

Análisis de sensibilidad de las variables de diseño de un pavimento rígido y su incidencia en la deflexión

Design variable sensibility's Analysis of a rigid pavement and its incidence in the deflection

Carlos Hernando Higuera Sandoval*

Resumen

Se presenta el análisis de sensibilidad de cada una de las variables que influyen en el diseño de una estructura de un pavimento rígido, desde el punto de vista de la mecánica de pavimentos, y de la incidencia de estas en la deflexión del modelo estructural. Las variables analizadas fueron las siguientes: la carga aplicada, el espesor de la losa, el radio de carga, el módulo de elasticidad del concreto, la relación de Poisson del concreto y el módulo de reacción del conjunto de apoyo o fundación de la losa.

Por medio del análisis de sensibilidad es posible definir las variables más sensibles o que afectan en mayor o menor grado la deflexión de la estructura, y así poder tener herramientas que les permitan a los ingenieros de diseño de pavimentos tener certeza de las variables que deben modificarse para conseguir que el modelo estructural cumpla con los requisitos de deflexión en el borde, en la esquina y en el interior de la losa de concreto.

Abstract

The sensibility analysis is presented in each one of the variables that influence the design of a rigid pavement structure, from the pavements mechanics point of view and its direct incidence in the structural pattern's deflection. The analyzed variables were the following ones: The applied load, the flagstone thickness, the load radius, the concrete elasticity's module, the concrete Poisson's relationship and the support group reaction's module or the flagstone foundation.

By means of the sensibility analysis it is possible to define the most incumbent variables which affect in a greater or smaller grade the structure deflection and by this means to obtain the necessary tools than enable the pavement design engineers, to be certain about which are the variables that should be modified in order to get that the structural pattern designed, fulfills the deflection requirements in the border, in the corner and inside the concrete flagstone.

* Ingeniero en Transportes y Vías, Especialista en Vías Terrestres, Especialista en Carreteras, Especialista en Transportes Terrestres, Magister en Ingeniería de Vías Terrestres, Profesor de la Escuela de Transporte y Vías de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Investigador del Grupo de Investigación y Desarrollo en Infraestructura Vial –GRINFRAVIAL–. Correo e.: chiguera@tunja.uptc.edu.co

Además, el análisis de sensibilidad permite a los ingenieros de diseño, conservación y mantenimiento tener herramientas de análisis para que los modelos estructurales con capas de refuerzo puedan cumplir con los requisitos de diseño referentes a la deflexión que deben tener las estructuras reforzadas o rehabilitadas.

Este artículo hace parte de la investigación sobre el *comportamiento de la deflexión en función de los parámetros de diseño de una estructura de pavimento*, que adelanta el autor en la Escuela de Transportes y Vías, Facultad de Ingeniería de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, en el Grupo de Investigación y Desarrollo en Infraestructura Vial –GRINFRAVIAL–.

Palabras clave: Pavimentos rígidos, Deflexión, Diseño de pavimentos, Mantenimiento y conservación.

Besides, the sensibility analysis enables the design, conservation and maintenance engineers to have some analysis tools so that the structural models with the reinforcement layers, can comply with the related deflection design's requirements that should have the reinforced or rehabilitated structures.

This article is part of the investigation on *The functional deflection's behavior of the pavement structure design's parameters*, that is being developed by the author in the Transport and Roads School, Engineering Faculty of the Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, in the Research and Development Group in Vial Infrastructure –GRINFRAVIAL–.

Key words: Rigid pavements, Deflection, Design of pavements, Maintenance and conservation.

1. Introducción

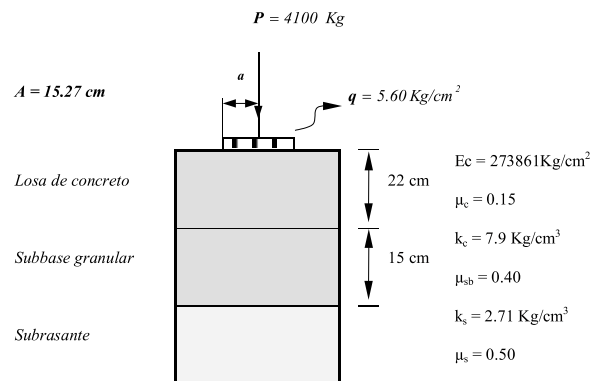
Para el análisis de sensibilidad de las variables que inciden en la determinación de la deflexión en una estructura de pavimento rígido se tomó una estructura de referencia que cumple todos los criterios de diseño, se definió el rango de variación de cada una de las variables y se realizó la modelación. Con la información de la modelación se realizó un análisis estadístico para definir los modelos de comportamiento, se elaboraron gráficas y cuadros, que permitieron evaluar el comportamiento de las variables en lo referente a su tendencia, ecuación de comportamiento y grado de sensibilidad con relación a la deflexión del modelo de pavimento rígido. Finalmente, se definió el grado de importancia o de sensibilidad de cada una de las variables, lo cual permitió obtener las conclusiones sobre el análisis de sensibilidad, que son útiles para los ingenieros de diseño, de mantenimiento y conservación de estructuras de pavimentos rígidos.

2. Modelo estructural de referencia

Para realizar el análisis de sensibilidad de las variables que afectan la deflexión en un pavimento rígido, recurrimos al modelo estructural definido en la figura 1, el cual cumple todos los parámetros de diseño. El modelo estructural de referencia de pavimento rígido está constituido por una losa de concreto de 22 cm de espesor, una subbase granular de 15 de espesor y apoyado sobre una subrasante que tiene un módulo de reacción de $2,71 \text{ kg/cm}^3$ o 98 lb/pulg^3 . El módulo de reacción del conjunto subbase-subrasante es de $7,9 \text{ kg/cm}^3$ o 285 lb/pulg^3 .

Para las condiciones de la modelación se consideró la carga aplicada correspondiente al semieje estándar de 4.100 kg o 9.000 lb y la huella se consideró como circular con un radio de carga de $15,27 \text{ cm}$.

Figura 1. Modelo estructural de referencia



K_c = Módulo de reacción del conjunto subbase-subrasante

K_s = Módulo de reacción de la subrasante

Fuente: Elaboración propia.

3. Variables que contempla el análisis de sensibilidad

Las variables de diseño de un pavimento rígido, que se tienen en cuenta para el análisis de sensibilidad y su influencia en la deflexión del modelo estructural, son las siguientes:

- La carga aplicada, P
- Espesor de la losa de concreto, h
- Radio del área de carga, a
- Módulo de elasticidad del concreto, E_c
- Relación de Poisson, μ
- Módulo de reacción del conjunto subbase-subrasante, k

4. Rango de variación de los parámetros de diseño

A continuación se indican los rangos de variación de los parámetros de diseño del modelo estructural de pavimento rígido que intervienen en el cálculo de la deflexión.

4.1 Rangos de variación de la carga aplicada. Se contempla el análisis de diferentes magnitudes de cargas aplicadas por los vehículos que circulan en el pavimento, como se indica en el cuadro 1; los rangos están definidos por valores típicos de uso común.

Cuadro 1. Rangos de variación de la carga aplicada al modelo estructural.

Variable	Carga, lb	Carga, kg	Rango de variación, lb	Variación lb
Carga, P	4.000	1.840	4.000 – 14.000	1.000
	5.000	2.300		
	6.000	2.760		
	7.000	3.220		
	8.000	3.680		
	9.000	4.140		
	10.000	4.600		
	11.000	5.060		
	12.000	5.520		
13.000	5.980			
14.000	6.440			

Fuente: Elaboración propia.

4.2 Rangos de variación del espesor de la losa. Se contempla el análisis de diferentes espesores de la losa de concreto rígido, como se indica en el cuadro 2; estos están definidos por valores típicos de uso común.

Cuadro 2. Rango de variación del espesor de la losa del modelo estructural.

Variable	Espesor, pulg.	Espesor, mm	Rango de variación, pulg.	Variación pulg.
Espesor de la losa, h	5,8	147	5,8 – 11,8	1
	6,8	173		
	7,8	192		
	8,8	222		
	9,8	249		
	10,8	274		
	11,8	300		

Fuente: Elaboración propia.

4.3 Rangos de variación del radio de carga. Se contempla el análisis de diferentes radios de carga aplicados en la losa de concreto rígido, como se indica en el cuadro 3; estos están definidos por valores típicos de uso común.

Cuadro 3. Rango de variación del radio de carga aplicado en la losa del modelo estructural de referencia.

Variable	Radio de carga, pulg	Radio de carga, mm	Rango de variación, pulg	Variación pulg
Radio de carga, a	4	10,16	4-8	1
	5	12,70		
	6	15,27		
	7	17,78		
	8	20,32		

Fuente: Elaboración propia.

4.4 Rangos de variación del módulo de elasticidad del concreto. Se contempla el análisis de diferentes valores del módulo de elasticidad del concreto de la losa del pavimento, como se indica en el cuadro 4; estos están definidos por valores típicos de uso común.

Cuadro 4. Rango de variación del módulo de elasticidad del concreto de la losa del modelo estructural de referencia.

Variable	Módulo del concreto, lb/pulg ²	Módulo del concreto, kg/cm ²	Rango de variación, lb/pulg ²	Variación lb/pulg ²
Módulo de elasticidad del concreto, Ec	1,9x10 ⁶	133.000	1,9x10 ⁶ -5,9x10 ⁶	0,5x10 ⁶
	2,4x10 ⁶	168.000		
	2,9x10 ⁶	203.000		
	3,4x10 ⁶	238.000		
	3,9x10 ⁶	273.861		
	4,4x10 ⁶	308.000		
	4,9x10 ⁶	343.000		
	5,4x10 ⁶	378.000		
	5,9x10 ⁶	413.000		

Fuente: Elaboración propia.

4.5 Rangos de variación de la relación de Poisson del concreto. Se contempla el análisis de diferentes valores de la relación de Poisson del concreto de la losa del pavimento, como se indica en el cuadro 5; estos están definidos por valores típicos de uso común.

Cuadro 5. Rango de variación de la relación de Poisson del concreto de la losa del modelo estructural de referencia.

Variable	Relación de Poisson, μ	Rango de variación	Variación
Relación de Poisson del concreto, μ	0,10	0,10–0,20	0,01
	0,11		
	0,12		
	0,13		
	0,14		
	0,15		
	0,16		
	0,17		
	0,18		
	0,19		
	0,20		

Fuente: Elaboración propia.

4.6 Rangos de variación del módulo de reacción del conjunto subbase–subrasante. Se contempla el análisis de diferentes valores del módulo de

reacción del conjunto subbase–subrasante, que constituyen la fundación de la losa de concreto del pavimento, como se indica en el cuadro 6; estos están definidos por valores típicos de uso común.

Cuadro 6. Rango de variación de módulo de reacción del conjunto subbase–subrasante de la fundación del modelo estructural de referencia.

Variable	Módulo del conjunto, lb/pulg ³	Módulo del conjunto, kg/cm ³	Rango de variación, lb/pulg ³	Variación lb/pulg ³
Módulo de reacción del conjunto, K	85	2,36	85–485	100
	185	5,13		
	285	7,90		
	385	10,68		
	485	13,45		

Fuente: Elaboración propia.

5. Análisis de sensibilidad de las variables de diseño de un pavimento rígido

Definida la estructura de referencia del pavimento rígido, en el numeral 2, y los rangos de variación de cada una de las variables consideradas, se realiza el análisis de sensibilidad del comportamiento de la deflexión en función de los rangos de variación de cada una de las variables de diseño. El análisis de sensibilidad se realizó con ayuda de una hoja de cálculo en Excel, que permite calcular la deflexión en el borde, en el interior y en la esquina de una losa de concreto, utilizando las ecuaciones que permiten calcular la deflexión en el borde, en el interior y en la esquina de las losas de concreto.

Para visualizar la información de las variables se elaboraron diferentes tablas, y con la información contenida en las ellas se elaboraron las figuras que correlacionan la variable considerada con la deflexión en el borde, en el interior y en la esquina de la losa del pavimento rígido. De esta manera, se analiza la tendencia de las variables y la sensibilidad de ellas ante una variación, lo cual permite sacar conclusiones y definir su grado de sensibilidad e importancia.

El comportamiento de la deflexión en función de las variables de diseño, para la estructura definida en el numeral 2, se modeló y se obtuvieron las ecuaciones de comportamiento, que se presentan en las figuras 2 a 7, para la deflexión en el borde, en el interior y en la esquina de la losa de concreto.

6. Conclusiones del análisis de sensibilidad de una estructura de pavimento rígido

Las conclusiones del análisis de las variables de diseño de una estructura de pavimento rígida, que inciden en la deflexión, son las siguientes:

6.1 Análisis de sensibilidad de la carga aplicada en el modelo estructural.

- Parámetros constantes. Se consideran constantes en el análisis de sensibilidad:
 - Radio de carga, $a = 6$ pulg.
 - Módulo de reacción del conjunto, $k = 285$ lb/pulg.³
 - Radio de rigidez relativa, $I = 29.88$ pulg.
 - Espesor de la losa de concreto, $h = 8,8$ pulg.
 - Módulo de elasticidad del concreto, $E_c = 3912304$ lb/pulg.²
 - Relación de Poisson del concreto, $\mu = 0,15$
- Variación de la carga P: La carga vertical aplicada se varió entre 4000 libras y 14000 libras, con incrementos de 1000 libras, y su efecto en la deflexión en el borde, en el interior y en la esquina de la losa se presenta en el cuadro 7. En el cuadro 8 se muestra el grado de sensibilidad de la deflexión ante un cambio en la magnitud de la carga P.

Cuadro 7. Variación de la deflexión en función de la carga vertical, P.

Carga, P		Deflexión en pulgadas			Deflexión en milímetros		
lb	kg	Δe	Δi	Δb	Δe	Δi	Δb
4000	1.840	0,013	0,0019	0,005	0,339	0,049	0,138
5000	2.300	0,017	0,0024	0,007	0,424	0,061	0,172
6000	2.760	0,020	0,0029	0,008	0,509	0,073	0,207
7000	3.220	0,023	0,0034	0,009	0,594	0,086	0,241
8000	3.680	0,027	0,0039	0,011	0,679	0,098	0,275
9000*	4.100	0,030	0,0043	0,012	0,764	0,110	0,310
10000	4.600	0,033	0,0048	0,014	0,848	0,122	0,344
11000	5.060	0,037	0,0053	0,015	0,933	0,135	0,379
12000	5.520	0,040	0,0058	0,016	1,018	0,147	0,413
13000	5.980	0,043	0,0063	0,018	1,103	0,159	0,448
14000	6.440	0,047	0,0067	0,019	1,188	0,171	0,482

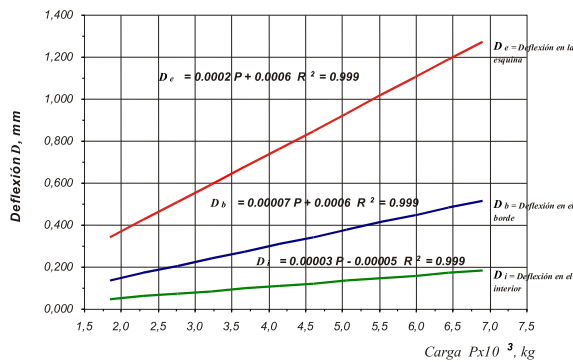
* Valores del modelo de referencia
Fuente: Elaboración propia.

Cuadro 8. Grado de sensibilidad de la deflexión en la esquina, en el interior y en el borde de la losa, en función de la carga vertical aplicada, P.

Carga, P		% de variación		
kg	%Variación	Δe	Δi	Δb
1.840	-55,55	-55,63	-55,45	-55,48
2.300	-44,44	-44,50	-44,54	-44,52
2.760	-33,33	-33,37	-33,64	-33,23
3.220	-22,22	-22,25	-21,82	-22,26
3.680	-11,11	-11,12	-10,91	-11,29
4.100*	0	0,764	0,110	0,310
4.600	+11,11	+10,99	+10,90	+10,97
5.060	+22,22	+22,12	+22,72	+22,26
5.520	+33,33	+33,25	+33,64	+33,23
5.980	+44,44	+44,37	+44,55	+44,52
6.440	+55,55	+55,50	+55,45	+55,48
<i>Sensibilidad</i>		<i>ALTA</i>	<i>ALTA</i>	<i>ALTA</i>

* Valores del modelo de referencia, deflexiones en mm.
Fuente: Elaboración propia.

Figura 2. Variación de la deflexión en función de la carga, P.



Fuente: Elaboración propia

- Conclusiones de la variación de la deflexión en función de la carga. De la información contenida en los cuadros 7 y 8 y en la figura 2 se deduce lo siguiente:

- La relación entre la magnitud de la carga y la magnitud de la deflexión en la esquina, en el interior y en el borde de la losa de concreto es directamente proporcional.

- En la figura 2 se muestra la variación de la deflexión en la esquina de losa (Δe , mm), en el borde (Δb , mm) y en el interior de la losa (Δi , mm), en función de la magnitud de la carga (P , Kg). También, se aprecia en la figura la tendencia lineal y la relación entre las dos variables. Las ecuaciones que describen el comportamiento de la deflexión en la losa, para el modelo de referencia, son las siguientes:

$$\Delta e = 0.0002P + 0.0006, R^2 = 0.999$$

$$\Delta b = 0.00007P + 0.0006, R^2 = 0.999$$

$$\Delta i = 0.00003P - 0.00005, R^2 = 0.999$$

- En el cuadro 8 se muestra que al disminuir la magnitud de la carga P, del modelo de referencia, en una proporción del 55,55%, se produce una disminución de la deflexión en la esquina de la losa del 55,63%; en el interior de la losa, del 55,45%, y en el borde de la losa, del 55,48%. Si se hace el análisis en sentido contrario, o sea, al aumentar la magnitud de la carga P en una proporción del 55,35%, se produce un incremento de la deflexión en la esquina de la losa del 55,50%; en el interior de la losa, del 55,45%, y en el borde

de la losa, del 55,48%. Lo anterior demuestra que un cambio en la magnitud de la carga genera el mismo cambio en la magnitud de la deflexión de la losa. Esta conclusión es muy importante en el diseño de las losas de concreto y, sobre todo, en la evaluación de cargas de diseño o cargas extraordinarias y en la evaluación de la capacidad portante de la losa.

- El grado de sensibilidad entre la carga y la deflexión es alto, o sea, que la carga es una variable que al modificar su magnitud genera cambios significantes en la magnitud de la deflexión de la losa.

6.2 Análisis de sensibilidad del espesor de la losa del modelo estructural.

- Parámetros constantes. Se consideran constantes en el análisis de sensibilidad:
 - Carga, $P = 9000$ lb
 - Radio de carga, $a = 6$ pulg
 - Módulo de reacción del conjunto, $k = 285$ lb/pulg³
 - Módulo de elasticidad del concreto, $E_c = 3912304$ lb/pulg²
 - Relación de Poisson del concreto, $\mu = 0,15$
- Variación del espesor de la losa, h: el espesor de la losa de concreto se varió entre 5,8 pulg. y 11,8 pulg., con incrementos de 1 pulg., y su efecto en la deflexión en el borde, en el interior y en la esquina de la losa se presenta en el cuadro 9.

Cuadro 9. Variación de la deflexión en función del espesor de la losa, h.

Espesor, h	Rigidez I	Deflexión en pulgadas			Deflexión en milímetros		
		Δe	Δi	Δb	Δe	Δi	Δb
5,8	21,86	0,050	0,0080	0,021	0,273	0,203	0,537
6,8	24,63	0,041	0,0063	0,017	1,054	0,161	0,437
7,8	27,30	0,035	0,0052	0,014	0,890	0,132	0,364
8,8*	29,88	0,030	0,0043	0,012	0,764	0,110	0,310
9,8	32,40	0,026	0,0037	0,011	0,665	0,094	0,268
10,8	34,84	0,023	0,0032	0,009	0,585	0,081	0,234
11,8	37,24	0,020	0,0028	0,008	0,520	0,071	0,207

* Valores del modelo de referencia.

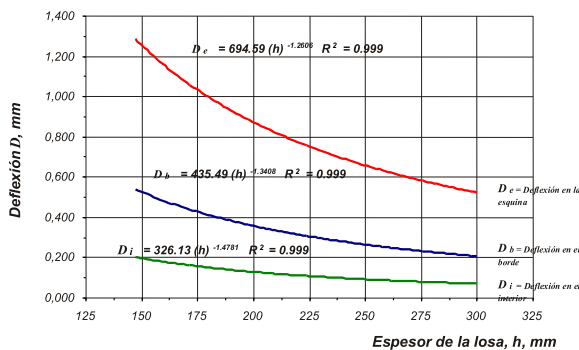
Fuente: Elaboración propia.

Cuadro 10. Grado de sensibilidad de la deflexión en la esquina, en el interior y en el borde de la losa, en función del espesor de la losa de concreto, h.

Espesor, h		%Variac.	% de variación		
pulg	mm		Δe	Δi	Δb
5,8	147	-34,08	+66,62	+84,55	+73,23
6,8	173	-22,42	+37,96	+46,36	+40,97
7,8	198	-11,21	316,49	+20,00	+17,42
8,8*	220	0	0,764	0,110	0,310
9,8	249	+11,65	-12,96	-14,55	-13,55
10,8	274	+22,87	-23,43	-26,36	-24,51
11,8	300	+34,53	-31,94	-35,45	-33,23
<i>Sensibilidad</i>			<i>ALTA</i>	<i>ALTA</i>	<i>ALTA</i>

* Valores del modelo de referencia, deflexiones en mm.
Fuente: Elaboración propia.

Figura 3 Variación de la deflexión en función del espesor de la losa de concreto, h.



Fuente: Elaboración propia.

• Conclusiones de la variación de la deflexión en función del espesor de la losa de concreto. De la información contenida en los cuadros 9 y 10 y en la figura 3 se deduce lo siguiente:

- La relación entre el espesor de la losa de concreto y la magnitud de la deflexión en la esquina, en el interior y en el borde de la losa de concreto es inversamente proporcional.
- En la figura 3 se muestra la variación de la deflexión en la esquina de losa (D_e , mm), en el borde (D_b , mm) y en el interior de la losa (D_i , mm), en función del espesor de la losa (h , mm); también se aprecia en la figura la tendencia y la relación entre las dos variables. Para espesores pequeños de la losa los

cambios son más sensibles, y para espesores grandes de la losa, un cambio en su espesor es menos sensible en la magnitud de la deflexión. Las ecuaciones que describen el comportamiento de la deflexión, para el modelo de referencia, son las siguientes:

$$\Delta e = 694.59h^{-1.2606}, R^2 = 0.999$$

$$\Delta b = 435.49h^{-1.3408}, R^2 = 0.999$$

$$\Delta i = 326.13h^{-1.14781}, R^2 = 0.999$$

- En el cuadro 10 se muestra que al disminuir el espesor de la losa h , del modelo de referencia, en una proporción del 34,08%, se produce un aumento de la deflexión en la esquina de la losa del 66,62%; en el interior de la losa, del 84,55%, y en el borde de la losa, del 73,23%. Si se hace el análisis en sentido contrario, o sea, al aumentar el espesor de la losa h , en una proporción del 34,08%, se produce una disminución de la deflexión en la esquina de la losa del 31,94%; en el interior de la losa, del 35,45%, y en el borde de la losa del 33,23%. Lo anterior demuestra que un cambio en el espesor de la losa genera cambios en la magnitud de la deflexión de la losa. Esta conclusión es muy importante en el diseño del espesor de las losas de concreto y en la evaluación de la capacidad portante de la losa.

- El grado de sensibilidad entre el espesor de la losa y la deflexión es alto, o sea, que el espesor de la losa es una variable que al modificar su magnitud genera cambios significantes en la magnitud de la deflexión.

6.3 Análisis de sensibilidad del radio de carga aplicado en el modelo estructural.

- Parámetros constantes. Se consideran constantes en el análisis de sensibilidad:
 - Carga, $P = 9000$ lb
 - Módulo de reacción del conjunto, $k = 285$ lb/pulg.³
 - Radio de rigidez relativa, $I = 29,88$ pulg.
 - Espesor de la losa de concreto, $h = 8,8$ pulg.
 - Módulo de elasticidad del concreto, $E_c = 3912304$ lb/pulg.²
 - Relación de Poisson del concreto, $\mu = 0,15$

- Variación del radio de carga, a: el radio de carga aplicado se varió entre 4 pulg. y 8 pulg., con incrementos de 1 pulg., y su efecto en la deflexión en el borde, en el interior y en la esquina de la losa se presenta en el cuadro 11.

Cuadro 11. Variación de la deflexión en función del radio de carga, a.

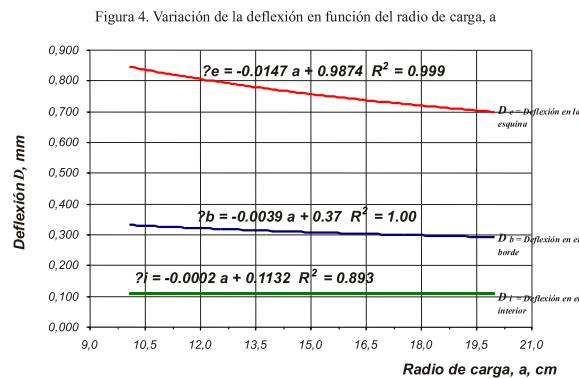
Radio de carga, a		Deflexión en pulgadas			Deflexión en milímetros		
Pulg.	cm	Δe	Δi	Δb	Δe	Δi	Δb
4	10,16	0,033	0,0044	0,013	0,838	0,111	0,330
5	12,70	0,032	0,0044	0,013	0,801	0,111	0,320
6*	15,27	0,030	0,0043	0,012	0,764	0,110	0,310
7	17,78	0,029	0,0043	0,012	0,726	0,110	0,300
8	20,32	0,027	0,0043	0,011	0,689	0,109	0,290

* Valores del modelo de referencia.
Fuente: Elaboración propia.

Cuadro 12. Grado de sensibilidad de la deflexión en la esquina, en el interior y en el borde de la losa, en función del radio de carga, a.

Radio de carga, a		% de variación		
cm	% Variaci.	Δe	Δi	Δb
10,16	-33,33	+9,69	0	+6,45
12,70	-16,67	+4,84	0	+3,22
15,27*	0	0,764	0,110	0,310
17,78	+16,67	-4,97	0	-3,22
20,32	+33,33	-9,82	-0,91	-6,45
<i>Sensibilidad</i>		<i>MEDIA</i>	<i>BAJA</i>	<i>BAJA</i>

* Valores del modelo de referencia, deflexiones en mm.
Fuente: Elaboración propia.



Fuente: Elaboración propia.

- Conclusiones de la variación de la deflexión en función del radio de carga. De la información contenida en los cuadros 11 y 12 y en la figura 4 se deduce lo siguiente:

- La relación entre el radio de carga y la magnitud de la deflexión en la esquina, en el interior y en el borde de la losa de concreto es inversamente proporcional.

- En la figura 4 se muestra la variación de la deflexión en la esquina de losa (D_e , mm), en el borde (D_b , mm) y en el interior de la losa (D_i , mm), en función del radio de carga de la losa (a , cm); también se aprecia en la figura la tendencia y la relación entre las dos variables. Para radios de carga pequeños los cambios son más sensibles y para radios de carga grandes los cambios son menos sensible a la magnitud de la deflexión. Las ecuaciones que describen el comportamiento de la deflexión de la losa, para el modelo de referencia, son las siguientes:

$$\Delta e = 0.0147a + 0.9874, R^2 = 0.999$$

$$\Delta b = -0.0039a + 0.37, R^2 = 1.00$$

$$\Delta i = -0.0002a + 0.1132, R^2 = 0.893$$

- En el cuadro 12 se muestra que al disminuir el radio de carga, del modelo de referencia, en una proporción del 33,33%, se produce un aumento de la deflexión en la esquina de la losa del 9,69%; en el interior de la losa, del 0%, y en el borde de la losa, del 6,45%. Si se hace el análisis en sentido contrario, o sea, al aumentar el radio de carga en una proporción del 33,33%, se produce una disminución de la deflexión en la esquina de la losa del 9,82%; en el interior de la losa, del 0,91%, y en el borde de la losa, del 6,45%. Lo anterior demuestra que un cambio en el radio de carga genera cambios menores en la magnitud de la deflexión en la esquina y en el borde de la losa y cambios poco significantes en el interior de la losa. Esta conclusión es muy importante en el diseño de las losas de concreto, en especial cuando se analiza las condiciones de carga de ellas, y en la evaluación de la capacidad portante de la losa.

- El grado de sensibilidad entre el radio de carga y la deflexión es medio a bajo, o sea, que el radio de

carga es una variable que al modificar su magnitud genera cambios de media a baja magnitud en la deflexión de la losa.

6.4 Análisis de sensibilidad del módulo de elasticidad del concreto.

- Parámetros constantes. Se consideran constantes en el análisis de sensibilidad:
 - Carga, $P = 9000 \text{ lb}$
 - Radio de carga, $a = 6 \text{ pulg.}$
 - Módulo de reacción del conjunto, $k = 285 \text{ lb/pulg}^3$
 - Relación de Poisson del concreto, $\mu = 0,15$
 - Espesor de la losa de concreto, $h = 8,8 \text{ pulg.}$
- Variación del módulo de elasticidad del concreto, E_c : el módulo de elasticidad del concreto se varió entre $1,9 \times 10^6 \text{ lb/pulg}^2$ y $5,9 \times 10^6 \text{ lb/pulg}^2$, con incrementos de $0,5 \times 10^6 \text{ lb/pulg}^2$, y su efecto en la deflexión en el borde, en el interior y en la esquina de la losa se presenta en el cuadro 13.

Cuadro 13. Variación de la deflexión en función del módulo de elasticidad del concreto, E_c .

Módulo del concreto, E_c .	Radio de rigidez, I	Deflexión en pulgadas			Deflexión en milímetros		
		Δe	Δi	Δb	Δe	Δi	Δb
$1,9 \times 10^6$	24,45	0,041	0,0062	0,017	1,032	0,157	0,427
$2,4 \times 10^6$	26,45	0,037	0,0055	0,015	0,938	0,140	0,386
$2,9 \times 10^6$	27,73	0,034	0,0050	0,014	0,867	0,128	0,354
$3,4 \times 10^6$	28,85	0,032	0,0046	0,013	0,810	0,118	0,330
$3,9 \times 10^6$ *	29,88	0,030	0,0043	0,012	0,764	0,110	0,310
$4,4 \times 10^6$	30,77	0,029	0,0041	0,012	0,726	0,104	0,294
$4,9 \times 10^6$	31,61	0,027	0,0039	0,011	0,693	0,099	0,280
$5,4 \times 10^6$	32,39	0,026	0,0037	0,011	0,665	0,094	0,268
$5,9 \times 10^6$	33,12	0,025	0,0035	0,010	0,640	0,090	0,257

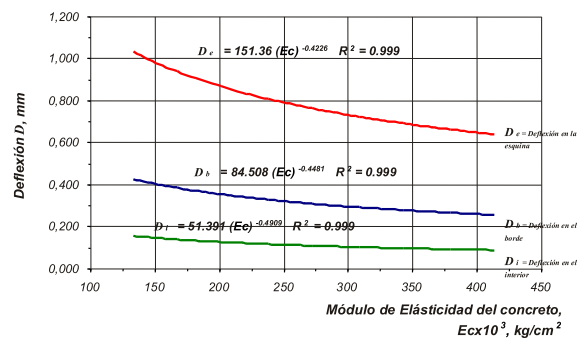
*Valores del modelo de referencia
Fuente: Elaboración propia.

Cuadro 14. Grado de sensibilidad de la deflexión en la esquina, en el interior y en el borde de la losa, en función del módulo de elasticidad del concreto, E_c .

Módulo del concreto, E_c			% de variación		
lb/pulg ²	kg/cm ²	%variación	Δe	Δi	Δb
$1,9 \times 10^6$	133.000	- 51,44	+ 35,08	+ 42,72	+ 37,74
$2,4 \times 10^6$	168.000	- 38,66	+ 22,77	+ 27,27	+ 24,51
$2,9 \times 10^6$	203.000	- 25,87	+ 13,48	+ 16,36	+ 14,19
$3,4 \times 10^6$	238.000	- 13,09	+ 6,02	+ 7,27	+ 6,45
$3,9 \times 10^6$ *	273.861	0	0,764	0,110	0,310
$4,4 \times 10^6$	308.000	+ 12,47	- 4,97	- 5,45	- 5,16
$4,9 \times 10^6$	343.000	+ 25,25	- 9,29	- 10,00	- 9,68
$5,4 \times 10^6$	378.000	+ 38,03	- 12,96	- 14,55	- 13,55
$5,9 \times 10^6$	413.000	+ 50,81	- 16,23	- 18,18	- 17,10
<i>Sensibilidad</i>			<i>ALTA</i>	<i>ALTA</i>	<i>ALTA</i>

* Valores del modelo de referencia, deflexiones en mm.
Fuente: Elaboración propia.

Figura 5. Variación de la deflexión en función del módulo de elasticidad del concreto, E_c .



Fuente: Elaboración propia.

- Conclusiones de la variación de la deflexión en función del módulo de elasticidad del concreto. De la información contenida en los cuadros 13 y 14 y en la figura 5 se deduce lo siguiente:

- La relación entre el módulo de elasticidad del concreto y la magnitud de la deflexión en la esquina, en el interior y en el borde de la losa de concreto es inversamente proporcional.

- En la figura 5 se muestra la variación de la deflexión en la esquina de losa ($?e, \text{ mm}$), en el borde ($?b, \text{ mm}$) y en el interior de la losa ($?i, \text{ mm}$), en función del módulo de elasticidad del concreto de la losa ($E_c, \text{ Kg/cm}^2$); también se aprecia en la figura la tendencia y la relación entre las dos variables. Para módulos

bajos de elasticidad del concreto, los cambios en la deflexión son más sensibles, y para módulos altos de elasticidad del concreto, los cambios en la deflexión son menos sensibles. Las ecuaciones que describen el comportamiento de la deflexión de la losa, en el modelo de referencia, son las siguientes:

$$\Delta e = 151.36E_c^{-0.4226}, R^2 = 0.999$$

$$\Delta b = 84.508E_c^{-0.4481}, R^2 = 0.999$$

$$\Delta i = 51.391E_c^{-0.4909}, R^2 = 0.999$$

- En el cuadro 14 se muestra que al disminuir el módulo de elasticidad del concreto del modelo de referencia, en una proporción del 51,44%, se produce un aumento de la deflexión en la esquina de la losa del 35,08%; en el interior de la losa, del 42,72%, y en el borde de la losa, del 37,74%. Si se hace el análisis en sentido contrario, o sea, al aumentar el módulo de elasticidad del concreto en una proporción del 50,81%, se produce una disminución de la deflexión en la esquina de la losa del 16,23%; en el interior de la losa, del 18,18%, y en el borde de la losa, del 17,10%. Lo anterior demuestra que un cambio en el módulo de elasticidad del concreto genera cambios importantes en la magnitud de la deflexión en la esquina y en el borde de la losa y en el interior de la losa. Esta conclusión es muy importante en el diseño de las losas de concreto, en especial cuando se analizan las propiedades y características del concreto de la losa.

- El grado de sensibilidad entre el módulo de elasticidad del concreto de la losa y la deflexión es alta, o sea, que el módulo de elasticidad es una variable que al modificar su magnitud genera cambios importantes en la deflexión de la losa.

6.5 Análisis de sensibilidad de la relación de Poisson del concreto.

- Parámetros constantes. Se consideran constantes en el análisis de sensibilidad:
 - Carga, $P = 9000 \text{ lb}$
 - Radio de carga, $a = 6 \text{ pulg}$
 - Módulo de reacción del conjunto, $k = 285 \text{ lb/pulg}^3$
 - Módulo de elasticidad del concreto, $E_c =$

3912304 lb/cm²

- Espesor de la losa de concreto, $h = 8,8 \text{ pulg}$

- Variación de la relación de Poisson del concreto, μ : La relación de Poisson del concreto se varió entre 0,10 y 0,20, con incrementos de 0,01, y su efecto en la deflexión en el borde, en el interior y en la esquina de la losa se presenta en el cuadro 15.

Cuadro 15. Variación de la deflexión en función de la relación de Poisson del concreto, μ .

Relación de Poisson	Radio de rigidez, I	Deflexión en pulgadas			Deflexión en milímetros		
		e	Δi	Δb	Δe	Δi	Δb
μ	Pulg.	e	Δi	Δb	Δe	Δi	Δb
0,10	29,79	0,0302	0,00436	0,01227	0,7677	0,1108	0,3117
0,11	29,80	0,0302	0,00436	0,01226	0,7670	0,1107	0,3114
0,12	29,82	0,0302	0,00435	0,01225	0,7663	0,1106	0,3110
0,13	29,84	0,0301	0,00435	0,01223	0,7654	0,1104	0,3107
0,14	29,86	0,0301	0,00434	0,01222	0,7645	0,1103	0,3103
0,15*	29,88	0,030	0,00434	0,01220	0,7636	0,1101	0,3099
0,16	29,91	0,0300	0,00433	0,01218	0,7625	0,1100	0,3094
0,17	29,93	0,0300	0,00432	0,01216	0,7614	0,1098	0,3090
0,18	29,96	0,0299	0,00431	0,01214	0,7603	0,1096	0,3085
0,19	29,99	0,0299	0,00431	0,01212	0,7590	0,1094	0,3079
0,20	30,02	0,0298	0,00430	0,01210	0,7577	0,1092	0,3074

* Valores del modelo de referencia

Fuente: Elaboración propia.

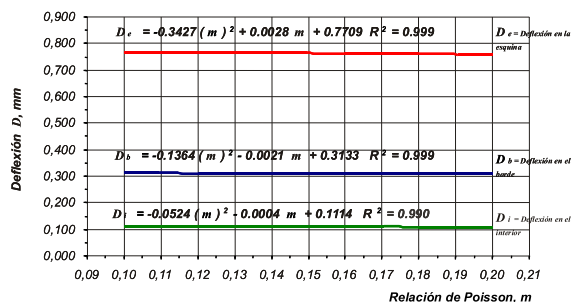
Cuadro 16. Grado de sensibilidad de la deflexión en la esquina, en el interior y en el borde de la losa, en función de la relación de Poisson, μ .

Relación de Poisson		% de variación		
μ	%variación	Δe	Δi	Δb
0,10	-33,33	+0,54	+0,64	+0,58
0,11	-26,67	+0,44	+0,54	+0,48
0,12	-20,00	+0,35	+0,45	+0,35
0,13	-13,33	+0,24	+0,27	+0,26
0,14	-6,66	+0,12	+0,18	+0,13
0,15*	0	0,7636	0,1101	0,3099
0,16	+6,66	-0,14	-0,09	-0,16
0,17	+13,33	-0,29	-0,27	-0,29
0,18	+20,00	-0,43	-0,45	-0,45
0,19	+26,67	-0,60	-0,64	-0,65
0,20	+33,33	-0,77	-0,82	-0,81
<i>Sensibilidad</i>		<i>BAJA</i>	<i>BAJA</i>	<i>BAJA</i>

* Valores del modelo de referencia, deflexiones en mm.

Fuente: Elaboración propia.

Figura 6. Variación de la deflexión en función de la relación de Poisson del concreto, ?



- Conclusiones de la variación de la deflexión en función de la relación de Poisson del concreto. De la información contenida en los cuadros 15 y 16 y en la figura 6 se deduce lo siguiente:

- La relación entre la relación de Poisson del concreto y la magnitud de la deflexión en la esquina, en el interior y en el borde de la losa de concreto es inversamente proporcional.

- En la figura 6 se muestra la variación de la deflexión en la esquina de losa ($?e, mm$), en el borde ($?b, mm$) y en el interior de la losa ($?i, mm$), en función de la relación de Poisson del concreto de la losa (μ); también se aprecia en la figura la tendencia y la relación entre las dos variables. Para relaciones de Poisson bajas, los cambios en la deflexión son poco sensibles y para relaciones de Poisson altas, los cambios en la deflexión son poco sensibles, lo cual conduce a decir que la relación de Poisson del concreto tiene una baja incidencia en la deflexión de la losa de concreto. Las ecuaciones que describen el comportamiento de la deflexión, en el modelo de referencia, son las siguientes:

$$\Delta e = 0.3427\mu^2 + 0.0028\mu + 0.7709, R^2 = 0.999$$

$$\Delta b = 0.1364\mu^2 + 0.0021\mu + 0.3133, R^2 = 0.999$$

$$\Delta i = 0.0524\mu^2 + 0.0004\mu + 0.1114, R^2 = 0.990$$

- En el cuadro 16 se muestra que al disminuir la relación de Poisson del concreto, en el modelo de referencia, en una proporción del 33,33%, se produce un aumento de la deflexión en la esquina de la losa del 0,54%; en el interior de la losa, del 0,64%, y en el borde de la losa, del 0,58%. Si se hace el análisis en sentido contrario, o sea, al aumentar la relación de Poisson del concreto en una proporción del 33,33%, se produce una disminución de la deflexión en la esquina de la losa del 0,77%; en el interior de la losa del 0,82%, y en el borde de la losa, del 0,81%. Lo anterior demuestra que un cambio en la relación de Poisson del concreto de la losa genera cambios de poca importancia en la magnitud de la deflexión en la esquina y en el borde de la losa y en el interior de la losa. Esta conclusión es muy importante en el diseño de las losas de concreto, en especial cuando se analizan las propiedades y características del concreto de la losa.

- El grado de sensibilidad entre la relación de Poisson del concreto y la deflexión es muy bajo, es decir, que la relación de Poisson del concreto de la losa es una variable que al modificar su magnitud no genera cambios importantes en la deflexión de la losa.

6.6 Análisis de sensibilidad del módulo de reacción del conjunto, k

- Parámetros constantes. Se consideran constantes en el análisis de sensibilidad:
 - Carga, $P = 9000 \text{ lb}$
 - Radio de carga, $a = 6 \text{ pulg}$
 - Módulo de elasticidad del concreto, $E_c = 3912304 \text{ lb/cm}^2$
 - Espesor de la losa de concreto, $h = 8,8 \text{ pulg}$
 - Relación de Poisson del concreto, $\mu = 0,15$
- Variación del módulo de reacción del conjunto, k: el módulo de reacción del conjunto se varió entre 85 lb/pulg^3 y 485 lb/pulg^3 , con incrementos de 100 lb/pulg^3 , y su efecto en la deflexión se presenta en el cuadro 17.

Cuadro 17. Variación de la deflexión en función del módulo de reacción del conjunto, k.

Módulo de reacción, k	Radio de rigidez, I	Deflexión en pulgadas			Deflexión en milímetros		
		Lb/pulg ³	Pulg.	Δe	Δi	Δb	Δe
85	40,44	0,059	0,0080	0,023	1,505	0,203	0,597
185	33,29	0,038	0,0054	0,015	0,976	0,137	0,392
285*	29,88	0,030	0,0043	0,012	0,764	0,110	0,310
385	27,72	0,025	0,0037	0,010	0,642	0,095	0,263
485	26,16	0,022	0,0033	0,009	0,561	0,084	0,231

* Valores del modelo de referencia

Fuente: Elaboración propia.

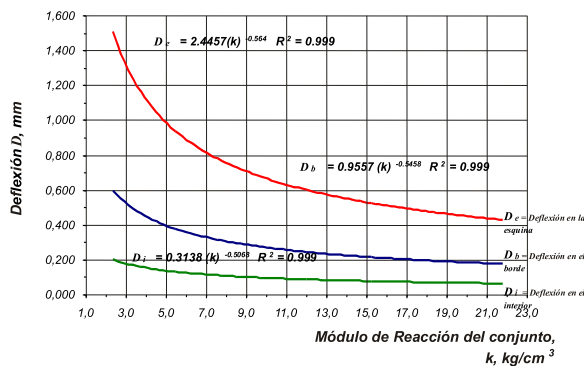
Cuadro 18. Grado de sensibilidad de la deflexión en la esquina, en el interior y en el borde de la losa, en función del módulo de reacción del conjunto, k.

Módulo de reacción, k			% de variación		
lb/pulg ³	kg/cm ³	%variación	Δe	Δi	Δb
85	2,36	- 70,17	+ 96,99	+ 84,55	+ 92,58
185	5,13	- 35,08	+ 27,75	+ 24,55	+ 26,45
285*	7,90	0	0,764	0,110	0,310
385	10,68	+ 35,08	- 15,97	- 13,64	- 15,16
485	13,45	+ 70,17	- 26,57	- 23,64	- 25,48
<i>Sensibilidad</i>			<i>ALTA</i>	<i>ALTA</i>	<i>ALTA</i>

* Valores del modelo de referencia, deflexiones en mm.

Fuente: Elaboración propia.

Figura 7. Variación de la deflexión en función del módulo de reacción del conjunto, k.



- Conclusiones de la variación de la deflexión en función del módulo de reacción del conjunto subbase-subrasante. De la información contenida en los cuadros 17 y 18 y en la figura 7 se deduce lo siguiente:

- La relación entre el módulo de reacción del conjunto subbase-subrasante y la magnitud de la deflexión en la esquina, en el interior y en el borde de la losa de concreto es inversamente proporcional.

- En la figura 7 se muestra la variación de la deflexión en la esquina de losa (Δe , mm), en el borde (Δb , mm) y en el interior de la losa (Δi , mm), en función del módulo de reacción del conjunto subbase-subrasante (k , Kg/cm³); también se aprecia en la figura la tendencia y la relación entre las dos variables. Para módulos del conjunto subbase-subrasante bajos, o sea fundaciones de baja capacidad de soporte, los cambios en la deflexión son muy sensibles y para altos módulos de reacción del conjunto subbase-subrasante, los cambios en la deflexión son poco sensibles, lo cual conduce a decir que el módulo de reacción del conjunto subbase-subrasante tiene una alta incidencia en la deflexión de la losa de concreto. Las ecuaciones que describen el comportamiento de la deflexión del modelo de referencia son las siguientes:

$$\Delta e = 2.4457k^{-0.564}, R^2 = 0.999$$

$$\Delta b = 0.9557k^{-0.5458}, R^2 = 0.999$$

$$\Delta i = 0.3138k^{-0.5068}, R^2 = 0.999$$

- Cuando la subrasante tiene baja capacidad de soporte y se apoya la losa directamente sobre ella, las deflexiones de la losa son altas, lo cual conduce a la falla o fractura de la losa, especialmente en las esquinas y en sentido longitudinal. De ahí la necesidad de mejorar la capacidad de la fundación, colocando una capa de subbase granular o estabilizada, en un espesor adecuado, para mejorar el comportamiento mecánico de la losa de concreto y disminuir la magnitud de las deflexiones.

- En el cuadro 18 se muestra que al disminuir el módulo de reacción del conjunto subbase-subrasante, en el modelo de referencia, en una proporción del 70,17%, se produce un aumento de la deflexión en la esquina de la losa del 96,99%; en el interior de la losa, del 84,55%, y en el borde de la losa, del 92,58%. Si se hace el análisis en sentido contrario, o sea, al aumentar el módulo de reacción del conjunto subbase-subrasante en una proporción del 70,17%, se produce una disminución de la deflexión en la esquina de la losa del 26,57%; en el interior de la losa, del 23,64%, y en el borde de la losa, del 25,48%. Lo anterior demuestra que un cambio en el módulo de reacción del conjunto subbase-subrasante genera cambios de mucha importancia en la magnitud de la deflexión en la esquina, en el borde y en el interior de la losa. Esta conclusión es muy importante en el diseño de las losas de concreto, en especial cuando se analizan las propiedades y características de la fundación de la losa y de la necesidad de colocar una capa de subbase.

- El grado de sensibilidad entre el módulo de reacción del conjunto subbase-subrasante y la deflexión es muy alto, o sea, que el módulo de reacción del conjunto subbase-subrasante es una variable que al modificar su magnitud genera cambios muy importantes en la deflexión de la losa.

- Es importante destacar la necesidad de contar con una fundación para las losas de concreto, con el fin de garantizar su comportamiento mecánico y disminuir las magnitudes de la deflexión generada por las cargas impuestas por el tránsito.

6.7 Grado de sensibilidad de los parámetros de diseño de un pavimento rígido.

Para determinar el grado de sensibilidad se consultaron diversos estudios internacionales y se adoptó la siguiente escala de calificación, de acuerdo con la variabilidad o la proporción de variación de cada parámetro en el rango de variación establecido para el presente estudio.

Cuadro 19. Escala para definir el grado de sensibilidad

Grado de sensibilidad	Variación, %
Baja	< 15
Media	15 – 30
Alta	> 30

Fuente: Elaboración propia.

Una vez realizado el análisis de sensibilidad de las variables que afectan el diseño de una estructura de un pavimento rígido, se presenta en el cuadro 20 su grado de sensibilidad, para el ejemplo de la estructura de referencia.

Cuadro 20. Grado de sensibilidad de las variables que afectan el diseño de un pavimento rígido.

Variable de diseño	Grado de sensibilidad		
	Deflexión en la esquina, Δe	Deflexión en el interior, Δi	Deflexión en el borde, Δb
Carga, P	ALTA	ALTA	ALTA
Espesor de la losa, h	ALTA	ALTA	ALTA
Radio de carga, a	MEDIA	BAJA	BAJA
Módulo de elasticidad del concreto, E_c	ALTA	ALTA	ALTA
Relación de Poisson, μ	BAJA	BAJA	BAJA
Módulo de reacción del conjunto, K_c	ALTA	ALTA	ALTA

Fuente: elaboración propia.

6.8 Variables más sensibles a la deflexión en el diseño de un pavimento rígido. Como resultado final del estudio de sensibilidad, se presenta en el cuadro 21, la clasificación de las variables más sensibles a la deflexión del modelo estructural de referencia, de un pavimento rígido.



Cuadro 21. Variables más sensibles que afectan la deflexión para el modelo de referencia, en una estructura de un pavimento rígido.

Número de orden	Variable más sensible
1	La carga vertical, P
2	Espesor de la losa de concreto, h
3	Módulo de reacción del conjunto subbase-subrasante, K_c
4	Módulo de elasticidad del concreto, E_c
5	Radio de carga, a
6	Relación de Poisson del concreto, μ

Fuente: Elaboración propia.

Como conclusión final del análisis de sensibilidad se tiene que en el diseño de una estructura de un pavimento rígido se debe controlar la magnitud de la deflexión del modelo estructural, y para ello se han identificado las variables que más afectan la deflexión.

En la etapa de diseño es fácil realizar el chequeo de la deflexión y escoger los parámetros para obtener un buen diseño que controle la fatiga, la erosión y la deflexión de la losa en las esquinas, en el interior y en el borde.

En la etapa de rehabilitación, la situación es un poco más compleja, porque en el caso de colocar una capa de refuerzo sobre un pavimento rígido, las variables que se pueden seleccionar son básicamente el espesor del refuerzo y el módulo de elasticidad del concreto. Con dichas variables se debe obtener una estructura rehabilitada o reforzada que cumpla los criterios de fatiga, erosión y deflexión.

Agradecimientos

El autor agradece al doctor en ingeniería Jorge

Nevardo Prieto Muñoz, profesor de la Escuela de Transportes y Vías, por su asesoría, revisión y dirección del trabajo de investigación titulado “*Comportamiento de la deflexión en función de los parámetros de diseño de una estructura de pavimento*”; al ingeniero Juan Carlos Poveda D’Otero, Director de la Escuela de Transportes y Vías, por su apoyo y colaboración en la elaboración del presente artículo, y al ingeniero Carlos Alberto Benavides Bastidas, profesor de la Facultad de Ingeniería Civil de la Universidad del Cauca, por la revisión y sugerencias que enriquecieron el artículo.

A los integrantes del Grupo de Investigación y Desarrollo en Infraestructura Vial –GRINFRAVIAL–, por su apoyo y asesoría en la elaboración del presente artículo fruto de los proyectos de investigación.

Bibliografía

AASHTO: *American Association of State Highway Transportation Official*. ICPC. Medellín. 2001.

HIGUERA SANDOVAL, Carlos Hernando: *Nociones sobre métodos de diseño de estructuras de pavimento para carreteras*. Escuela de Transportes y Vías, Facultad de Ingeniería, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Tunja, 2006.

_____: *Nociones sobre evaluación y rehabilitación de pavimentos. Métodos de diseño de estructuras de pavimento*. Escuela de Transportes y Vías, Facultad de Ingeniería, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Tunja, 2006.

HUANG, Yang H.: *Pavement analysis and design*, segunda edición, 2004.

SHELL: *Programa BISAR 3.0 para el cálculo de esfuerzos, deformaciones y deflexiones*.

YODER Y WITCZAK: *Principles of pavement design*, segunda edición, 1975.

Fecha de recepción: 8 de mayo de 2006

Fecha de aprobación: 5 de julio de 2006

