en la manera de percibir los problemas a los que diariamente se ve enfrentado (citados en Gómez, 2009).

Percepciones o creencias frente a las matemáticas

Gómez (2000). Considera las creencias como una parte del conocimiento, que pertenecen al dominio cognitivo y que están compuestas por diversos elementos afectivos, evaluativos y sociales; además son estructuras cognitivas que permiten a un individuo organizar informaciones recibidas que van construyendo una idea de realidad y visión o percepción del mundo. Las creencias de los estudiantes en relación con la educación matemática se pueden organizar en categorías como: los términos del objeto de creencia: creencias acerca de la Matemática (el objeto); acerca de uno mismo; acerca de la enseñanza de la Matemática; y creencias acerca del contexto en el

Según Gómez (2000) en los últimos años diversas investigaciones como las de Schoenfeld, (1985), McLeod, (1992), Gómez-Chacón, (2000) y Leder, Pehkonen & Töner, (2002) manifiestan que el éxito y el fracaso en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas depende de algo más que del conocimiento de ciertos requisitos del contenido matemático,

cual la educación matemática acontece (contexto social); (citado en Gómez, 2003).

Según la misma autora en investigaciones actuales se presta mayor atención a los sistemas de creencias que a creencias aisladas, atendiendo a que puede permitir una mayor comprensión del cómo las creencias influyen en el aprendizaje de las matemáticas, se hace especial mención a los rasgos más característicos que hacen parte de la visión de los estudiantes frente a las matemáticas, expresando que estas son:

- Fijas, inmutables,
- Desconectadas de la realidad
- Misterio asequible a pocos
- Colección de reglas y de cosas que hay que recordar
- Materia en que los puntos de vista y las opiniones no tienen ningún valor
- Materia llena de x , de y , y de fórmulas incomprensibles (citados en Gómez, 2003; p.238)

Didáctica

La didáctica en la matemática concebida como disciplina científica que nos permite relacionar los saberes, la enseñanza y el aprendizaje de los contenidos propios de un currículo, basado en las necesidades e intereses de quienes lo desean aprender o enseñar. El origen de la didáctica de la matemática parte en Francia con la denominada “escuela Francesa de la didáctica de la matemática” donde conciben a la didáctica como **Ciencia**,

cuyos pioneros fueron: Brousseau (1989), Vergnaud (1985), Douady (1984) & Chevallaerd (1980).

Brousseau, (1989) Afirma que la didáctica es la ciencia que se interesa por la producción y comunicación del conocimiento, saber qué es lo que se está produciendo en una situación de enseñanza es objeto de la didáctica, al igual que los procesos de transmisión y de adquisición relativas al dominio específico de esta disciplina o de las ciencias cercanas con las cuales se interactúa, estudia los procesos de transmisión, adquisición de los diversos contenidos de dicha ciencia además de la construcción de una teoría de los procesos didácticos que proporcionan dominio práctico sobre los fenómenos de la clase.

Además de las percepciones científicas de la didáctica de la matemática se encuentran otras miradas como “El arte de enseñar” uno de los pioneros de estas concepciones es D’Amore (2006), quien expresa:

La didáctica como una disciplina científica y el campo de investigación cuyo objetivo es identificar, caracterizar y comprender los fenómenos y los procesos que condicionan la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. Arte de concebir y de crear condiciones que puedan determinar el aprendizaje de un conocimiento matemático por parte del individuo (p. 26)

Un aporte importante que hace Brousseau (1998) a la didáctica de la matemática nos habla de las teorías de las situaciones didácticas; abordando de manera científica las



cuestiones vinculadas a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas desde el ámbito escolar, analizando las relaciones alumno-saber y la gestión del profesor por esta interacción. La teoría de “Situaciones” está sustentada en una concepción constructivista-en el sentido Piagetiano del aprendizaje, concepción que es caracterizada por Brousseau (1999; p.2) afirmando que: “El alumno aprende adaptándose a un medio que es el factor de contradicciones, de dificultades, de desequilibrio, un poco como lo hace la sociedad humana. Este saber, fruto de la adaptación del alumno, se manifiesta por respuestas nuevas que son la prueba del aprendizaje”.

Esta teoría es el conjunto de relaciones que se establece de manera implícita y explícita entre un grupo de alumnos, un entorno o medio (que se puede incluir materiales o instrumentos) y el profesor, con el fin de que aprendan, es decir construyan un conocimiento. La importancia de esta teoría es explicar las relaciones entre alumno- maestro - medio y los momentos importantes que se presentan en la clase de matemáticas, a estos momentos son los que definimos como “Situaciones” o experiencias dentro del aula.

En la conferencia dictada por Vasco (2006) en la Escuela de Administración, Finanzas e Instituto Tecnológico (IEFIT) de Medellín, encontramos dos aspectos que se hacen importantes en el desarrollo de proyectos sobre fortalecimiento de procesos matemáticos. El autor propone siete retos para la educación Colombiana.

Uno de estos retos plantea como relevante conciliar la educación matemática con los estudiantes, llevarla a altos niveles aún con la creciente apatía de los jóvenes hacia esta y otras áreas. En este mismo reto habla de la importancia del profesor como ente activo de transformación de las matemáticas orientadas hacia una efectiva didáctica y en sus palabras menciona:

El desprecio por la pedagogía y la didáctica de las matemáticas y las ciencias que se da en los profesionales de esas áreas aun desde sus pregrados, y más aún en los que tienen posgrados, es simplemente un suicidio colectivo desde el punto de vista demográfico: al aburrir, humillar y desterrar del paraíso matemático y de los paraísos científicos a los jóvenes que no logran buenos rendimientos en sus áreas, están reduciendo el número de aspirantes a estudios avanzados en esas mismas áreas y están impidiendo que se amplíe el apoyo ciudadano a ellas y a los y las jóvenes que quieran estudiarlas.(p, 3).

Por otra parte, este mismo autor plantea como nuevo reto articular la básica primaria con la básica secundaria en el hecho de que los procesos llevados en estos dos ciclos de la educación se desligan de la secuencia propia que no permite los avances que se deberían encontrar en el estudiante que empieza a afrontar por primera vez el bachillerato. Por tanto los autores de la presente propuesta toman dos referentes para su investigación, Tercero en primaria y Noveno en la básica.

El desprecio por la pedagogía y la didáctica de las matemáticas y las ciencias que se da en los profesionales de esas áreas aun desde sus pregrados, y más aún en los que tienen posgrados, es simplemente un suicidio colectivo desde el punto de vista demográfico

También es importante resaltar que este tipo de procesos llevan inmersa la pedagogía que muestra entonces el camino a seguir en cuanto a los procesos que se dan al interior de la escuela, Vasco (2015), haciendo algunas reflexiones sobre pedagogía y didáctica habla de educación cuando la formación se incluye en contextos institucionalizados es decir cuando actúa sobre problemáticas y necesidades reales de la comunidad en la que se mueve la institución. A partir de ella se pueden generar verdaderos procesos de enseñanza. Vasco (2016) plantea que la enseñanza es la actividad del maestro que corresponde a uno de los dos sentidos de la relación maestro - alumno, en este mismo propósito también habla de los micro entornos que se basan en actividades que hacen de la escuela un lugar donde el estudiante puede aprender sin obligación, todo ello bajo la mirada de aplicaciones didácticas que hacen de las practicas docentes mecanismos de progreso en la institución, Vasco (2013; p.4) define la didáctica así: “Considero la didáctica no como la práctica misma de enseñar, sino como el sector más o menos bien delimitado del saber pedagógico que se ocupa explícitamente de la enseñanza”

El pensamiento variacional puede describirse aproximadamente como una manera de pensar dinámica, que intenta producir mentalmente sistemas que relacionen sus variables internas de tal manera que cavarían en forma semejante a los patrones de covariación de cantidades de la misma o distintas magnitudes en los subprocesos recortados de la realidad

En este sentido el autor plantea la necesidad de la reflexión permanente de la práctica docente en el ámbito de hacer cambios que permitan analizar sus objetivos a esto Vasco (2016), lo llama Aprender a aprender, dejar excluir el aprendizaje de la constante reflexión pedagógica y centrarla solo a el mero acto de enseñar contenidos

dejaría un vacío hacia el formar por medio de actos de humanización.

En la conferencia Interamericana del año 2003 en donde estuvo como invitado Vasco plantea la importancia de los procesos numérico variacional y de modelación son fundamentales como base y desarrollo de los procesos matemáticos. Por ello el autor plantea algunos cambios que han surgido a través del tiempo en la enseñanza de esta área, tanto así que en el año de 1976 comenzó la homogenización de todas las ramas de la matemática en la educación básica para hacerla ver como una sola teniendo un enfoque de sistemas lógicos. A partir de 1984 se dividió la matemática compilándola en procesos que en nuestros días se conocen como planteamiento y resolución de problemas, componente numérico variacional, geométrico, métrico y aleatorio.

El pensamiento variacional puede describirse aproximadamente como una manera de pensar dinámica, que intenta producir mentalmente sistemas que relacionen sus variables internas de tal manera que cavarían en forma semejante a los patrones de covariación de cantidades de la misma o distintas magnitudes en los subprocesos recortados de la realidad (Vasco, 2013, p.3).

Dentro de las percepciones del párrafo anterior, se hace necesario reflexionar sobre las definiciones más relevantes de la didáctica, se define la “transposición didáctica” al conjunto de todo cuanto concierne a la transformación del saber



en “saber a enseñar” como lo menciona D’ Amore (1999):

Esta transformación no sólo está determinada por las decisiones, preferencias o expectativas del maestro, sino también por el currículo, las expectativas sociales y/o de los padres, las exigencias y/o necesidades de los alumnos. El saber enseñado no coincide con el saber aprendido, esto por varios motivos entre los cuales están los obstáculos al aprendizaje y el hecho que de los procesos de enseñanza y de aprendizaje son una parte de la vasta problemática de la comunicación; por ejemplo, se sabe muy bien que no hay coincidencia entre el mensaje emitido y el mensaje recibido. Forma parte de esta misma problemática toda la teoría de la ingeniería didáctica que se puede, en primera instancia, pensar como la organización metodológica a la cual el maestro recurre para encontrar la forma para que se aprenda el saber enseñado (p. 49).

Algunas de las teorías sobre las situaciones didácticas expuesta por Brousseau (1999), donde aborda de manera científica las cuestiones vinculadas a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas desde el ámbito escolar, analizando las relaciones alumno-saber y la gestión del profesor por esta interacción.

La teoría de “Situaciones” está sustentada en una concepción constructivista-en el sentido Piagetiano del aprendizaje, concepción que es caracterizada por Brousseau (1986) afirmando:

El alumno aprende adaptándose a un medio que es el factor de contradicciones, de dificultades, de desequilibrio, un poco como lo hace la sociedad humana. Este saber, fruto de la adaptación del alumno, se manifiesta por respuestas nuevas que son la prueba del aprendizaje (p. 2).

Esta teoría es el conjunto de relaciones que se establece de manera implícita y explícita entre un grupo de alumnos, un entorno o medio (que se puede incluir materiales o instrumentos) y el profesor, con el fin de que aprendan, es decir construyan un conocimiento. Cuando nos referimos al medio, también nos referimos al Milieu que hace parte de la Situación didáctica tal como lo define Brousseau (Citado por D’ Amore 2006, p. 51). Hacer del entorno escolar un espacio lleno de herramientas que permiten vivenciar la teoría podría entonces hacer que esas relaciones generen nuevos, mejores y más duraderos procesos de aprendizaje.

Innovación didáctica de las matemáticas

Dejando de lado el concepto de número que es sin lugar a dudas un eje primordial en el proceso enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, y como se señaló anteriormente el pensamiento lógico debe ser anterior al lenguaje pero debe tener un factor que permita despertar curiosidad y atención, por ello es necesario tomar un concepto importante si se quiere cambios en dichos procesos, tal como lo es la innovación, concepto que va de la mano con la motivación

pero que sin embargo no afirma que una cosa lleve a la otra (Jiménez-Espinosa, Limas-Berrío, & Alarcón-González (2016). Según Godino (2011) la educación Colombiana ha centrado a sus docentes en la llamadas “Experiencias innovadoras” que no son más que un cumulo de prácticas que algunos docentes de escuelas, colegios o institutos han aplicado con resultados muy positivos e impactantes, todas ellas llevan en si la aplicación de nuevos materiales didácticos, métodos y secuencias, que se encuentran dentro de realidades concretas en el aula y que no exigen grandes cambios estructurales. Innovar es definitivamente hacer cosas que partan en dos la monotonía que a veces trae el enseñar, y que además permiten despertar en el maestro habilidades recursivas encontrando herramientas que pueden tomarse del contexto y aplicarse hacia una clase vivencial.

Dentro de los propósitos generales encontrados en los estándares para la excelencia en la educación MEN (2002), se encuentra el estimular en los estudiantes el uso creativo de las matemáticas, ello como factor fundamental en la aplicación de actividades creativas es decir innovadoras. Brouseau (2000), plantea la idea de las situaciones didácticas que sirven como instrumento para enseñar nociones de matemáticas pero también resalta la importancia que tiene el hecho de que el docente piense en lo que hace e imagine nuevas situaciones que le permitan mejorar, es decir innovar. Con ello se puede inferir que toda innovación

requiere un proceso de cambio mental, procedimental y sistemático que recoja ideas o experiencias que puedan ser contextualizadas para lograr resultados diferentes. Para el caso de este proyecto se tomaron en cuenta algunos materiales manipulativos que aportaron al fortalecimiento del pensamiento numérico variacional, así mismo Godino (2003), se refiere al material manipulativo como un recurso didáctico que constituye en un elemento o recurso primordial del trabajo en matemáticas.

Así mismo este autor plantea dos tipos de materiales manipulativos; por un lado están los manipulativos tangibles que son aquellos que desempeñan un sin número de funciones simbólicas, es decir sirven de aterrizaderos de información, y por otro los manipulativos gráfico textuales verbales, en el que participan la vista y/o el oído. Ambos materiales son como su nombre lo indica susceptibles a la manipulación.

El juego como estrategia didáctica en las matemáticas

Desde siempre las matemáticas se han venido desarrollado con actividades innatas de forma lúdica y desde diferentes percepciones e intereses propios de cada una de las necesidades del individuo; de allí la aplicación de actividades lúdicas como los juegos en los procesos de enseñanza y aprendizaje, desde los más simples como las configuraciones de las piedras con los pitagóricos, hasta los más



complejos como la aplicación de la matemática a la ciencia de hoy en una forma más atractiva e interactiva entre nuestros estudiantes. Confirmándolo así, Muñiz, Alonso & Rodríguez; (2014) donde mencionan que: “Partiendo del método genético [...] podríamos afirmar que si los matemáticos de todos los tiempos han disfrutado tanto contemplando su juego y su ciencia, ¿por qué no tratar de aprender la matemática a través del juego?” (p.20).

Por tanto nuestro interés es propiciar el juego en nuestra investigación dentro de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el desarrollo de las prácticas pedagógicas de aula, permitiendo al estudiante resolver situaciones de su vida cotidiana de una forma lúdica y divertida donde él sea el interlocutor de su propio aprendizaje, basado en la experimentación de nuevas herramientas didácticas para la comprensión de los aprendizajes sobre los números y la variación de los mismos mediante el juego, posibilitándoles cambiar las percepciones emocionales erróneas de concebir las matemáticas como una signatura de difícil comprensión cognitiva, frente a lo anterior, Muñiz, Alonso & Rodríguez; (2014) afirman:

Mediante el juego se pueden crear situaciones de máximo valor educativo y cognitivo que permitan experimentar, investigar, resolver problemas, descubrir y reflexionar. Las implicaciones de tipo emocional, el carácter lúdico, el desbloqueo emocional, la desinhibición, son fuentes de motivación que proporcionan una

forma distinta a la tradicional de acercarse al aprendizaje (Corbalán & Deulofeu, 1996; p. 20).

A partir de nuestra práctica y experiencia como docentes, y atendiendo al proceso de investigación que adelantamos consideramos que el aprendizaje de las matemáticas ha de convertirse en una experiencia motivadora, si logramos desarrollarla basada en el uso del juego como estrategia didáctica, con lo que se adquieren competencias de manera divertida y atractiva para los escolares, frente a ello, Muñiz, Alonso & Rodríguez; (2014) afirman:

Entendemos por juego toda aquella actividad cuya finalidad es lograr la diversión y el entretenimiento de quien la desarrolla. [...] los juegos ayudan a construir una amplia red de dispositivos que permiten al niño la asimilación total de la realidad, incorporándola para revivirla, dominarla, comprenderla y compensarla. (p. 21)

Consideramos que la utilización del juego como estrategia en la enseñanza de las matemáticas constituye un apoyo fundamental para el docente, y de igual manera para el alumno sin importar el esfuerzo que implique al escolar, atendiendo a lo afirmado por Jiménez (2003), quien sostiene que “los juegos son actividades amenas que indudablemente requieren esfuerzo físico y mental, sin embargo, el alumnado las realiza con agrado; no percibe el esfuerzo y sí la distracción” (citado por Muñiz, Alonso & Rodríguez; 2014, p. 21).

Entendemos por juego toda aquella actividad cuya finalidad es lograr la diversión y el entretenimiento de quien la desarrolla. [...] los juegos ayudan a construir una amplia red de dispositivos que permiten al niño la asimilación total de la realidad, incorporándola para revivirla, dominarla, comprenderla y compensarla

Así mismo, es de vital importancia mencionar que, en muchos casos, “el juego es un medio para poner a prueba los conocimientos de un individuo, favoreciendo de forma natural la adquisición de un conjunto de destrezas, habilidades y capacidades de gran relevancia para el desarrollo tanto personal como social” (Rojas, 2009; citado por Muñiz, Alonso & Rodríguez; 2014, p. 21).

El rol del educador en el juego

Comprendiendo la importancia de implementar estrategias didácticas como el juego para la comprensión de algunas debilidades cognitivas en el aprendizaje de las matemáticas específicamente en el pensamiento numérico variacional, pretendemos establecer una serie de actividades lúdicas partiendo de unos fundamentos teóricos para conocer la creatividad específica de cada uno de los educandos con el fin de proporcionarles las herramientas necesarias para el desarrollo de cada uno de los juegos propuestos en las unidades didácticas de acuerdo a sus intereses para interactuar con los diferentes materiales que los conllevan a una mejor comprensión en forma significativa, recreativa y de entretenimiento entre los estudiantes, así como lo afirman; (Meneses & Monge 2001):

El educador es un guía y su orientación se da en forma indirecta al crear oportunidades, brindar el tiempo y espacio necesario, proporcionar material y, principalmente, formas de juego de acuer-

do con la edad de los educandos. Al seleccionar el juego el educador debe tomar en cuenta que las experiencias por realizar sean positivas. Debe ser hábil y tener iniciativa y comprensión para entender y resolver favorablemente las situaciones que se le presentan, (p. 115)

Teniendo en cuenta la importancia del juego dentro de la enseñanza de las matemáticas nuestra investigación utilizo las siguientes estrategias lúdicas ajustando algunos materiales manipulativos que han sido considerados por los autores dentro del proceso de innovación del cual se habló en un aparte anterior, y que además estuvieron adaptados dentro de la formulación de las secuencias didácticas:

Fichas bicolores

Son un recurso de gran importancia en la enseñanza práctica de los números enteros, atendiendo a que permite discriminar cantidades negativas y positivas con lo cual los estudiantes recrean el proceso de adición de manera lúdica y significativa. Para Zamarín (2015, p.4)) las fichas bicolor son: “como el nombre lo dice: fichas de dos colores, donde un color representa la unidad positiva y el otro la unidad negativa. Cuando una unidad positiva se junta con una unidad negativa, se anulan mutuamente”. Los colores y las diferentes formas que tienen las fichas no tienen relevancia en cuanto al resultado esperado, las usadas en esta investigación fueron circulares y de color rojo y amarillo y se enfocaron de manera directa con el trabajo en enteros



y se combinó junto con el desarrollo de actividades que involucraron el plano cartesiano y los dados.

Planos cartesianos:

El plano cartesiano es la unión de dos semirrectas que tienen en común un punto de origen, en donde se ubican dos planos: el X y el Y, estas están relacionadas con el aprendizaje como lo Cordero & Flores (2007), expresa que los planos cartesianos sirven en los grados de educación media para recopilar y organizar información de diversas fuentes y para plantear y resolver problemas que necesiten en ocasiones de la comparación. Sin embargo la dificultad que presentan los estudiantes a la hora de ubicar coordenadas en el plano hace de su enseñanza un trabajo delicado, que combinado con otras actividades lúdicas podría hacer más sencilla su asimilación dentro de las usadas en esta investigación y que se combinó de forma acertada con los dados que permitían entender como el azar puede brindar coordenadas que cumplen la función de llenar una tabla numérica.

Dados

Los dados se presentan como figuras poliédricas que permiten obtener datos numéricos al azar, por tanto estos datos pueden convertirse en material de trabajo para la enseñanza y aprendizaje de las operaciones entre los números, Martínez (2009), planteo como los dados facilitan el cumplimiento de actividades que van desde lo estadístico, lo geométrico, y aleatorio. Con ellos se

pueden pensar variables en donde se da una inmersión al juego como recurso permitiendo el gozo y el disfrute de muchas emociones que motivan al trabajo en clase de los estudiantes. Martínez (2009) señala:

Aunque la mayoría de los dados tienen una serie continua de puntos que van del 1 al 6, es posible que sus caras contengan colores, figuras de animales, letras, números arábigos o romanos, operaciones con números, fracciones, palabras o figuras adecuadas a la intencionalidad de su uso, tal particularidad resulta muy útil al momento de ser utilizados como recursos para desarrollar actividades lúdicas en el aula. (p. 12)

Con esta posibilidad que se abre mediante la intencionalidad esta investigación toma los dados como fuerte herramienta que puede ayudar en el fortalecimiento del aprendizaje de los números enteros combinando los signos y los números, aplicándolos mediante el juego dejando al azar la posibilidad de generar datos con valores positivos y/o negativos.

Bingo

El bingo se presenta como uno de los juegos de azar más comunes entre varios grupos de personas, sin embargo no es tan común en la vida estudiantil, se compone de cartones que tienen números repartidos al azar, y por medio de una balotera manual o electrónica se van sacando números hasta que alguna persona complete las figuras establecidas. Muñoz (2013) sugiere utilizar el bingo como

Aunque la mayoría de los dados tienen una serie continua de puntos que van del 1 al 6, es posible que sus caras contengan colores, figuras de animales, letras, números arábigos o romanos, operaciones con números, fracciones, palabras o figuras adecuadas a la intencionalidad de su uso, tal particularidad resulta muy útil al momento de ser utilizados como recursos para desarrollar actividades lúdicas en el aula

mediador del aprendizaje, dándole al estudiante operaciones matemáticas en vez de números concretos, con ello se incentiva al aprendizaje en la forma de su pronta resolución. Esta investigación uso una adaptación del bingo que fue propuesta por García (2017) en su blog y que resulto interesante en la medida en que aplicaba ecuaciones lineales y su resolución para llegar al número que se requería.

Diseño Metodológico

La presente investigación se realiza en el grado noveno de la Institución Educativa Técnica Jordán en el área rural del municipio de Moniquirá con la intervención de dos docentes que orientan las matemáticas, quienes son los autores de dicha propuesta.

Tiene un enfoque de tipo cualitativo enmarcado en la Investigación Acción, porque los sujetos investigados son coautores de dicho estudio, lo que permite que participen activamente de todo el proceso y transformen su realidad partiendo de la identificación de un problema en el aula, pero con flexibilidad metodológica (Elliott, 2005). Este tipo de investigación encaja muy bien dentro de esta propuesta debido a que permite realizar ajustes periódicos en el proceso. La IA se relaciona con los problemas prácticos cotidianos experimentados por los profesores, en vez de con los “problemas teóricos” definidos por los investigadores puros en el entorno de una disciplina del saber. Puede ser desarrollada por los mismos profesores o por alguien a quien ellos

se lo encarguen. Además, abarca todo proceso educativo como lo plantea Elliott (2000) quien señala que “Las actividades de enseñanza, investigación educativa, desarrollo curricular, y evaluación forma parte integrante del proceso de investigación acción” (p. 67). Además este tipo de investigación cíclica permitirá agregar nuevos elementos que puedan aportar a la mejora en la aplicación de la propuesta.

Instrumentos para la recolección de información

La investigación parte de la aplicación de una entrevista que según Hernández, Fernández, & Baptista (2010) plantea como acciones que el entrevistador realiza con base en una guía de preguntas específicas acerca del tema de interés y están regidas de manera formal a ellas. La entrevista aplicada para el proyecto en mención fue la entrevista semiestructurada que permitió recoger las percepciones que tienen los estudiantes sobre el área de matemáticas. Según Hernández, Fernández, & Baptista se le denomina estructurada debido a que es el investigador quien escoge con anterioridad que quiere preguntar. “se basan en una guía de asuntos o preguntas y el entrevistador tiene la libertad de introducir preguntas adicionales para precisar conceptos u obtener mayor información sobre los temas deseados” Hernández, Fernández, & Baptista (2010 p, 418).



Por último se elaborará una serie de tres secuencias didácticas a implementar con los estudiantes y que permitan recoger los momentos que deben presentarse durante la clase basados en el pensamiento de Zoltan Dienes (1971).

Técnicas de análisis

Se empezó realizando la categorización de la entrevista inicial que recogió las percepciones que tienen los estudiantes del grado noveno en la etapa de apertura, las cuales serán contrastadas con la etapa de cierre de dicha investigación.

Se llevaran a cabo las grabaciones de cada una de las aplicaciones de las secuencias didácticas como fuente de información con las cuales se construirán las categorías de análisis.

Resultados Preliminares

En esta etapa de la investigación se obtuvo por medio del análisis de pruebas saber y de la aplicación de la prueba estandarizada, se estableció que los estudiantes tenían dificultades en el pensamiento numérico y variacional en las temáticas que resume la siguiente tabla:

Tabla 1. Competencias y temáticas que merecen atención.

COMPETENCIA	TEMATICA A FORTALECER
No utiliza propiedades y relaciones de los números reales para resolver problemas	PROPIEDADES DE LOS NUMEROS
le es complicado identificar características de graficas cartesianas en relación con la situación que representan	PLANO CARTESIANO
Se le dificulta usar y relacionar diferentes representaciones para modelar situaciones de variación	ECUACIONES
difícilmente identifica y describe las relaciones (aditivas, multiplicativas, de recurrencia...) que se pueden establecer en una secuencia numérica	SUCESIONES
No le es posible resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas en el conjunto de los números reales	OPERACIONES ENTRE NUMEROS REALES
De manera complicada verifica conjeturas acerca de los números reales, usando procesos inductivos y deductivos, desde el lenguaje algebraico.	LENGUAJE ALGEBRAICO

Fuente: Autores

De esta interpretación salieron tres ejes temáticos que incursarán el desarrollo de las secuencias didácticas, ellos son; Números enteros, Funciones y Lenguaje Algebraico; estos temas abarcan las ecuaciones, el manejo del plano cartesiano, propiedades de los números y sucesiones.

Por otra parte, en esta investigación surgieron seis categorías producto del análisis de los resultados parciales que se tienen en la aplicación de las secuencias didácticas y que fueron abordadas en los diferentes métodos de investigación. Estas son:

La motivación del estudiante: que se entiende para la investigación como el interés hacia un objetivo de aprendizaje que supone una acción por parte del sujeto y permite aceptar el esfuerzo requerido para conseguir ese objetivo.

La relación planeación - praxis: entendida como la relación entre la teoría y escuela pedagógica del docente y su quehacer en el aula, identificando los diferentes currículos presentes (oficial, enseñado, aprendido y oculto), así como su relación con el proceso de aprendizaje de los estudiantes.

El aprendizaje significativo: acopia las evidencias que permiten evidenciar que este aprendizaje realmente está desarrollándose en el aula.

El clima de aula: establece las prácticas pedagógicas y de manejo de tiempo, espacio, recursos y convivencia que inciden en el aprendizaje.

Impacto de las estrategias didácticas en el aula: se busca establecer si el cambio es percibido por los estudiantes y si efectivamente contribuye al aprendizaje de los estudiantes.

Percepción de los estudiantes sobre el cambio: atendiendo las sugerencias e inquietudes sobre el cambio de dinámica y la utilización de implementos y material no convencional.

Análisis DOFA: que permita establecer los elementos internos y externos que inciden en el avance o retroceso en el proceso.

Las categorías de análisis y las técnicas de recolección de información de cada una se muestran en la tabla 3.



Tabla 2. Categorías establecidas para la investigación.

No.	CATEGORÍA	ENTREVISTA INICIO	ENTREVISTA DE CIERRE	BITÁCORA VIDEO	INFORME DE AUTOEVALUACIÓN
1	Motivación del estudiante	Pregunta 1	Pregunta 1	Ítem A	Pregunta 1
2	Planeación vs praxis	Pregunta 2	Pregunta 2	-----	-----
3	Aprendizaje significativo	Pregunta 3	Pregunta 3	Ítem D	Pregunta 4
4	Clima de aula	Pregunta 5	Pregunta 5	Ítem B	-----
5	Impacto de las estrategias didácticas en el aula	Pregunta 4	Pregunta 4	Ítem C	Pregunta 5
6	Percepciones de los estudiantes sobre la estrategia didáctica	Pregunta 6	Pregunta 6	-----	Preguntas 2 y 3
7	Dificultades y amenazas	-----	-----	Ítem F	Preguntas 2 y 3
8	Fortalezas y oportunidades	-----	-----	Ítem G	Preguntas 2 y 3

Fuente: Autores

Conclusiones

Con la aplicación de la encuesta preliminar acerca de las percepciones se pudo establecer que los estudiantes no tienen empatía por el área de matemáticas debido a escasas herramientas y estrategias que despierten su motivación; allí se encontró que algunas actitudes positivas hacia la clase dependen del grado de entendimiento de la misma, todo ello debido a que las clases de matemáticas no llenan las expectativas que traen los estudiantes por falta de actividades que despierten el interés y mejoren la comprensión de las mismas; atendiendo a ya conocen la dinámica que el profesor maneja en su clase encontrando una monotonía dentro del desarrollo de las actividades, por cuanto no existe una práctica significativa donde el estudiante relacione lo que aprende con lo que hace.

Se pudo establecer que dentro de las bases en los procesos matemáticos

que traen los estudiantes no existe un manejo adecuado de los números ni de sus operaciones básicas; lo cual fue identificado a partir del análisis de los resultados del ISCE (2016). Por tanto, los pensamientos numérico y variacional se constituyen en la debilidad de mayor atención en esta investigación; todo ello corroborado por los resultados que arrojó la prueba estandarizada aplicada internamente.

A partir de la reflexión de los docentes investigadores sobre lo anterior se establecieron las bases para la planeación de estrategias que desde la didáctica contribuyan a generar un ambiente que permita el cambio en la apropiación del pensamiento numérico y variacional, situaciones que se tuvieron en cuenta dentro de la elaboración y aplicación de las secuencias didácticas, las cuales contaron con una dinámica lúdica y uso de materiales manipulables.

El uso de estrategias didácticas innovadoras y lúdicas, al igual que la utilización de materiales manipulables en el desarrollo de las clases aumenta la motivación del escolar, con ello crece igualmente el interés por aprender y participar de manera más activa en la construcción de su propio conocimiento, objeto de los procesos de enseñanza y aprendizaje en una forma más dinámica y significativa.

Junto con los estudiantes se han elaborado diferentes materiales

didácticos que se encuentran inmersos en el desarrollo de las secuencias, hasta el momento se nota una apropiación de los mismos y un manejo evidente que encaja en las temáticas considerada por los investigadores como de prioridad en este estudio.

Las secuencias didácticas se presentarán como cartilla que pueda alimentar el trabajo de otros colegas y que además permita la reflexión constante del trabajo en el aula.

Referencias

- Brousseau, G. (1989). *La tour de Babel. Etudes en Didactique des Mathématiques*. Article occasionnel n. 2. IREM de Bordeaux.
- Brousseau G. (1998). *Théorie des Situations Didactiques*. Grenoble, La Pensée
- Brousseau G. (1999). "Educación y Didáctica de las matemáticas". en Educación Matemática, México.
- Camacho, J. (2013). Estrategia didáctica para la enseñanza de algunos conceptos Matemáticos propios del nivel de quinto grado de la institución Educativa de María (Sede Pedro Pablo Betancur) de Yarumal que favorezcan el desarrollo de los pensamientos numérico - variacional y la resolución de problemas.
- Cantoral, R. (2004). Desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional, una mirada socio epistemológica.
- Cordero, F. & Flores, R. (2007). El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar. Un estudio socioepistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 10 (1), 7-38.
- D'Amore, B. (2006). Didáctica de la matemática. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.
- Dienes, Z. P., Tortella, J., & Azcárate, C. (1971). Las seis etapas del aprendizaje en matemática. Teide.



- Gómez, O (2013). Desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de grado noveno.
- Gómez-Chacón, I. (2003). La tarea intelectual en matemáticas afecto, meta-afecto y los sistemas de creencias. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, 10(2), 225-247.
- Gómez-Chacón, I. (2009). Actitudes matemáticas: propuestas para la transición del bachillerato a la universidad. *Educación matemática*, 21(3), 05-32
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, L. (2010). *Metodología de la investigación, quinta edición*. México: Editorial McGraw-Hill
- Elliott, J. (2000). *La investigación-acción en educación*. Madrid España, 4 edición, editorial Morata.
- Elliott, J. (2005). *La investigación acción en educación*. Madrid España.
- Jiménez-Espinosa, A., Limas-Berrió, L., & Alarcón-González, J. (2016). Prácticas pedagógicas matemáticas de profesores de una institución educativa de enseñanza básica y media. *Praxis & Saber*, 7(13), 127 - 152. <https://doi.org/10.19053/22160159.4169>
- Martínez, O. J. (2008). Actitudes hacia la matemática. *Sapiens. Revista Universitaria de Investigación*, 9(1), 237-256.
- Martínez, O. J. (2014). SISTEMA DE CREENCIAS ACERCA DE LA MATEMÁTICA. *Revista Electrónica "Actualidades Investigativas en Educación"*, 14(3).
- MEN, M. (1998). lineamientos Curriculares. Bogotá.
- Meneses, M., & Monge, M. d. (2001). El Juego en los niños: Enfoque teórico. *Educación*, 113-124.
- Ministerio de Educación Nacional; (2008). Estándares básicos de competencias en matemáticas. Bogotá.
- Montes, C; (2014). Análisis de la educación matemática en el pensamiento numérico variacional en las instituciones oficiales de la educación básica y media de la zona urbana de la ciudad de pereira.
- Muñiz, L., Alonso, P., & Rodríguez, L. (2014). El uso de los juegos como recurso didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas: estudio de una experiencia innovadora.

Revista Iberoamericana de educación Matemática UNION, 19-33.

Muñoz, P. A. (2013). Uva Biblioteca Universitaria. Obtenido de Uva Biblioteca Universitaria: <http://uvadoc.uva.es/handle/10324/2594> savage.

Rico, Luis (1996). Pensamiento numérico. En Hitt, F. (Ed.), Investigaciones en educación matemática. XX aniversario del Departamento de Matemática Educativa del Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN (pp. 27-54). México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Vasco, C. E. (2003). El pensamiento variacional y la modelación matemática. In Anais eletrônicos do CIAEM-Conferencia Interamericana de Educação Matemática, Blumenau (Vol. 9)

Vasco, C. E. (2006). Didáctica de las matemáticas: artículos selectos. U. Pedagógica Nacional.

Vasco, c. (2006). siete retos de la educación colombiana para el período de 2006 a 2019. eduteka, 1-8

Zamarín, A. (17 de noviembre de 2015). Matematizarse Aprender a sumar enteros usando fichas de colores. Obtenido de Matematizarse Aprender a sumar enteros usando fichas de colores: <http://matematizarse.blogspot.com.co/2015/11/aprender-sumar-enteros-usando-fichas-de.html>