Resolución de Problemas, Pensamiento Numérico y Variacional en Básica Primaria: una Revisión

Hugo Fernando Barrera 1



Resumen

La resolución de problemas y el pensamiento numérico y variacional son aspectos de la competencia matemática en los que los estudiantes de primaria suelen presentar dificultades, lo que demanda su fortalecimiento. Este artículo analiza qué se está investigando en torno al abordaje para la resolución de problemas y el pensamiento numérico y variacional en la educación primaria. La investigación usó el enfoque hermenéutico y de tipo documental. Se hallaron 50 artículos científicos que cumplieron con los criterios de inclusión propuestos. Como resultado se encuentra que la mayoría de estudios han buscado aplicar el método Polya, usar materiales tecnológicos, manipulables y lúdicos, relacionar los problemas con el contexto, utilizar la indagación para favorecer la comprensión y la enseñanza, estudiar el papel de comprensión lectora y adentrarse en las estrategias y emociones de los estudiantes cuando resuelven problemas. Se concluye que es posible propiciar el aprendizaje de la resolución de problemas y el pensamiento numérico y variacional, si los estudiantes son retados a solucionar tareas contextualizadas de manera autónoma, en ambientes lúdicos y apoyados con habilidades de comprensión lectora y autorregulación emocional.

Palabras clave: resolución de problemas, pensamiento numérico, pensamiento variacional, educación primaria.



^{1.}Institución Educativa Agropecuaria

(2021). Resolución de Problemas,

Pensamiento Numérico y Variacional

en Básica Primaria: una Revisión. Educación Y Ciencia, (25), e12594.

https://doi.org/10.19053/0120-7105.

Barrera,

El Escobal, Boyacá.

eyc.2021.25.e12594

Como

hugo.barrera@uptc.edu.co

citar:

Recibido: 15/03/2021 | Revisado: 04/04/2021 Aprobado: 17/06/2021 | Publicado: 30/09/2021

Problem-solving, Numerical and Variational Thinking in Elementary School: A Review

Abstract

Problem-solving and numerical and variational thinking are aspects of mathematical competence in which elementary school students often have difficulties. This paper analyzes the state of research around problem-solving and numerical and variational thinking in primary education. The research used the hermeneutic and documentary approaches. Fifty scientific articles fulfilled the proposed inclusion criteria. As a result, it is found that most studies have sought to apply the Polya method, use technological, manipulable, and playful materials, relate problems to context, use inquiry to promote understanding and teaching, study the role of reading comprehension, and delve into students' strategies and emotions when solving problems. The results show that is possible to facilitate the learning of problem solving and numerical and variational thinking if students are challenged to solve contextualized tasks autonomously, in playful environments, and supported with reading comprehension and emotional self-regulation skills.

Keywords: problem solving, numerical thinking, variational thinking, elementary.

Introducción

En la educación básica primaria, que vincula a estudiantes con edades entre 5 y 11 años, se consolidan las bases para la adquisición de competencias matemáticas, en tanto formalidad, lenguaje y aplicación, por lo tanto, la forma como se fortalece el pensamiento matemático en este nivel educativo es un objeto investigativo con relevancia en la ciencia didáctica y el aula de clase. Pensar matemáticamente se relaciona con la capacidad de usar conceptos en los problemas de la vida cotidiana (Montiel & Buedía, 2011; Reyes-Gasperini, 2016). Por ello, la resolución de problemas es un objetivo o indicador del aprender matemático, es una estrategia de enseñanza que favorece el desarrollo del pensamiento numérico y variacional.

El pensamiento numérico abarca la comprensión del uso y significado de los números, operaciones, relaciones y técnicas de cálculo y estimación, mientras que el pensamiento variacional relaciona el cambio numérico en diferentes contextos, su modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos (MEN, 2006). Estos pensamientos, aunque son independientes están estrechamente relacionados, razón por la que el Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación [ICFES] los agrupó para llevar a cabo sus procesos evaluativos. Además, son fundamentales para la comprensión de áreas como las ciencias naturales o la ingeniería, por lo que son importantes para la educación secundaria y universitaria.



La resolución de problemas es una competencia que se puede usar como estrategia para fortalecer el pensamiento numérico y variacional; se ha abordado desde diferentes enfoques y metodologías, especialmente porque su enseñanza se ha llenado de formalismos y algoritmos descontextualizados que limitan la comprensión de los constructos matemáticos (Cantoral, 2013; Montiel & Buedía, 2011). Este trabajo pretende indagar el estado de la investigación en la enseñanza de las matemáticas, en torno al fortalecimiento de la resolución de problemas y el pensamiento numérico y variacional en básica primaria, desde 2015 hasta 2020. Los resultados contribuyen a reconocer los avances y logros obtenidos dentro del campo y consolidar futuras investigaciones.

Se encontró que las temáticas de investigación se han centrado en la aplicación del método Polya, utilización de la lúdica y materiales manipulables, uso de problemas relacionados con el contexto, enfoque en la indagación, implementación de Tecnologías de la Información y las Comunicaciones [TIC], relaciones entre el lenguaje y resolución de problemas y uso de estrategias y emociones de los estudiantes para resolver problemas. Son escasos los estudios cuyo tema central haya sido la interacción, colaboración y motivación de los estudiantes, pero en la mayoría de los resultados se mencionan avances al respecto.

Este artículo se presenta en tres partes. En un primer momento se aborda la problemática que direcciona el estudio, posteriormente se detalla la metodología utilizada y finalmente se relacionan los resultados hallados a partir de siete categorías principales.

Metodología

Se adoptó una postura epistemológica hermenéutica que privilegia la interpretación y la comprensión de significados de los textos. El diseño de la investigación es revisión documental, pues se busca explorar la literatura relacionada con el fortalecimiento de la resolución de problemas y el pensamiento numérico y variacional en educación básica primaria.

Se rastrearon artículos en las bases de datos científicas Scielo, Dialnet, Science Direct y Redalyc y el buscador Google Académico. Los textos debían: 1) haber sido publicados entre 2015 y 2020; 2) tener como temáticas centrales la resolución de problemas y el pensamiento numérico y variacional; y 3) que los participantes fueran estudiantes de básica primaria o de grado sexto de básica secundaria. De este modo, se hallaron 50 artículos que cumplieron los criterios de inclusión, a los cuales se les realizó un Resumen Analítico de Investigación [RAI] y se incluyeron en una matriz de categorización. Finalmente se construyó un mapa de relaciones y se realizó la discusión de resultados de acuerdo las categorías y relaciones priorizadas.

En los RAI se obtuvo información respecto a autor, fecha, revista, problema de

investigación, objetivos, estrategia metodológica, técnica de investigación, categoría principal, referentes teóricos y comentarios. En la matriz de categorización se registró información sobre siete categorías emergentes según la frecuencia temática: método Polya; lúdica, recursos y materiales; relación con el contexto; indagación; TIC; lenguaje y resolución de problemas; y estrategias y emociones de los estudiantes para la resolución de problemas.

Discusión de Resultados

Del corpus estudiado, el 22% fueron artículos publicados en inglés y el 78% en español. A continuación, se describen los hallazgos de la revisión según las temáticas principales.

El Método Polya

El método Polya es una estrategia de cuatro pasos: comprender el problema, diseñar un plan, ejecutar el plan y verificar la solución, que ha demostrado mejorar la capacidad resolutiva de problemas matemáticos en estudiantes (Díaz & Ruiz, 2019; Jiménez & Espinosa, 2019). Este método ha sido uno de los más utilizados en investigaciones recientes con estudiantes de primaria y grados sexto; ha demostrado resultados positivos en sus aplicaciones.

El método permite la comprensión de conceptos matemáticos como, por ejemplo, la noción de fracción como parte de un todo. La aplicación de los pasos sugeridos por Polya se acompaña de preguntas, esquemas de representación, trabajo colaborativo y situaciones cercanas al contexto (Avella *et al.*, 2017; Melo, 2018; Molina, 2019). Según Avella *et al.* (2017) con el método Polya se generan ambientes de aula más dinámicos y creativos y se mejoran los vínculos entre docente y estudiantes, a la vez que es posible abordar de manera eficiente un problema matemático.

La aplicación del método Polya en la resolución de problemas matemáticos no sólo permite resolverlos de manera eficaz, sino que contribuye a generar espacios de autonomía en la enseñanza. Favorece prácticas pedagógicas empoderadas, genera un ambiente más atrayente para los estudiantes, posibilita que ellos analicen sus propios procedimientos y se realimente de la experiencia, facilita el aprendizaje y despierta el interés por aprender matemáticas (Fonseca *et al.*, 2019; Lee, 2016).

En algunas investigaciones se ha adaptado y reconstruido el método Polya a las necesidades de los estudiantes sin perder la esencia del mismo. Por ejemplo, Meneses y Peñaloza (2019) implementaron actividades para ejercitar el primer paso del método: "entender el problema", esta abstracción permitió que los estudiantes pudieran expresar el enunciado en sus propias palabras, señalar los datos e identificar la incógnita. Por su parte, Avella *et al.* (2017) identifican siete subprocesos dentro del método Polya: "responder preguntas de tipo interpretativo e inferencial, extraer los datos y la pregunta del problema, realizar estimación, contestar la pregunta: ¿cómo



lo resuelvo?, dar respuesta a la pregunta del problema planteado, y realizar la prueba de la solución dada" (p. 167). Esta reinterpretación del método puede facilitar su aplicación con estudiantes de primaria en su transición hacia secundaria.

A pesar de las ventajas, la aplicación del método Polya no siempre resulta efectiva. Este es el caso del trabajo realizado por Nurkaeti (2018), quien determinó que las principales dificultades de los estudiantes para la aplicación del método radicaron en la comprensión del problema, definir un plan de solución, hacer conexión entre conceptos matemáticos y revisar si la respuesta es correcta. El autor sugiere que las falencias se presentan porque los estudiantes usualmente no resuelven problemas verbales o sólo realizan ejercicios rutinarios que únicamente requieren respuestas en forma de cálculos algorítmicos. Es por ello que el maestro debe generar espacios con variedad de problemas y oportunidades para que los estudiantes exploren diferentes tipos de situaciones problemáticas contextualizadas.

Lúdica, Recursos y Materiales

En la mayoría de las clases tradicionales, el profesor para "enseñar" a resolver problemas no utiliza materiales concretos o lúdicos como elementos de apoyo, sino que reproduce la solución de ejemplos en el tablero y el estudiante los emula en su cuaderno o guía de trabajo sin comprender el problema y la razón de las operaciones realizadas (Donoso *et al.*, 2020; Padilla & Mosquera, 2016). Sin embargo, se ha demostrado que el uso de materiales lúdicos y manipulables como parte de las estrategias didácticas para fortalecer la competencia de resolución de problemas, permite que los estudiantes generen aprendizajes significativos de los conceptos y procedimientos matemáticos.

La mayoría de los estudios analizados que utilizan la resolución de problemas como estrategia para fortalecer el pensamiento numérico variacional acompañan sus intervenciones con algún tipo de material lúdico o manipulable. En efecto, la manipulación de elementos del entorno otorga a los estudiantes un amplio panorama de posibilidades para comprender un problema y hallar su solución (Guarumo, 2018). Especialmente en estudiantes de básica primaria, estos materiales son llamativos a su edad y permiten la aprehensión de las definiciones de forma efectiva (Melo, 2018). Así mismo, cuando se utiliza el juego, por ejemplo el ajedrez, se fortalece el concepto de numerosidad, los movimientos geométricos, el estudio y cálculo de estrategias para determinar posiciones y ganar (Sala et al., 2015).

Una de las dificultades del aprendizaje de las matemáticas en la educación primaria es reconocer lo "matemático" de las preguntas problemáticas cuando están en lenguaje natural, lo que requiere apoyo en la representación simbólica y concreta. En este sentido, Osman *et al.* (2018) utilizaron técnicas de visualización del modelo de barras para mejorar la comprensión conceptual de la resolución de problemas matemáticos, haciendo que el aprendizaje sea más fácil y significativo. Además, se encontró que el uso de material manipulativo es necesario como apoyo para representar la información

de un problema matemático, lo cual facilita la comprensión del estudiante; y que hacer una representación cercana y tangible del problema permite llegar a mejores tácticas para resolverlo (Avella *et al.*, 2017). Incluso, se sugiere que el aprendizaje de conceptos matemáticos, como la proporcionalidad, requiere de actividades de manipulación y representación antes de adentrarse al lenguaje simbólico (Alarcón *et al.*, 2019).

Otros autores se apoyaron en la estrategia de los "Centros de Aprendizaje" del Programa Todos a Aprender 2.0,¹ donde se crean escenarios para la adquisición de conocimientos mediante el uso de material manipulativo² e interacción grupal para afianzar conceptos, desarrollar procesos de pensamiento, comprender procedimientos matemáticos y aplicaciones a diferentes contextos (Jiménez et al., 2019; Jiménez & Espinosa, 2019). Al respecto, Jiménez et al. (2019) afirman que las situaciones problema implementadas con estos materiales, permiten el desarrollo de los pensamientos espacial, aleatorio y métrico, además del pensamiento numérico, evidenciado en el aprendizaje con fracciones y conceptos como perímetro, área y volumen. Mientras tanto, Jiménez y Espinosa (2019) encontraron que dichos materiales favorecen la conceptualización de contenidos matemáticos; son estimulantes para los estudiantes, benefician el trabajo en grupo y mejoran los aprendizajes.

En conjunto, los estudios han utilizado diferentes tipos de material manipulativo concreto y pictórico para la enseñanza del pensamiento variacional y la resolución de problemas, como masmelos y gomitas, ingredientes para tortas, siluetas y billetes para representar cantidad de buses y costos de entradas (Alarcón et al., 2019); granos de maíz, carteleras, papeles, anuncios (Sanabria & Medina, 2018); semillas, plantas (Guarumo, 2018); tapas, fichas didácticas, tarjetas de naipe multiplicativo (Díaz & Ruiz, 2019); material recortable (García & Martínez, 2019); torre didáctica (Palmér & Bommel, 2018); multilego, instrumentos de madera, dados, fichas, cubos, regletas de colores y geoplanos (Quemba, 2019). También, vinculan actividades como doblar papel o pajitas (Melo, 2018); los gráficos de barras (Osman et al, 2018); y jugar ajedrez (Sala et al., 2015). El uso de estas estrategias y materiales manipulativos, además de la comprensión matemática, genera motivación e interés permanente de los estudiantes hacia el aprendizaje, más gusto por la asignatura y sus contenidos, y mayor interacción para la resolución de conflictos semióticos en algoritmos y símbolos (Alarcón et al., 2019; Jiménez et al., 2019; Osman et al., 2018; Padilla & Mosquera, 2016; Vivas et al., 2019).

Relación con el Contexto

¹ Es un programa de apoyo del Ministerio de Educación Nacional de Colombia para apoyar los procesos de trasformación educativa, actualizaciones en las prácticas de enseñanza y fortalecimiento del perfil docente mediante estrategias de formación, guías de enseñanza y adquisición de material de alta calidad.

² Dicho material se compone principalmente con figuras y tablas impresas y recortables, fichas de colores, cartón, tachuelas, cuerdas, bandas de cartón, marcadores o lápices de colores, cuadrículas en relieve, bloques y figuras 3D de cartón, bandas elásticas, entre otros.



Algunas investigaciones han demostrado la importancia de abandonar los problemas con entornos irreales cuyo procedimiento de respuesta es repetitivo, y orientan sobre la necesidad de proponer tareas centradas en el contexto de los estudiantes, en problemas matemáticos subyacentes a su escenario vital (Alarcón *et al.*, 2019; Avella *et al.*, 2017). Por ejemplo, la simulación de situaciones de turismo, compra, venta y solicitud de préstamos ha tenido un impacto positivo en la comprensión del concepto de porcentaje y los procedimientos asociados a la resolución de problemas en otros contextos (Sanabria & Medina, 2018). El establecimiento de una "Tienda Didáctica" permite avanzar gradualmente hacia el pensamiento multiplicativo simple y la construcción compuesta de estructuras multiplicativas, lo que promueve habilidades de planteamiento y resolución de problemas (Díaz & Ruiz, 2019).

En el sector rural y poblaciones vulnerables, la enseñanza contextualizada basada en la resolución de problemas ha favorecido el aprendizaje matemático. Por ejemplo, Guarumo (2018) planteó tareas que requerían la medición del área y perímetro de la huerta escolar de un resguardo indígena con medidas no convencionales como: pies, palmos, brazos y el conteo de semillas, para obtener la densidad de la siembra. De esta manera logró avances en el reconocimiento de la variación en diferentes contextos, la modelación, el uso de representaciones semióticas, la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos analíticos.

Firdaus *et al.* (2017) implementaron la enseñanza contextualizada de la resolución de problemas y encontraron una mejora en la competencia matemática de los estudiantes, pues esta estrategia los motiva a hallar soluciones a problemas de su contexto. Esto revela que en entornos rurales la enseñanza de la matemática tiene un universo rico en situaciones problemas respecto a la siembra y cultivo, la crianza de animales o el mercado de productos agropecuarios, que los estudiantes pueden aprender a solucionar.

La enseñanza contextualizada de la resolución de problemas incrementó la motivación y permitió cambios positivos en la actitud de los estudiantes, la construcción de saberes colectivos y un mayor compromiso, interés, participación y trabajo en equipo durante el desarrollo de problemas numéricos y variacionales (Guarumo, 2018; Sanabria & Medina, 2018).

Indagación

Tradicionalmente en las clases de resolución de problemas se brindan pocos espacios para la indagación, esto crea la idea en los estudiantes que la matemática consiste en ejecutar las operaciones que el docente le indica sin comprender el problema, además de considerar la clase aburrida y poco significativa (Donoso *et al.*, 2020). Por tanto, es necesario que el maestro asigne la responsabilidad al estudiante de explorar las posibilidades de resolución de problemas, especialmente los de su contexto, lo cual genera una mejor comprensión y apropiación de los conceptos

matemáticos (Guarumo, 2018; Sanabria & Medina, 2018).

Por su parte, Pérez y Hernández (2017) indican que las preguntas y la indagación cumplen un papel importante para que el estudiante logre la comprensión del problema, el cual es el primer paso para llegar a una adecuada solución, pues les permite identificar la información explícita e implícita, elaborar inferencias, valorar y emitir juicios de valor y crear preguntas que lleven a la aplicación de operaciones de cálculo para emitir una solución. Díaz y Ruiz (2019) destacan que los estudiantes deben dedicar más tiempo a la comprensión del enunciado del problema que a la realización de algoritmos básicos.

La indagación aplicada a la enseñanza basada en la resolución de problemas permite a los estudiantes de primaria controlar su propio progreso, trabajar colaborativamente, crear un ambiente de apoyo, abordar problemas complejos, además, involucra las expectativas e interpretaciones de los estudiantes, fomenta las creencias sobre el éxito de la resolución, permite a los estudiantes manejar aspectos significativos de su aprendizaje e incrementa la motivación y participación (Fielding *et al.*, 2017). En las situaciones investigativas aplicadas a la solución de problemas matemáticos en básica primaria, el docente interviene bajo demanda, orienta el proceso y dirige la discusión, lo cual favorece que los estudiantes presten atención a sus compañeros, valoren la validez de sus respuestas y construyan sus propias soluciones (Burgos & Godino, 2019; Patiño-Cuervo *et al.*, 2019).

Por otro lado, la indagación también puede ser un aspecto central de las estrategias para la enseñanza basada en resolución de problemas, pues permite, no sólo hacer preguntas sobre los problemas propuestos, sino sobre el mismo proceso de aprendizaje. En este sentido, Alarcón *et al.* (2019) implementaron la evaluación formativa como estrategia que brinda posibilidades al estudiante y al maestro de cuestionarse respecto a la enseñanza y el aprendizaje. Los resultados muestran que esta tiene un carácter procesal, orientador, prescriptivo y dinámico para identificar fortalezas y dificultades de los estudiantes, definir acciones de mejora oportunas, enriquecer los mecanismos de realimentación y comprometer al docente en el seguimiento del proceso de aprendizaje.

Es importante destacar que para que la indagación matemática contribuya realmente a la resolución de problemas complejos en primaria, deben adoptarse normas que promuevan la curiosidad, la toma de riesgos y la negociación para abordar de manera productiva los problemas propuestos (Makar & Fielding, 2018). En este sentido, asegurar reglas de juego y creencias positivas en los estudiantes respecto a los errores, los obstáculos, los desafíos y las discusiones parte del aprendizaje y la comprensión.

Tecnologías de la Información y la Comunicación

Las TIC se han utilizado como medios que facilitan el aprendizaje en la resolución de problemas matemáticos y pensamiento variacional en básica primaria, ya sea para mediar la enseñanza con Ambientes Virtuales de Aprendizaje (Gualdrón *et al.*, 2020),



el uso de videos para contextualizar problemas (Barragán & Murillo, 2018), o para desligar a los estudiantes de los mecanicismos de aplicar algoritmos para la resolución de los problemas, al hacer uso de estrategias como el simulador de problemas de matemáticas Naltepeu (Chavez, 2019) y las hojas de cálculo de Microsoft Excel para ejecutar operaciones y obtener gráficas (González, 2016). Al respecto, Dorado y Terán (2019) afirman que "las TIC pueden y deben ser un recurso primordial para abordar situaciones problemáticas, pues ellas nos permiten realizar pruebas, cálculos, simulaciones de manera rápida para de esta manera concentrarnos en el proceso de resolución más que en los cálculos asociados" (p. 12).

El uso de las TIC como medio de enseñanza reportó una mayor articulación con el proceso de enseñanza, cambios positivos en la actitud de los estudiantes e incremento de su rendimiento académico, respecto a la resolución de problemas (Gualdrón *et al.*, 2020). De igual manera, facilitó la contextualización de los problemas planteados y su resolución (Barragán & Murillo, 2018). Mientras tanto, utilizar las TIC como apoyo a la realización de cálculos dio como resultado una mayor individualización del proceso según el nivel de dificultad del alumno, más reflexión y realimentación de los errores, gamificación, contextualización de los problemas e incremento de la motivación (Chavez, 2019; González, 2016).

Uno de los usos específicos de las TIC en la resolución de problemas ha sido facilitar la enseñanza a estudiantes en condición de discapacidad, como por ejemplo los diagnosticados con déficit de atención e hiperactividad [TDHA]. Al respecto, se ha utilizado la herramienta tecnológica Plaphoons, que es un software libre creado para estudiantes con necesidades educativas especiales; logra potencializar el aprendizaje de resolución de problemas en tópicos de lógica matemática (Vértiz *et al.*, 2019). De igual modo, se han diseñado juegos con este mismo fin, y se halló motivación y entusiasmo por su uso (González *et al.*, 2019).

Lenguaje y Resolución de Problemas

Algunas investigaciones se han centrado en integrar o fortalecer las habilidades lingüísticas en la clase de matemáticas con el fin de lograr mejores comprensiones en la resolución de problemas. Por ejemplo, Sánchez et al. (2016) encontraron que enseñar lectura literal del problema permite a los estudiantes recordar los datos o hechos planteados en la tarea matemática, de esta manera, ellos logran comprender su estructura, esclarecer la pregunta, tener un panorama más amplio y diseñar un plan de acción para su resolución. Por su parte, Pérez et al. (2015) encontraron que los estudiantes fortalecieron la elaboración de inferencias, es decir, la habilidad para descubrir las relaciones que posibilitan hallar la vía de solución y que se encuentran implícitas en el enunciado. Estos autores resaltan que las etapas de la lectura (antes, durante y después) sirven para que los estudiantes reconozcan si les son familiares los términos del problema, si entienden la pregunta y si lograron la respuesta solicitada.

Existe otro grupo de trabajos que se han centrado en fortalecer los tres niveles de comprensión lectora (literal, inferencial y crítico); algunos han encontrado resultados significativos en la resolución de problemas matemáticos tras su intervención (Canales, 2019; Condori, 2019; Herrera et al., 2018; Montero & Mahecha, 2020). Otros han sido positivos para el nivel literal, pero no para el inferencial y crítico (Andrade & Narváez, 2017). Gracias a las estrategias de lectura los estudiantes logran mayor efectividad en la comprensión de los enunciados y terminologías, identifican la pregunta problema y los datos requeridos para la solución, establecen hipótesis sobre las posibles soluciones, relacionan conocimientos previos, se plantean preguntas, organizan información, simplifican el problema, extraen lo fundamental, profundizan en la intencionalidad del enunciado e identifican las operaciones necesarias.

Otra área de estudio que vincula las habilidades lingüísticas con la resolución de problemas matemáticos ha sido la consciencia fonológica, pues, en educación primaria, favorece la resolución de problemas que involucran el pensamiento lógico, problemas con enunciados verbales con o sin apoyo visual o sin material concreto de respaldo (Espinoza *et al.*, 2018). Esto ocurre porque las representaciones fonológicas permiten manipular la información que contiene el problema matemático, lo que evita la saturación cognitiva y contribuye a la flexibilidad de pensamiento.

Estrategias y Emociones de los Estudiantes para la Resolución de Problemas

Algunas investigaciones centran su interés en identificar, comprender y comparar las estrategias utilizadas, la forma como piensan y como sienten los estudiantes, más allá que tratar de imponer una metodología o estrategia como único medio válido para abordar una problemática en matemáticas. De esta manera, García, Rodríguez et al., (2015) encontraron que los niños de primaria emplearon nueve estrategias reflexivas (proceso previo de análisis u orientación al problema), tres irreflexivas (proceder automatizado con poco análisis) en sus producciones escritas, y sólo reflexivas en las producciones orales. Mientras tanto, Ivars y Fernández (2016) hallaron que en primero y segundo primaria, los estudiantes que participaron en su estudio utilizaron principalmente formas de modelización y conteo, pero desde el tercer curso, la estrategia más empleada fue el algoritmo; esta última vino ligada a la aparición de errores como el uso del algoritmo inverso.

Por su parte, Rodríguez et al. (2017) determinaron como eficientes para la resolución de problemas matemáticos, el uso de las estrategias de ensayo error, búsqueda de patrones y hacer una lista; acciones que están al alcance de todo estudiante, pero que los más destacados utilizan para sistematizar la información que se despliega a medida que usan distintos recursos. Así mismo, Pachón et al. (2016) encontraron que la explicación, amplificación y especificación de las ideas fueron las formas de razonamiento intuitivo más utilizadas por los participantes, quienes además se apoyaron en la interpretación de situaciones del entorno a partir de conocimientos



previos y saberes adquiridos para abordar las tareas matemáticas propuestas. García, Cueli *et al.* (2015) hallaron que los estudiantes con aprendizaje profundo tendieron a leer, utilizar estrategias de representación de la información, recordar problemas similares, realizar menos cálculos y revisar su solución más frecuentemente.

Algunos autores se han centrado en estudiar la emocionalidad y los aspectos cognitivos vinculados al proceso de resolución de problemas matemáticos. Han encontrado que el abordaje de tareas matemáticas disminuye las experiencias de emociones agradables, lo que se relaciona con la sensación de dificultad del problema (Tornare *et al.*, 2015). También, se encontró que la ansiedad o preocupación ocasionan disminución de la capacidad para resolver problemas matemáticos (Trezise & Reeve, 2018). Relacionado con lo anterior, Losenno *et al.* (2020) determinaron que la reevaluación cognitiva (como una forma de regulación de las emociones) favorece el aprendizaje autorregulado, y este último, predice mejores resultados en la resolución de problemas matemáticos.

En conjunto, se observa que las estrategias exitosas de resolución de problemas matemáticos en estudiantes de básica primaria son aquellas que vinculan la tarea con conocimientos previos y del contexto, en donde se realiza un proceso de análisis reflexivo respecto al enunciado y los elementos del problema, y en donde el algoritmo y el cálculo mecanizado tienen un papel secundario para hallar la solución.

Conclusiones

En el campo de la didáctica, la revisión de literatura desde 2015 hasta 2020 evidencia que en torno al fortalecimiento de la competencia de resolución de problemas y el pensamiento numérico y variacional en educación primaria, la mayoría de estudios se han enfocado en la aplicabilidad de los pasos del método Polya, el uso de materiales manipulables y lúdicos, la relación de los problemas con el entorno y contexto de los estudiantes, la utilidad de la indagación para la comprensión de los problemas y la mejora del proceso de aprendizaje, el uso de las TIC, la interrelación con estrategias de comprensión lectora y el estudio de las estrategias y emociones de los estudiantes para resolver los problemas.

El aprendizaje de la resolución de problemas y el pensamiento numérico variacional se puede propiciar si se otorga participación y responsabilidad a los estudiantes, se les reta a solucionar problemas de su contexto, se les motiva a indagar por sí mismos hasta comprender el problema, se les dota de autonomía con estrategias o pasos metacognitivos, se les insta a realizar lectura compresiva, se les enseña a autorregular sus emociones y si se apoya el aprendizaje con materiales tecnológicos, lúdicos y manipulables. En los diferentes resultados se deduce que la formación en la competencia de resolución de problemas trae consigo una mayor presencia de aprendizaje colaborativo, la participación y motivación de los estudiantes, lo cual favorece el aprendizaje de significados, formas de representación, conceptos

matemáticos y estrategias metacognitivas.

Uno de los vacíos encontrados es que, aunque hay trabajos que se realizan en áreas rurales o en condiciones de vulnerabilidad, se requieren más investigaciones que permitan entender cómo se pueden fortalecer las competencias, habilidades y pensamientos matemáticos, de acuerdo a las condiciones particulares que pueden limitar o fortalecer la enseñanza. De aquí surge un cuestionamiento que puede ser orientador para futuros trabajos: ¿cómo propiciar el aprendizaje, a partir de la resolución de problemas matemáticos, en estudiantes de zonas vulnerables o rurales?

Referencias

- Alarcón, A., García, C., & Sepúlveda, O. (2019). La evaluación formativa: Una herramienta para el desarrollo del pensamiento variacional. *Educación y Ciencia*, (22), 457-473. https://revistas.uptc.edu.co/index.php/educacion_y_ciencia/article/view/10065
- Andrade, E., & Narváez, L. M. (2017). Competencias de resolución de problemas matemáticos mediadas por estrategias de comprensión lectora en estudiantes de educación básica. *Assensus*, 2(3), 9-28. https://doi.org/10.21897/assensus.1327
- Avella, D., Salazar, F., & Miguez, J. (2017). Resolución de problemas matemáticos con fracciones enfocados al contexto escolar. *Educación y Ciencia*, (20), 147-167. https://revistas.uptc.edu.co/index.php/educacion_y_ciencia/article/view/8913
- Barragán, L., & Murillo, M. (2018). Secuencia didáctica para la enseñanza y aprendizaje de los números racionales y resolución de problemas en la Educación Básica Primaria. *Revista Ideales*, 7(1), 90-96. http://revistas.ut.edu.co/index.php/Ideales/article/view/1360
- Burgos, M., & Godino, J. (2019). Trabajando juntos situaciones introductorias de razonamiento proporcional en primaria. Análisis de una experiencia de enseñanza centrada en el profesor, en el estudiante y en el contenido. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 33(63), 389-410. https://doi.org/10.1590/1980-4415v33n63a19
- Canales, M. (2019). Comprensión lectora y resolución de problemas matemáticos en estudiantes de un colegio privado de Lima. *Revista de Investigación en Psicología*, 21(2), 215-224. https://doi.org/10.15381/rinvp.v21i2.15823
- Cantoral, R. (2013). Teoría socioepistemológica de la matemática educativa: Estudios sobre construcción social del conocimiento. Gedisa.
- Chavez, A. (2019). Uso de la tecnología en el aprendizaje adaptativo: Propuesta para favorecer la resolución de problemas matemáticos en primaria. *Educando para educar*, (37), 71-89. http://beceneslp.edu.mx/ojs2/index.php/epe/article/view/50



- Condori, W. (2019). La comprensión de lectura y su relación con la resolución de problemas matemáticos. *Revista de Investigaciones: Escuela de Posgrado de la Universidad Nacional del Altiplano de Puno, 8*(2), 1037-1047. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7616728
- Díaz, L., & Ruiz, F. (2019). La tienda didáctica: Una estrategia para promover la resolución de problemas con estructura multiplicativa en 40 grado de básica primaria. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos*, 15(2), 134-157. https://doi.org/10.17151/rlee.2019.15.2.7
- Donoso, E., Valdés, R., & Cisternas, P. (2020). Las interacciones pedagógicas en las clases de resolución de problemas matemáticos. *Páginas de Educación*, *13*(1), 82-106. https://doi.org/10.22235/pe.v13i1.1920
- Dorado, C., & Terán, J. (2019). Una propuesta de estándares básicos de competencias mediada en tecnologías de la información y la comunicación para fortalecer la competencia de resolución de problemas en el área de matemáticas del grado 5 de Primaria. *Dilemas contemporáneos: Educación, Política y Valores, 7*(135), 1-27. https://doi.org/10.46377/dilemas.v31i1.1033
- Espinoza, L., Marco, R., & Ygual, A. (2018). Conciencia fonológica y resolución de problemas matemáticos en educación infantil. *Revista de Logopedia, Foniatría y Audiología*, 38(2), 61-68. https://doi.org/10.1016/j.rlfa.2017.07.003
- Fielding, J., O'Brien, M., & Makar, K. (2017). Using expectancy-value theory to explore aspects of motivation and engagement in inquiry-based learning in primary mathematics. *Mathematics Education Research Journal*, 29(2), 237-254. https://doi.org/10.1007/s13394-017-0201-y
- Firdaus, F., Wahyudin, D., & Herman, T. (2017). Improving Primary Students' Mathematical Literacy through Problem Based Learning and Direct Instruction. Educational. *Research and Reviews*, 12(4), 212-219. https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1132197.pdf
- Fonseca, S., Jiménez, C., & Patarroyo, M. (2019). Estrategias para resolver problemas matemáticos con ideas de Pólya, en grado quinto. *Educación y Ciencia*, (22), 427-456. https://revistas.uptc.edu.co/index.php/educacion_y_ciencia/article/view/10063
- García, C., & Martínez, L. (2019). La mediación pedagógica en la resolución de problemas matemáticos. *Educando para educar*, 19(36), 77-98. http://beceneslp.edu.mx/ojs/index.php/EPE/article/view/67
- García, J., Rodríguez, F., & Navarro, C. (2015). Las estrategias utilizadas por los niños Tee Savi en la resolución de problemas aritméticos. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 18(2), 213-244. https://doi.org/10.12802/relime.13.1823

- García, T., Cueli, M., Rodríguez, C., Krawec, J., & González, P. (2015). Conocimiento y habilidades metacognitivas en estudiantes con un enfoque profundo de aprendizaje. Evidencias en la resolución de problemas matemáticos. *Revista de Psicodidáctica*, 20(2), 209-226. https://doi.org/10.1387/RevPsicodidact.13060
- González, A. (2016). La hoja de cálculo para la resolución de problemas matemáticos por el método de Polya. 3C TIC. *Cuadernos de desarrollo aplicados a las TIC*, *5*(2), 13-27. https://doi.org/10.17993/3ctic.2016.52.13-27
- González, C., García, J., & Navarro, Y. (2019). Un juego serio para la solución de problemas matemáticos para niños con TDAH. *Campus Virtuales*, 8(2), 121-140. http://uajournals.com/ojs/index.php/campusvirtuales/article/view/506
- Gualdrón, D., Cudris, L., Barrios, Á., Olivella, G., Bermúdez, J., & Gutiérrez, R. (2020). Los AVA como estrategia didáctica en la enseñanza del pensamiento lógico–matemático. *Archivos Venezolanos de Farmacología y Terapéutica, 39*(3), 257-262. http://saber.ucv.ve/ojs/index.php/rev_aavft/article/view/19443
- Guarumo, I. (2018). Didáctica del pensamiento variacional y los sistemas algebraicos en instituciones indígenas del resguardo Escopetera y Pirza, Riosucio-Caldas. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 11(2), 76-97. http://www.revista.etnomatematica.org/index.php/RLE
- Herrera, I., Carrasco, P., Gutiérrez, E., Almendras, J., Villar, L., Riquelme, R., Hernández, S., & Anguita, J. (2018). El modelo interactivo en la comprensión lectora, resolución de problemas aritméticos y algunos factores socioafectivos. *Paideia*, (62), 17-41. https://revistasacademicas.udec.cl/index.php/paideia/article/view/712
- Ivars, P., & Fernández, C. (2016). Problemas de estructura multiplicativa: Evolución de niveles de éxito y estrategias en estudiantes de 6 a 12 años. *Educación matemática*, 28(1), 9-38. http://www.doi.org/10.24844/EM2801.01
- Jiménez, J., Herrera, F., & Suárez, P. (2019). Uso de situaciones problema para desarrollar el pensamiento matemático. *Educación y Ciencia*, (22), 519-537. https://revistas.uptc.edu.co/index.php/educacion_y_ciencia/article/view/10069
- Jiménez, L., & Espinosa, C. (2019). Aprovechamiento del material manipulativo para fortalecer el pensamiento matemático en aula multigrado. *Educación y Ciencia*, (23), 513-529. https://revistas.uptc.edu.co/index.php/educacion_y_ciencia/article/view/10268
- Lee, C. (2016). An Appropriate Prompts System Based on the Polya Method for Mathematical Problem-Solving. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 13(3), 893-910. https://doi.org/10.12973/eurasia.2017.00649a



- Losenno, K., Muis, K., Munzar, B., Denton, C., & Perry, N. (2020). The dynamic roles of cognitive reappraisal and self-regulated learning during mathematics problem solving: A mixed methods investigation. *Contemporary Educational Psychology, 61*, Artículo 101869. https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2020.101869
- Makar, K., & Fielding, J. (2018). Shifting more than the goal posts: Developing classroom norms of inquiry-based learning in mathematics. *Mathematics Education Research Journal*, 30(1), 53-63. https://doi.org/10.1007/s13394-017-0215-5
- Melo, J. E. (2018). Una secuencia didáctica en la enseñanza de la fracción como parte de un todo. *Voces y realidades educativas*, 2(1), 111-128.http://www.vocesyrealidadeseducativas.com/volumen2/art7.pdf
- Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (2006). Estándares básicos de competencias en lenguaje. Formar en lenguaje: Apertura de caminos para la interlocución. MEN. http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf1.pdf
- Meneses, M., & Peñaloza, D. (2019). Método de Pólya como estrategia pedagógica para fortalecer la competencia resolución de problemas matemáticos con operaciones básicas. *Zona Próxima*, (31), 8-25. https://doi.org/10.14482/zp.31.372.7
- Molina, L. (2019). Enseñanza de la fracción parte- todo, desde la resolución de problemas. *Educación y Ciencia*, (23), 589-604. https://revistas.uptc.edu.co/index.php/educacion_y_ciencia/article/view/10274
- Montero, L., & Mahecha, J. (2020). Comprensión y resolución de problemas matemáticos desde la macroestructura del texto. *Praxis & Saber, 11*(26), Artículo e9862. https://doi.org/10.19053/22160159.v11.n26.2020.9862
- Montiel, G., & Buendía, G. (2011). Propuesta metodológica para la investigación socioepistemológica. En L. Sosa, R. Rodríguez, & E. Aparicio (Eds.), *Memoria de la XIV Escuela de Invierno en Matemática Educativa* (pp. 443-454). Red Cimates.
- Nurkaeti, N. (2018). Polya's strategy: An analysis of mathematical problem solving difficulty in 5 th grade elementary school. EduHumaniora. *Jurnal Pendidikan Dasar Kampus Cibiru*, 10(2), 140-147. https://doi.org/10.17509/eh.v10i2.10868
- Osman, S., Che Yang, C., Abu, M., Ismail, N., Jambari, H., & Kumar, J. (2018). Enhancing Students' Mathematical Problem-Solving Skills through Bar Model Visualisation Technique. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 13(3), 273-279. https://doi.org/10.12973/iejme/3919
- Pachón, L., Parada, R., & Chaparro, A. (2016). El razonamiento como eje transversal en la construcción del pensamiento lógico. *Praxis & Saber, 7*(14), 219-143. https://doi.org/10.19053/22160159.5224
- Padilla, W., & Mosquera, S. (2016). Laboratorios matemáticos para la enseñanza desarrolladora del componente numérico variacional en los estudiantes del grado

- quinto. *Revista de la Facultad de Educación*, 23(1), 13-19. http://funes.uniandes.edu.co/10377/
- Palmér, H., & Bommel, J. Van. (2018). Problem Solving in Early Mathematics Teaching—A Way to Promote Creativity? *Creative Education*, *9*(12), 1775-1793 https://doi.org/10.4236/ce.2018.912129
- Patiño-Cuervo, D., Patiño-Cuervo, O., & Pulido, O. (2019). Conocimiento didáctico del contenido y prácticas de enseñanza de las matemáticas. *Revista Espacios*, 40(5), 17. https://bit.ly/2Ix79Is
- Pérez, K., & Hernández, J. (2017). La elaboración de preguntas en la enseñanza de la comprensión de problemas matemáticos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 20(2), 223-248. https://doi.org/10.12802/relime.17.2024
- Pérez, K., Hernández, J., & Álvarez, M. (2015). Las inferencias en la comprensión de problemas aritméticos en la enseñanza primaria. *Varona*, (61), 1-10. https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=360643422021
- Quemba, L. S. (2019). Magia, humor y creatividad en el aula para potenciar el Pensamiento matemático. *Educación y Ciencia*, (22), 415-428. https://revistas.uptc.edu.co/index.php/educacion_y_ciencia/article/view/10061
- Reyes-Gasperini, D. (2016). Empoderamiento docente y socioe-pistemología: Un estudio sobre la transformación educativa en Matemáticas. Gedisa.
- Rodríguez, M., Gregori, P., Riveros, A., & Aceituno, D. (2017). Análisis de las estrategias de resolución de problemas en matemática utilizadas por estudiantes talentosos de 12 a 14 años. *Educación matemática*, 29(2), 159-186. https://doi.org/10.24844/em2902.06
- Sala, G., Gorini, A., & Pravettoni, G. (2015). Mathematical Problem-Solving Abilities and Chess: An Experimental Study on Young Pupils. *SAGE Open*, *5*(3), 1-9. https://doi.org/10.1177/2158244015596050
- Sanabria, A., & Medina, A. (2018). Aprendizaje situado y resolución de problemas para la comprensión de porcentajes. *Voces y realidades educativas*, *2*(1), 97-110. http://www.vocesyrealidadeseducativas.com/volumen2/art6.pdf
- Sánchez, V., Amado, I., & Bolívar, A. (2016). Enseñanza de lectura literal en resolución de problemas matemáticos en Escuela Nueva. *Educación y Ciencia*, (19), 23-37. https://doi.org/10.19053/01207105.7766
- Tornare, E., Czajkowski, N., & Pons, F. (2015). Children's emotions in math problem solving situations: Contributions of self-concept, metacognitive experiences, and performance. *Learning and Instruction*, *39*, 88-96. https://doi.org/10.1016/j. learninstruc.2015.05.011



- Trezise, K., & Reeve, R. (2018). Patterns of anxiety in algebraic problem solving: A three-step latent variable analysis. Learning and Individual Differences, 66, 78-91. https://doi.org/10.1016/j.lindif.2018.02.007
- Vértiz, R., Pérez, S., Faustino, M., Vértiz, J., & Alain, L. (2019). Tecnología de la Información y Comunicación en estudiantes del nivel primario en el marco de la educación inclusiva en un Centro de Educación Básica Especial. Propósitos y Representaciones, 7(1), 83-94. https://doi.org/10.20511/pyr2019.v7n1.266
- Vivas, C., Murillo, Z., & Cristancho, J. (2019). Scratch. Estrategia didáctica para el aprendizaje de las tablas de multiplicar en escuela nueva. Educación Y Ciencia, (20), 43–60. https://doi.org/10.19053/0120-7105.eyc.2017.20.e8897