

Análisis de sensibilidad de las variables que influyen en los esfuerzos de alabeo por temperatura en losas de concreto hidráulico

Sensibility Analysis of the Variables that Influence the Warp Efforts Caused by Temperature, in the Hydraulic Concrete's Flagstones

Carlos Hernando Higuera Sandoval*

Resumen

Se presenta el análisis de sensibilidad de cada una de las variables que influyen en el cálculo de los esfuerzos de alabeo producidos por la diferencia de temperatura de las caras de la losa de concreto hidráulico; las variables analizadas fueron: el módulo de elasticidad del concreto, el coeficiente de dilatación del concreto, la diferencia de temperatura entre caras de la losa, el espesor de la losa de concreto, la relación de Poisson del concreto, el módulo de reacción del apoyo de la losa, la longitud de la losa y el ancho de la losa de concreto. Por medio del análisis de sensibilidad es posible definir el grado de importancia de las variables e identificar las más sensibles, o que afectan en mayor o menor grado el comportamiento mecánico de las losas de concreto debido al efecto de los cambios de temperatura, para así tener herramientas que les permitan a los Ingenieros de diseño de pavimentos tener certeza de las variables que deben modificarse para conseguir que el modelo estructural cumpla con los requisitos de diseño y asegure un buen comportamiento mecánico de la losa durante su vida de servicio. El análisis del efecto de alabeo producido por los cambios de temperatura en las caras de

Abstract

The sensibility analysis is presented for each one of the variables that influence the calculation of the warp efforts taken place by the difference of temperature in the concrete hydraulic flagstone's faces. The analyzed variables were: The concrete elasticity's module, the concrete dilation's coefficient, the difference of temperature among the flagstone's faces, the thickness of the concrete's flagstone, the concrete Poisson's relationship, the flagstone support reaction's module, the concrete flagstone's longitude and width.

By means of the sensibility's analysis it is possible to define the variables' grade of importance, and to identify the most sensitive ones, that affect in bigger or smaller grade the concrete flagstone's mechanical behavior, due to the changes of temperature's effects, in order to have tools that allow the pavements design's engineers, to be certain on the variables that should be modified, to accomplish that the structural pattern fulfills the design requirements and assures a good mechanical flagstone's behavior during its service life.

* Ingeniero en Transportes y Vías, Especialista en Vías Terrestres, Especialista en Carreteras, Especialista en Transportes Terrestres, Magíster en Ingeniería de Vías Terrestres, Profesor de la Escuela de Transporte y Vías de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Investigador del Grupo de Investigación y Desarrollo en Infraestructura Vial – GRINFRAVIAL– Categoría B. Correo e.: carlos.higuera@uptc.edu.co

las losas de concreto permite definir su dimensionamiento y el control de la aparición de fisuras transversales y longitudinales en las losas, debido a los esfuerzos tanto en el interior como en los bordes de la losa. Este artículo hace parte de los trabajos de investigación que adelanta el autor en la Escuela de Transporte y Vías, Facultad de Ingeniería de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, en el Grupo de Investigación y Desarrollo en Infraestructura Vial –GRINFRAVIAL–.

Palabras clave: Pavimentos rígidos, Esfuerzos de alabeo, Gradientes térmicos, Diseño de pavimentos.

The warp effect analysis, taken place by the changes of temperature in the concrete flagston's faces, allows to define its dimension and the control of the traverse and longitudinal fissures' appearance in the flagstones, due to the efforts both in the interior as in the flagstone's borders.

Key words: Rigid Pavements, Warp Efforts, Thermal Gradients, Design of Pavements.

1. Introducción

Para el análisis de sensibilidad de las variables que influyen en la determinación del efecto de alabeo o de los esfuerzos generados en el interior y en el borde de una losa de concreto hidráulico por cambios de temperatura, se tomó una estructura de pavimento rígido de referencia que cumple todos los criterios de diseño, se definió el rango de variación de cada una de las variables y se realizó la modelación o el análisis de sensibilidad.

Con la información de la modelación se realizó un análisis estadístico para definir los modelos de comportamiento tanto para los esfuerzos en el interior como en el borde de una losa de concreto, se elaboraron gráficas y cuadros que permitieron evaluar el comportamiento de las variables en lo referente a su tendencia, ecuación de comportamiento y su coeficiente de correlación, y, finalmente, se definió el grado de importancia o de sensibilidad de cada una de las variables que inciden en el cálculo del efecto de alabeo en las losas de concreto. Esto permitió obtener las conclusiones sobre el análisis de sensibilidad, y las recomendaciones para los ingenieros de diseño, construcción y conservación de estructuras

de pavimentos rígidos.

2. Principios básicos para determinar los esfuerzos por alabeo en losas de concreto hidráulico [1]

2.1 Esfuerzos por alabeo

El alabeo es la tendencia de la losa de concreto a doblarse, asumiendo una curvatura cóncava o convexa; se produce por una diferencia de temperatura entre la cara superior y la inferior de la losa. El alabeo diurno ocurre cuando la temperatura en la parte superior de la losa es mayor que en la parte inferior; así, la parte superior tiende a expandirse con respecto al eje neutro, mientras la parte inferior tiende a contraerse, con lo que la losa asume una curvatura en forma convexa o de cresta, lo cual genera esfuerzos de tensión en la parte superior y esfuerzos de compresión en la inferior. El alabeo nocturno se presenta cuando la temperatura en la cara superior es menor que en la inferior, por lo que la cara superior tiende a contraerse con respecto a la inferior y la losa asume una curvatura cóncava, induciendo esfuerzos de tensión en la cara inferior y de compresión en la superior.

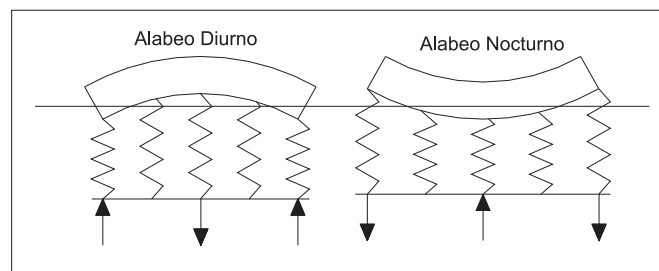


Figura 1. Alabeo por temperatura en las losas de concreto hidráulico

Fuente: HUANG, Yang. *Pavement Analysis and Design*. New Jersey: Prentice-Hall, USA. 2004, p.

La teoría del plato sobre una fundación Winkleriana o líquida ofrece una explicación más clara sobre los esfuerzos por alabeo. Una fundación Winkleriana se caracteriza por una serie de resortes adheridos a un plato, como lo muestra la figura 1. Cuando se presenta el alabeo diurno, la parte superior se alarga más que la inferior y la curvatura de la losa es descendente o convexa, los resortes en los extremos de la losa se

comprimen y empujan la losa hacia arriba, mientras los resortes en la parte interior se tensionan halando la losa hacia abajo; el resultado es que la cara superior de la losa trabaja a tensión y la inferior a compresión. En el caso del alabeo nocturno la curvatura de la losa es ascendente o cóncava, los resortes de la parte exterior tiran de la losa hacia abajo, mientras los de la parte interior empuja la losa hacia arriba, lo que

resulta en tensión en la cara inferior y compresión en la superior. Westergaard [1] analizó el doblamiento de una losa infinita y otra finita.

2.1.1 Doblamiento de un plato infinito. La diferencia entre una viga y un plato es que la viga es esforzada en una sola dirección, mientras que el plato es esforzado en dos direcciones. Para esfuerzos en dos direcciones, la deformación ε_x en la dirección X puede ser determinada por la ley de Hooke:

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \mu \frac{\sigma_y}{E} \quad (1)$$

Donde: ε_x es la deformación en la dirección X; σ_x y σ_y son los esfuerzos en la dirección X y Y, en lb/pulg²; E es el módulo elástico del concreto, en lb/pulg², y μ es la relación de Poisson del concreto. El primer término en el lado derecho de (1) indica la deformación en la dirección X causada por el esfuerzo en la dirección X, mientras el segundo término indica la deformación en la dirección Y, causada por el esfuerzo en la dirección Y; de manera similar se tiene:

$$\varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \mu \frac{\sigma_x}{E} \quad (2)$$

Donde: ε_y es la deformación en la dirección Y; σ_x y σ_y son los esfuerzos en la dirección X y Y, en lb/pulg²; E es el módulo elástico del concreto, en lb/pulg², y μ es la relación de Poisson del concreto. Si el doblamiento de la losa se da en una sola dirección, la solución determinada es:

$$\sigma_x = \frac{E\varepsilon_x}{1-\mu^2} \quad (3) \text{ y } \quad \sigma_y = \mu\sigma_x \quad (4)$$

Donde: σ_x es el esfuerzo en la dirección de doblamiento, en lb/pulg²; σ_y es el esfuerzo en la dirección perpendicular al doblamiento, en lb/pulg²; ε_x es la deformación en la dirección de doblamiento; μ es la relación de Poisson del concreto, y E es el módulo elástico del concreto en lb/pulg².

Para el caso del alabeo, la losa sufre un doblamiento simultáneo en ambas direcciones X y Y, por lo que los esfuerzos se superponen para calcular el esfuerzo

total por alabeo, el cual se determina asumiendo que la losa está restringida al movimiento en ambas direcciones.

Teniendo una losa libre al movimiento, cuya temperatura en la cara superior sea mayor que en la inferior, la parte superior se expandirá con una deformación de $\alpha_t \Delta t / 2$ y la inferior se contraerá con una deformación similar, como lo muestra la figura 2; si la losa está completamente restringida y controlada al movimiento, se genera una fuerza de compresión en la cara superior y una de tensión en la inferior, la deformación máxima será:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = \frac{\alpha_t \Delta t}{2} \quad (5)$$

Donde: α_t es el coeficiente de expansión térmica del concreto, en pulg/pulg/°F, y Δt , la diferencia de temperatura entre la cara superior y la inferior de la losa en °F. Partiendo de (3), el esfuerzo en la dirección X, debido al doblamiento en esta dirección es:

$$\sigma_x = \frac{E\alpha_t \Delta t}{2(1-\mu^2)} \quad (6)$$

Donde: σ_x es el esfuerzo en la dirección X, en lb/pulg²; E es el módulo elástico del concreto, en lb/pulg², y μ es la relación de Poisson del concreto.

La ecuación (6) también representa el esfuerzo en la dirección Y causado por el doblamiento en esta dirección; la (4) representa el esfuerzo en la dirección X causado por el doblamiento en la dirección Y. Es:

$$\sigma_x = \frac{E\alpha_t \Delta t}{2(1-\mu^2)} \quad (7)$$

El esfuerzo total por alabeo se obtiene de sumar (6) y (7).

$$\sigma_x = \frac{E\alpha_t \Delta t}{2(1-\mu)} \quad (8)$$

Donde: σ_x es el esfuerzo total por alabeo, en lb/pulg²; E es el módulo elástico del concreto, en lb/pulg²; α_t es el coeficiente de expansión térmica del concreto,

en pulg/pulg/°F; Δt es la diferencia de temperatura entre la cara superior y la inferior de la losa, en °F, y μ es la relación de Poisson del concreto.

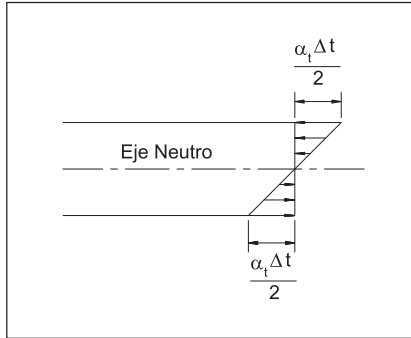


Figura 2. Gradiente de temperatura en la losa de concreto
Fuente: HUANG, Yang. Pavement Analysis and Design. New Jersey: Prentice-Hall. USA, 2004. p. 149.

2.1.2 Esfuerzos por alabeo en una losa finita.

Suponiendo una losa de longitud L_x y de ancho L_y , como lo muestra la figura 3, Westergaard [1] propuso las siguientes soluciones para el esfuerzo interior máximo en el centro de la losa en ambas direcciones:

$$\sigma_x = \frac{E\alpha_t \Delta t}{2(1-\mu^2)} (C_x + \mu C_y) \quad (9)$$

$$\sigma_y = \frac{E\alpha_t \Delta t}{2(1-\mu^2)} (C_y + \mu C_x) \quad (10)$$

Donde: σ_x es el esfuerzo interior máximo por alabeo en la dirección X, en lb/pulg²; σ_y es el esfuerzo interior máximo por alabeo en la dirección Y, en lb/pulg²; E es el módulo elástico del concreto, en lb/pulg²; α_t es el coeficiente de expansión térmica del concreto, en pulg/pulg/°F; Δt es la diferencia de temperatura entre la cara superior y la inferior de la losa, en °F; μ es la relación de Poisson del concreto, y C_x y C_y son factores de corrección por losa finita. Basado en este análisis, Bradbury [1] desarrolló una curva para determinar C_x y C_y , que se muestra en la figura 4; el factor de corrección C_x depende de la relación L_x/l , y C_y de la relación L_y/l , donde l es el radio de rigidez relativa definido como:

$$l = \left[\frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)k} \right]^{0.25} \quad (11)$$

Donde: l es el radio de rigidez relativa, en pulgadas; E es el módulo de elasticidad del concreto, en lb/pulg²; h es el espesor de la losa, en pulgadas; μ es la relación de Poisson del concreto, y k , el módulo de reacción de la subrasante, en lb/pulg³. El esfuerzo en el borde de la mitad de la losa es:

$$\sigma = \frac{CE\alpha_t \Delta t}{2} \quad (12)$$

En la cual: σ y C dependen de la dirección X o Y.

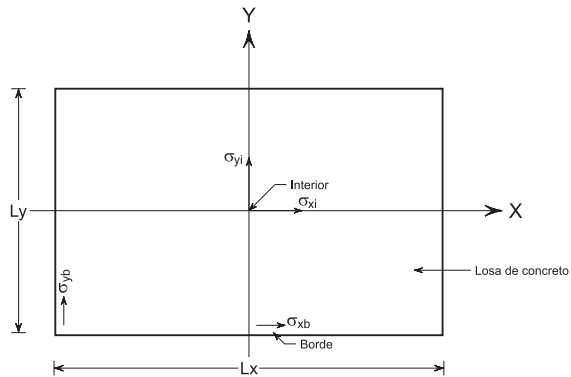


Figura 3. Losa finita de concreto hidráulico
Fuente: HUANG, Yang. Pavement Analysis and Design. New Jersey: Prentice-Hall. Estados Unidos, 2004, p. 150.

Los valores del coeficiente de dilatación térmica del concreto (α pulg/pulg/°F) dependen del tipo de agregado; algunos de ellos son: cuarzo 6.6×10^{-6} , arenisca 6.5×10^{-6} , grava 6.0×10^{-6} , granito 5.3×10^{-6} , basalto 4.8×10^{-6} y caliza 3.8×10^{-6} .

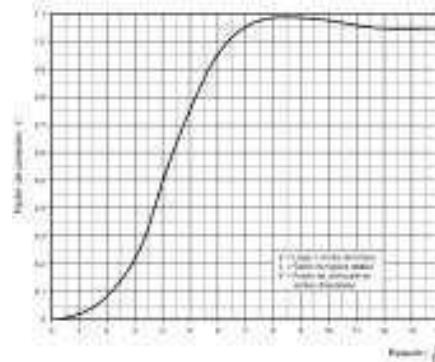
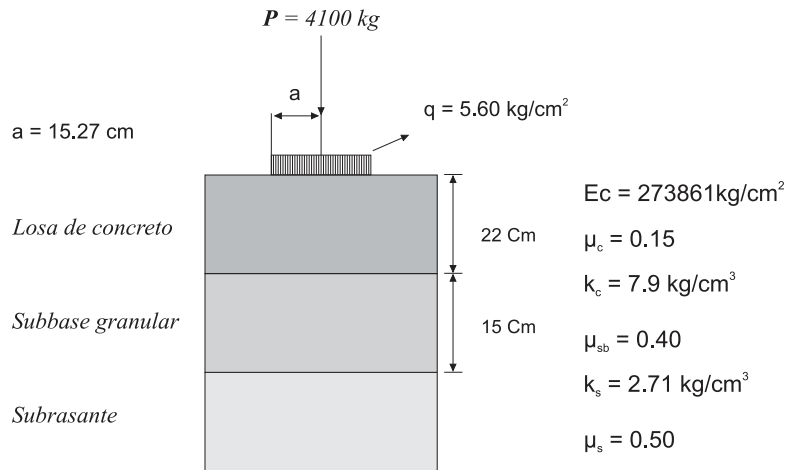


Figura 4. Factor de corrección de esfuerzo por losa finita
Fuente: HUANG, Yang. Pavement Analysis and Design. New Jersey: Prentice-Hall. USA, 2004, p. 150.

3. Modelo estructural de referencia de pavi-mento rígido

Para realizar el análisis de sensibilidad de las

variables que afectan la deflexión en un pavimento rígido, recurrimos al modelo estructural definido en la figura 5, el cual cumple todos los parámetros de diseño.



K_c = Módulo de reacción del conjunto subbase-subrasante; K_s = Módulo de reacción de la subrasante

Figura 5. Modelo estructural de referencia de pavimento rígido

El modelo estructural de referencia de pavimento rígido está constituido por una losa de concreto de 22 cm de espesor, una subbase granular de 15 cm de espesor y apoyado sobre una subrasante que tiene un módulo de reacción de 2.71 kg/cm^3 o 98 lb/pulg^3 . El módulo de reacción del conjunto subbase-subrasante es de 7.9 kg/cm^3 o 285 lb/pulg^3 .

Para las condiciones de la modelación se consideró como carga aplicada la correspondiente al semieje estándar de 4100 kg o 9000 lb y la huella se consideró como circular, con un radio de carga de 15.27 cm .

4. Variables que contempla el análisis de sensibilidad

Las variables que se tienen en cuenta en el análisis de sensibilidad y que inciden en la determinación de los esfuerzos de alabeo producidos por cambios de temperatura en una losa de concreto hidráulico son las siguientes:

- El módulo de elasticidad del concreto, E_c
- El coeficiente de dilatación del concreto, α
- La diferencia de temperatura entre las caras de la losa, Δt
- Espesor de la losa de concreto, h
- Relación de Poisson del concreto, μ
- Módulo de reacción del conjunto, subbase-subrasante, K_c
- La longitud de la losa, L_x
- El ancho de la losa, L_y

5. Rango de variación de las variables que inciden en los esfuerzos de alabeo

Los rangos de variación de las variables que inciden en la determinación de los esfuerzos de alabeo en las losas de concreto de un pavimento rígido se indican en el cuadro 1, y están definidos por valores típicos de uso común.

Cuadro 1. Rango de variación de las variables

Variable	Unidad	Rango de variación	Variación
Módulo de elasticidad del concreto, E_c	lb/pulg ²	$1.9 \times 10^6 - 5.9 \times 10^6$	0.5×10^6
Coefficiente de dilatación del concreto, α	pulg/pulg/°F	$3.8 \times 10^{-6} - 6.6 \times 10^{-6}$	0.56×10^{-6}
Diferencia de temperatura entre las caras de la losa, Δt	°F	0° - 100°	10°
Espesor de la losa de concreto	Pulgada	5.8 - 11.8	1
Relación de Poisson del concreto, μ		0.10 - 0.20	0.01
Módulo de reacción del apoyo de la losa, K_c	lb/pulg ³	85 - 485	100
Longitud de la losa, L_x	Pulgada	100 - 220	20
Ancho de la losa, L_y	Pulgada	100 - 200	20

6. Análisis de sensibilidad de las variables que inciden en la determinación de los esfuerzos por alabeo

Definida la estructura de referencia del pavimento rígido, en el numeral 2, y los rangos de variación de cada una de las variables consideradas, se realiza el análisis de sensibilidad de las variables que inciden en la determinación de los esfuerzos por alabeo o por cambio de temperatura de las caras de las losas de concreto hidráulico. Los parámetros de diseño considerados son los siguientes:

- Módulo de elasticidad del concreto, $E_c = 3912304$ lb/pulg²
- Coeficiente de dilatación del concreto, $\alpha = 6.0 \times 10^{-6}$ pulg/pulg/°F
- Diferencia de temperatura entre las caras de la losa, $\Delta t = 53.6$ °F
- Relación de Poisson del concreto, $\mu = 0.15$
- Espesor de la losa de concreto, $h = 8.8$ pulg
- Módulo de reacción del conjunto, $K_c = 285$ lb/pulg³
- Longitud de la losa, $L_x = 177$ pulgadas
- Ancho de la losa, $L_y = 144$ pulgadas
- La relación de esbeltez de la losa, $E = (L_x/L_y) = 1.23$

El análisis de sensibilidad se realizó con ayuda de una hoja de cálculo en Excel, que permite calcular los esfuerzos en el interior y en borde de la losa, utilizando las ecuaciones definidas en el numeral 2 de este documento. Durante el análisis de sensibilidad solamente se varían los valores de la variable analizada y las demás permanecen constantes.

Para visualizar la información de las variables se

elaboraron diferentes tablas y con la información contenida en las ellas se elaboraron las figuras que correlacionan la variable considerada con los esfuerzos de alabeo en el borde y en el interior de una losa de concreto. De esta manera, se analiza la tendencia de las variables y el grado de sensibilidad de ellas ante una variación, lo cual permite sacar conclusiones y definir su grado de sensibilidad e importancia en el diseño de las losas de concreto de un pavimento rígido.

El comportamiento de los esfuerzos de alabeo en función de las variables de diseño, para la estructura definida en el numeral 2, se presenta en las figuras 6 a la 13; en ellas se puede apreciar su tendencia, la ecuación de comportamiento y el coeficiente de correlación, para los esfuerzos internos y en el borde de una losa de concreto hidráulico.

Los valores de los esfuerzos en el borde y en el interior de la losa del modelo de referencia son los siguientes: Esfuerzo de alabeo en el borde de la losa: $\sigma_{xb} = 578.01$ Lb/pulg² y $\sigma_{xb} = 457.28$ lb/pulg². Esfuerzo de alabeo en el interior de la losa: $\sigma_{xi} = 661.49$ Lb/pulg² y $\sigma_{yi} = 556.50$ lb/pulg².

7. Conclusiones del análisis de sensibilidad de las variables que inciden en la determinación de los esfuerzos por alabeo en las losas de concreto

Las conclusiones del análisis de sensibilidad de las variables que inciden en la determinación de los esfuerzos en el borde y en el interior de una losa de concreto hidráulico de una estructura de un pavimento rígido son las siguientes:

7.1 Análisis de sensibilidad del módulo de elasticidad del concreto

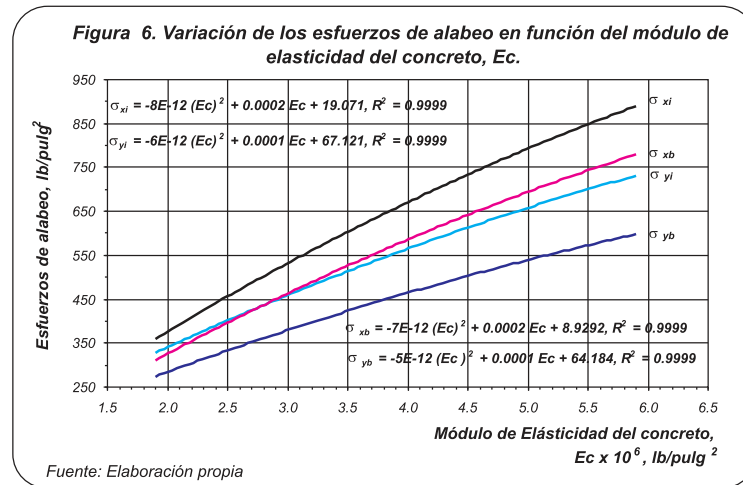
- Variación del módulo de elasticidad del concreto, E_c . El módulo de elasticidad del concreto se varió entre 1.9×10^6 y 5.9×10^6 lb/pulg²,

con incrementos de 0.5×10^6 lb/pulg², y su efecto en los esfuerzos de alabeo en el borde y en el interior de la losa de concreto hidráulico se presenta en el cuadro 2. Los demás parámetros de diseño se consideran constantes en el análisis de sensibilidad.

Cuadro 2. Variación de los esfuerzos de alabeo en función del módulo de elasticidad del concreto, E_c .

Módulo de elasticidad del concreto $E_c \times 10^6$ Lb/pulg ²	Radio de rigidez relativa I pulgadas	Esfuerzos de alabeo, lb/pulg ²			
		En el borde de la losa		En el interior de la losa	
		σ_{xb}	σ_{yb}	σ_{xi}	σ_{yi}
1.9	24.95	312.02	273.39	361.16	327.56
2.4	26.45	381.75	324.37	440.31	390.42
2.9	27.73	449.15	371.43	516.49	448.90
3.4	28.85	514.65	415.24	590.21	503.78
3.9*	29.88	578.01	457.28	661.49	556.50
4.4	30.77	630.74	494.96	721.21	603.14
4.9	31.61	682.70	531.48	779.97	648.48
5.4	32.39	732.74	566.10	836.48	691.57
5.9	33.11	781.05	598.98	890.94	732.62

* Valores del modelo de referencia, $1 \text{ Kg/cm}^2 = 14.223 \text{ Lb/pulg}^2$



- **Conclusiones de la variación de los esfuerzos de alabeo en función del módulo de elasticidad del concreto.** De la información contenida en el cuadro 2 y en la figura 6 se deduce lo siguiente.

- La relación entre el módulo de elasticidad del concreto E_c y los esfuerzos de alabeo en el interior (σ_{xi} , σ_{yi}) y en el borde (σ_{xb} , σ_{yb}) de la losa es

directamente proporcional; ante un incremento del valor de E_c se incrementan los valores de los esfuerzos en el borde y en el interior de la losa de concreto.

- Los esfuerzos de alabeo en el interior de la losa son mayores a los esfuerzos de alabeo en el borde de la losa de concreto.
- La relación de esfuerzos σ_{xi}/σ_{xb} es 1.14, y la

σ_{yi}/σ_{yb} , 1.22, para el modelo de referencia en estudio.

- Las ecuaciones de comportamiento de los esfuerzos de alabeo σ_{xb} , σ_{yb} , σ_{xi} , σ_{yi} (lb/pulg²) en función del módulo de elasticidad del concreto E_c (Lb/pulg²) son:

$$\sigma_{xb} = -7 \times 10^{-12} * (E_c)^2 + 0.0002 E_c + 8.9292, R^2 = 0.9999$$

$$\sigma_{yb} = -5 \times 10^{-12} * (E_c)^2 + 0.0001 E_c + 64.184, R^2 = 0.9999$$

$$\sigma_{xi} = -8 \times 10^{-12} * (E_c)^2 + 0.0002 E_c + 19.071, R^2 = 0.999$$

$$\sigma_{yi} = -6 \times 10^{-12} * (E_c)^2 + 0.0001 E_c + 67.121, R^2 = 0.9999$$

- El grado de sensibilidad de los esfuerzos de alabeo en función del módulo de elasticidad del concreto es *ALTO*.

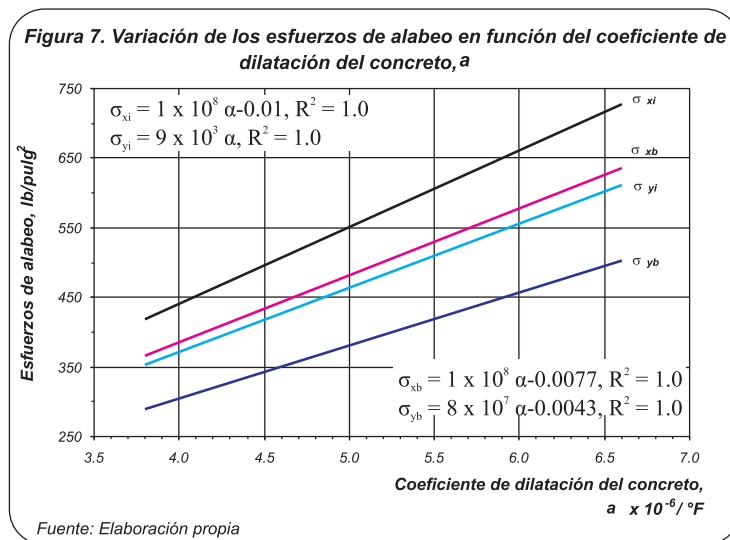
7.2 Análisis de sensibilidad del coeficiente de dilatación del concreto

- **Variación del coeficiente de dilatación del concreto, α .** El coeficiente de dilatación del concreto se varió entre 3.80×10^{-6} y 6.60×10^{-6} pulg/pulg/°F, con incrementos de 0.56×10^{-6} pulg/pulg/°F; su efecto en los esfuerzos de alabeo en el borde y en el interior de la losa de concreto hidráulico se presenta en el cuadro 3. Los demás parámetros de diseño se consideran constantes en el análisis de sensibilidad.

Cuadro 3. Variación de los esfuerzos de alabeo en función del coeficiente de dilatación del concreto, α

Coeficiente de dilatación del concreto $\alpha \times 10^{-6}$ pulg/pulg/°F	Esfuerzos de alabeo, lb/pulg ²			
	En el borde de la losa		En el interior de la losa	
	σ_{xb}	σ_{yb}	σ_{xi}	σ_{yi}
3.80	366.07	289.61	418.94	352.45
4.36	420.02	332.29	480.68	404.39
4.92	473.97	374.97	542.42	456.33
5.48	527.92	417.65	604.16	508.27
6.00*	578.01	457.28	661.44	556.50
6.04	581.87	460.33	665.90	560.21
6.60	635.81	503.01	727.64	612.15

* Valores del modelo de referencia. $1 \text{ kg/cm}^2 = 14.223 \text{ lb/pulg}^2$



• **Conclusiones de la variación de los esfuerzos de alabeo en función del coeficiente de dilatación del concreto.** De la información contenida en el cuadro 3 y en la figura 7 se deduce lo siguiente.

- La relación entre el coeficiente de dilatación del concreto α y los esfuerzos de alabeo en el interior (σ_{xi} , σ_{yi}) y en el borde (σ_{xb} , σ_{yb}) de la losa es directamente proporcional.
- Los esfuerzos de alabeo en el interior de la losa son mayores a los esfuerzos de alabeo en el borde de la losa de concreto.
- La relación de esfuerzos σ_{xi}/σ_{xb} es 1.14, y la σ_{yi}/σ_{yb} , 1.22, para el modelo de referencia en estudio.
- Las ecuaciones de comportamiento de los esfuerzos de alabeo σ_{xb} , σ_{yb} , σ_{xi} , σ_{yi} (lb/pulg²) en función del coeficiente de dilatación del concreto α (pulg/pulg/°F) son:

$$\sigma_{xb} = 1 \times 10^8 \alpha - 0.0077, R^2 = 1.0$$

$$\sigma_{yb} = 8 \times 10^7 \alpha - 0.0043, R^2 = 1.0$$

$$\sigma_{xi} = 1 \times 10^8 \alpha - 0.01, R^2 = 1.0$$

$$\sigma_{yi} = 9 \times 10^7 \alpha, R^2 = 1.0$$

- El grado de sensibilidad de los esfuerzos de alabeo en función del coeficiente de dilatación del concreto es *MEDIO*.

7.3 Análisis de sensibilidad de la diferencia de temperatura entre las caras de la losa de concreto

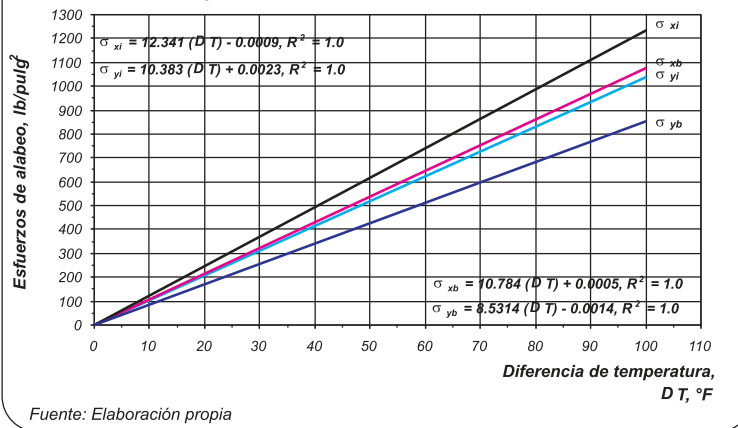
- Variación de la diferencia de temperatura entre las caras de la losa de concreto, Δt . La variación de la diferencia de temperatura entre las caras de la losa de concreto se varió entre 0 °F y 100 °F, con incrementos de 10 °F; su efecto en los esfuerzos de alabeo en el borde y en el interior de la losa de concreto hidráulico se presenta en el cuadro 4. Los demás parámetros de diseño se consideran constantes en el análisis de sensibilidad.

Cuadro 4. Variación de la diferencia de temperatura entre las caras de la losa de concreto, Δt .

Diferencia de temperatura entre las caras de la losa de concreto. Δt °F	Esfuerzos de alabeo, lb/pulg ²			
	En el borde de la losa		En el interior de la losa	
	σ_{xb}	σ_{yb}	σ_{xi}	σ_{yi}
3.80	366.07	289.61	418.94	352.45
0	0	0	0	0
10	107.84	85.31	123.41	103.83
20	215.68	170.63	246.82	207.65
30	323.51	255.94	370.24	311.48
40	431.35	341.25	493.65	415.30
50	539.19	426.57	617.06	519.13
53.6*	578.01	457.28	661.49	556.50
60	647.03	511.88	740.47	622.95
70	754.87	597.19	863.88	726.78
80	862.71	682.51	987.30	830.60
90	970.54	767.82	1110.71	934.43
100	1078.38	853.14	1234.12	1038.25

* Valores del modelo de referencia. 1 kg/cm² = 14.223 lb/pulg²

Figura 8. Variación de los esfuerzos de alabeo en función de la diferencia de temperatura entre las caras de la losa, $D T$.



• **Conclusiones de la diferencia de temperatura entre las caras de la losa de concreto.** De la información contenida en el cuadro 4 y en la figura 8 se deduce lo siguiente.

- La relación entre la diferencia de temperatura entre las caras de la losa de concreto Δt y los esfuerzos de alabeo en el interior (σ_{xi} , σ_{yi}) y en el borde (σ_{xb} , σ_{yb}) de la losa es directamente proporcional.
- Los esfuerzos de alabeo en el interior de la losa son mayores a los esfuerzos de alabeo en el borde de la losa de concreto.
- La relación de esfuerzos σ_{xi}/σ_{xb} es 1.14, y la σ_{yi}/σ_{yb} , 1.22, para el modelo de referencia en estudio.
- Las ecuaciones de comportamiento de los esfuerzos de alabeo σ_{xb} , σ_{yb} , σ_{xi} , σ_{yi} (lb/pulg²), en función de la diferencia de temperatura entre las caras de la losa del concreto Δt (°F), son:

$$\sigma_{xb} = 10.784 (\Delta t) + 0.0005, R^2 = 1.0$$

$$\sigma_{yb} = 8.5314 (\Delta t) - 0.0014, R^2 = 1.0$$

$$\sigma_{xi} = 12.341 (\Delta t) - 0.0009, R^2 = 1.0$$

$$\sigma_{yi} = 10.383 (\Delta t) + 0.0023, R^2 = 1.0$$

- El grado de sensibilidad de los esfuerzos de alabeo en función de la diferencia de temperatura entre las caras de la losa de concreto es *ALTO*.

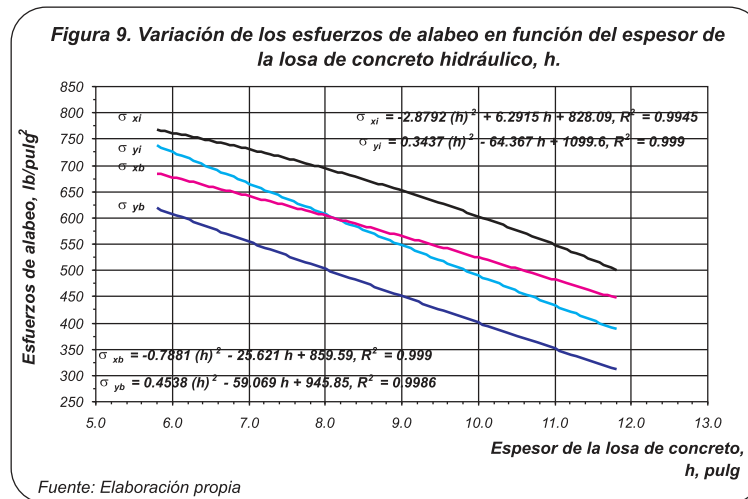
7.4 Análisis de sensibilidad del espesor de la losa de concreto

- Variación del espesor de la losa de concreto, h. El espesor de la losa de concreto se varió entre 5.8 pulgadas y 11.8 pulgadas, con incrementos de 1 pulgada; su efecto en los esfuerzos de alabeo en el borde y en el interior de la losa de concreto hidráulico se presenta en el cuadro 5.

Cuadro 5. Variación del espesor de la losa de concreto, h.

Espesor de la losa de concreto h, pulg	Radio de rigidez relativa I pulgadas	Esfuerzos de alabeo, lb/pulg ²			
		En el borde de la losa		En el interior de la losa	
		σ_{xb}	σ_{yb}	σ_{xi}	σ_{yi}
5.8	21.85	685.16	616.82	759.59	736.16
6.8	24.63	646.92	570.43	749.34	682.83
7.8	27.30	611.34	510.22	703.71	615.77
8.8*	29.88	578.01	457.28	661.49	556.50
9.8	32.40	530.78	410.05	605.92	500.94
10.8	34.84	488.14	367.41	555.76	450.77
11.8	37.24	449.28	308.79	507.01	384.84

* Valores del modelo de referencia. 1 kg/cm² = 14.223 lb/pulg²



• **Conclusiones del espesor de la losa de concreto.** De la información contenida en el cuadro 5 y en la figura 9 se deduce lo siguiente.

- La relación entre el espesor de la losa de concreto, h, y los esfuerzos de alabeo en el interior (σ_{xi} , σ_{yi}) y en el borde (σ_{xb} , σ_{yb}) de la losa es inversamente proporcional.
- Los esfuerzos de alabeo en el interior de la losa son mayores a los esfuerzos de alabeo en el borde de la losa de concreto.
- La relación de esfuerzos σ_{xi}/σ_{xb} es 1.13–1.16, y la σ_{yi}/σ_{yb} , 1.19–1.24, para el modelo de referencia en estudio.
- Las ecuaciones de comportamiento de los esfuerzos de alabeo σ_{xb} , σ_{yb} , σ_{xi} , σ_{yi} (lb/pulg²) en función del espesor de la losa h (pulgadas) son:

$$\sigma_{xb} = -0.7881 (h)^2 - 25.621 h + 859.59, R^2 = 0.999$$

$$\sigma_{yb} = 0.4538 (h)^2 - 59.069 h + 945.85, R^2 = 0.9986$$

$$\sigma_{xi} = -2.8792 (h)^2 - 6.2915 h + 828.09, R^2 = 0.945$$

$$\sigma_{yi} = 0.3437 (h)^2 - 64.367 h + 1099.6, R^2 = 0.999$$

- El grado de sensibilidad de los esfuerzos de alabeo en función del espesor de la losa de concreto es *ALTO*.

7.5 Análisis de sensibilidad de la relación de Poisson del concreto

- Variación de la relación de Poisson de la losa de concreto, μ . La relación de Poisson de la losa de

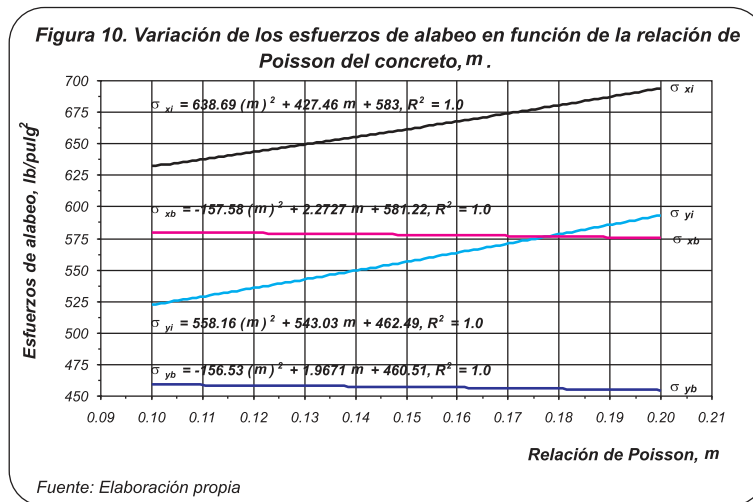
concreto se varió entre 0.10 y 0.20, con incrementos de 0.01; su efecto en los esfuerzos de alabeo en el borde y en el interior de la losa de concreto hidráulico

se presenta en el cuadro 6. Los demás parámetros de diseño se consideran constantes en el análisis de sensibilidad.

Cuadro 6. Variación de la relación de Poisson de la losa de concreto, μ .

Relación de Poisson de la losa de concreto μ	Radio de rigidez relativa I pulgadas	Esfuerzos de alabeo, lb/pulg ²			
		En el borde de la losa		En el interior de la losa	
		σ_{xb}	σ_{yb}	σ_{xi}	σ_{yi}
0.10	29.79	579.87	459.14	632.11	522.35
0.11	29.80	579.56	458.83	637.75	528.98
0.12	29.82	579.22	458.49	643.51	535.71
0.13	29.84	578.85	458.12	649.38	542.54
0.14	29.86	578.45	457.71	655.37	549.47
0.15*	29.88	578.01	457.28	661.49	556.50
0.16	29.91	577.55	456.82	667.73	563.65
0.17	29.93	577.05	456.32	674.11	570.92
0.18	29.96	576.52	455.79	680.62	578.30
0.19	29.99	575.96	455.23	687.27	585.81
0.20	30.02	575.37	454.64	694.06	593.45

* Valores del modelo de referencia. 1 kg/cm² = 14.223 lb/pulg²



- Conclusiones de la relación de Poisson del concreto. De la información contenida en el cuadro 6 y en la figura 10 se deduce lo siguiente.
 - La relación entre la relación de Poisson del concreto, μ , y los esfuerzos de alabeo en el interior (σ_{xi} , σ_{yi}) son directamente proporcionales, y los esfuerzos de alabeo en el borde (σ_{xb} , σ_{yb}) de la losa son inversamente proporcionales.
 - Los esfuerzos de alabeo en el interior de la losa son mayores a los esfuerzos de alabeo en el borde de la losa de concreto.
 - La relación de esfuerzos σ_{xi}/σ_{xb} es 1.09–1.21, y la σ_{yi}/σ_{yb} , 1.14–1.31, para el modelo de referencia en estudio.
 - Las ecuaciones de comportamiento de los esfuerzos de alabeo σ_{xb} , σ_{yb} , σ_{xi} , σ_{yi} (lb/pulg²) en función de la relación de Poisson del concreto μ son:

$$\sigma_{xb} = -157.58 (\mu)^2 + 2.2727 \mu + 581.22, R^2 = 1.0$$

$$\sigma_{yb} = -156.53 (\mu)^2 + 1.9671 \mu + 460.51, R^2 = 1.0$$

$$\sigma_{xi} = 638.69 (\mu)^2 + 427.46 \mu + 583, R^2 = 1.0$$

$$\sigma_{yi} = 558.16 (\mu)^2 + 543.03 \mu + 462.49, R^2 = 1.0$$

- El grado de sensibilidad de los esfuerzos de alabeo en función de la relación de Poisson del concreto es *BAJO*.

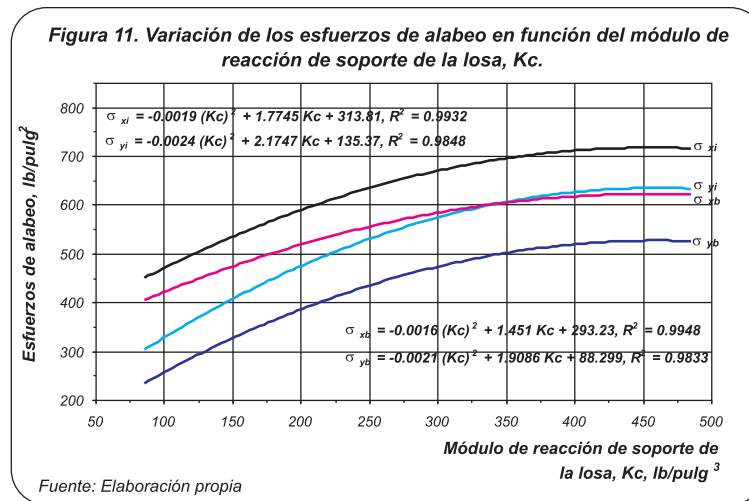
7.6 Análisis de sensibilidad del módulo de reacción del soporte de la losa de concreto

- Variación del módulo de reacción del soporte de la losa de concreto, Kc. El módulo de reacción del soporte de la losa se varió entre 85 lb/pulg³ y 485 lb/pulg³, con incrementos de 100 lb/pulg³; su efecto en los esfuerzos de alabeo en el borde y en el interior de la losa de concreto hidráulico se presenta en el cuadro 7. Los demás parámetros de diseño se consideran constantes en el análisis de sensibilidad.

Cuadro 7. Variación del módulo de reacción del soporte de la losa de concreto, Kc.

Módulo de reacción del soporte de la losa de concreto Kc, lb/pulg ³	Radio de rigidez relativa I pulgadas	Esfuerzos de alabeo, lb/pulg ²			
		En el borde de la losa		En el interior de la losa	
		σ_{xb}	σ_{yb}	σ_{xi}	σ_{yi}
85	40.44	401.04	224.87	444.77	291.58
185	33.29	514.80	394.07	587.12	482.14
285*	29.88	578.01	457.28	661.49	556.50
385	27.72	606.61	501.28	696.93	605.81
485	26.16	626.01	535.05	722.53	643.43

* Valores del modelo de referencia. 1 kg/cm³ = 36.05 lb/pulg³



- Conclusiones del módulo de reacción del soporte de la losa. De la información contenida en el cuadro 7 y en la figura 11 se deduce lo siguiente.
- La relación entre el módulo de reacción del soporte de la losa, Kc, y los esfuerzos de alabeo en el interior (σ_{xi} , σ_{yi}) y en el borde (σ_{xb} , σ_{yb}) de la losa es directamente proporcional.

- Los esfuerzos de alabeo en el interior de la losa son mayores a los esfuerzos de alabeo en el borde de la losa de concreto.
- La relación de esfuerzos σ_{xi}/σ_{xb} es 1.11–1.15, y la σ_{yi}/σ_{yb} , 1.20–1.30, para el modelo de referencia en estudio.
- Las ecuaciones de comportamiento de los esfuerzos de alabeo σ_{xb} , σ_{yb} , σ_{xi} , σ_{yi} (lb/pulg²) en función del módulo de reacción del soporte de la losa de concreto K_c (Lb/pulg³) son:

$$\sigma_{xb} = -0.0016 (K_c)^2 + 1.451 K_c + 293.23, R^2 = 0.9948$$

$$\sigma_{yb} = -0.0021 (K_c)^2 + 1.9086 K_c + 88.299, R^2 = 0.9833$$

$$\sigma_{xi} = -0.0019 (K_c)^2 + 1.7745 K_c + 313.81, R^2 = 0.9932$$

$$\sigma_{yi} = -0.0024 (K_c)^2 + 2.1747 K_c + 135.37, R^2 = 0.9848$$

- El grado de sensibilidad de los esfuerzos de alabeo en función del módulo de reacción del soporte de la losa de concreto es *ALTO*.

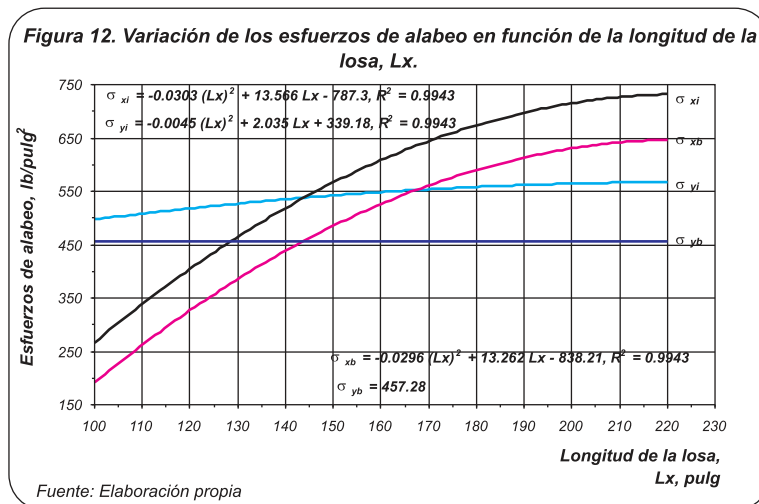
7.7 Análisis de sensibilidad de los esfuerzos de alabeo en función de la longitud de la losa de concreto

- Variación de la longitud de la losa de concreto, L_x . La longitud de la losa se varió entre 100 pulgadas y 220 pulgadas, con incrementos de 20 pulgadas; su efecto en los esfuerzos de alabeo en el borde y en el interior de la losa de concreto hidráulico se presenta en el cuadro 8.

Cuadro 8. Variación de la longitud de la losa de concreto, L_x .

Longitud de la losa de concreto L_x , pulgadas	Relación de esbeltez de la losa L_x/L_y	Esfuerzos de alabeo, lb/pulg ²			
		En el borde de la losa		En el interior de la losa	
		σ_{xb}	σ_{yb}	σ_{xi}	σ_{yi}
100	0.69	177.02	457.28	251.27	494.97
120	0.83	350.60	457.28	428.84	521.61
140	0.97	440.80	457.28	521.11	535.45
160	1.11	518.93	457.28	601.05	547.44
177*	1.23	578.01	457.28	661.49	556.50
180	1.25	585.87	457.28	669.53	557.71
200	1.39	622.30	457.28	706.79	563.30
220	1.53	655.25	457.28	740.51	568.36

* Valores del modelo de referencia. $1 \text{ kg/cm}^2 = 14.223 \text{ lb/pulg}^2$



• Conclusiones de la longitud de la losa. De la información contenida en el cuadro 8 y en la figura 12 se deduce lo siguiente.

- La relación entre la longitud de la losa, L_x , y los esfuerzos de alabeo en el interior (σ_{xi} , σ_{yi}) y en el borde (σ_{xb}) de la losa es directamente proporcional, y la relación con el esfuerzo de borde (σ_{yb}) es constante.
- Los esfuerzos de alabeo en el interior de la losa son mayores a los esfuerzos de alabeo en el borde de la losa de concreto.
- La relación de esfuerzos σ_{xi}/σ_{xb} es 1.13–1.42, y la σ_{yi}/σ_{yb} , 1.08–1.24, para el modelo de referencia en estudio.
- Las ecuaciones de comportamiento de los esfuerzos de alabeo σ_{xb} , σ_{yb} , σ_{xi} , σ_{yi} (lb/pulg²) en función de la longitud de la losa de concreto L_x (pulg) son:

$$\sigma_{xb} = 0.0296 (L_x)^2 + 13.262 L_x - 838.21, R^2 = 0.9943$$

$$\sigma_{yb} = 457.28, R^2 = 1.0$$

$$\sigma_{xi} = -0.0303 (L_x)^2 + 13.566 L_x - 787.3, R^2 = 0.9943$$

$$\sigma_{yi} = -0.0045 (L_x)^2 + 2.035 L_x + 339.18, R^2 = 0.9943$$

- El grado de sensibilidad de los esfuerzos de alabeo σ_{xb} y σ_{xi} en función de la longitud de la losa de concreto es *ALTO* y el grado de sensibilidad de los esfuerzos de alabeo σ_{yb} y σ_{yi} es *BAJO*.

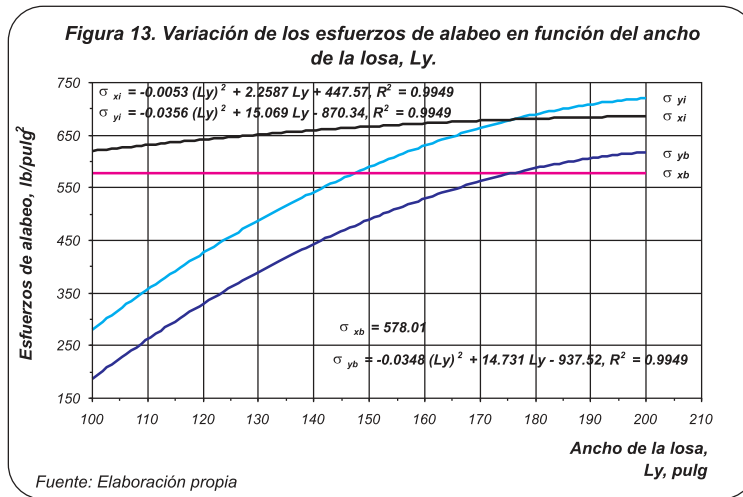
7.8 Análisis de sensibilidad de los esfuerzos de alabeo en función del ancho de la losa de concreto

- Variación del ancho de la losa de concreto, L_y . El ancho de la losa se varió entre 100 y 200 pulgadas, con incrementos de 20 pulgadas; su efecto en los esfuerzos de alabeo en el borde y en el interior de la losa de concreto hidráulico se presenta en el cuadro 9. Los demás parámetros de diseño se consideran constantes en el análisis de sensibilidad.

Cuadro 9. Variación del ancho de la losa de concreto, L_y .

Ancho de la losa de concreto L_y , pulgadas	Relación de esbeltez de la losa L_x/L_y	Esfuerzos de alabeo, lb/pulg ²			
		En el borde de la losa		En el interior de la losa	
		σ_{xb}	σ_{yb}	σ_{xi}	σ_{yi}
100	1.77	578.01	177.02	618.48	269.80
120	1.48	578.01	350.60	645.12	447.37
140	1.26	578.01	440.80	658.96	539.64
144*	1.23	578.01	457.28	661.49	556.50
160	1.11	578.01	518.93	670.95	619.57
180	0.92	578.01	585.87	681.22	688.05
200	0.89	578.01	622.30	686.81	725.32

* Valores del modelo de referencia. 1 kg/cm² = 14.223 lb/pulg²



• Conclusiones del ancho de la losa. De la información contenida en el cuadro 9 y en la figura 13 se deduce lo siguiente.

- La relación entre el ancho de la losa, Ly, y los esfuerzos de alabeo en el interior (σ_{xi} , σ_{yi}) y en el borde (σ_{yb}) de la losa es directamente proporcional, y la relación con el esfuerzo de borde (σ_{xb}) es constante.
- Los esfuerzos de alabeo en el interior de la losa son mayores a los esfuerzos de alabeo en el borde de la losa de concreto.
- La relación de esfuerzos σ_{xi}/σ_{xb} es 1.07–1.19, y la σ_{yi}/σ_{yb} , 1.17–1.52, para el modelo de referencia en estudio.
- Las ecuaciones de comportamiento de los esfuerzos de alabeo σ_{xb} , σ_{yb} , σ_{xi} , σ_{yi} (lb/pulg²) en función del ancho de la losa de concreto Ly (pulg) son:

$$\sigma_{xb} = -578.01, R^2 = 1.0$$

$$\sigma_{yb} = -0.0348 (Ly)^2 + 14.731 Ly - 937.52, R^2 = 0.9949$$

$$\sigma_{xi} = -0.0053 (Ly)^2 + 2.2587 Ly + 447.57, R^2 = 0.9949$$

$$\sigma_{yi} = -0.0356 (Ly)^2 + 15.069 Ly - 870.34, R^2 = 0.9949$$

- El grado de sensibilidad de los esfuerzos de alabeo

σ_{yb} y σ_{yi} en función del ancho de la losa de concreto es *ALTO*, y el grado de sensibilidad de los esfuerzos de alabeo σ_{xb} y σ_{xi} es *BAJO*.

8. Grado de sensibilidad de las variables que inciden en el cálculo de los esfuerzos de alabeo en las losas de concreto

Para determinar el grado de sensibilidad se consultaron diversos estudios internacionales y se adoptó la siguiente escala de calificación, de acuerdo con la variabilidad o la proporción de variación de cada parámetro en el rango de variación establecido para el presente estudio.

Cuadro 10. Escala para definir el grado de sensibilidad

Grado de sensibilidad	Variación, %
Bajo	< 15
Medio	15 – 30
Alto	> 30

Una vez realizado el análisis de sensibilidad de las variables que inciden en el cálculo de los esfuerzos de alabeo de las losas de concreto hidráulico de un pavimento rígido, se presenta en el cuadro 11 su grado de sensibilidad, para el ejemplo de la estructura de referencia.

Cuadro 11. Grado de sensibilidad de las variables que inciden en el cálculo de los esfuerzos de alabeo en las losas de un pavimento rígido.

Variable	Grado de sensibilidad			
	Esfuerzos de alabeo en la losa de concreto			
	Esfuerzos en el borde		Esfuerzos en el interior	
	σ_{xb}	σ_{yb}	σ_{xi}	σ_{yi}
Módulo de elasticidad del concreto, E_c	ALTO	ALTO	ALTO	ALTO
Coefficiente de dilatación del concreto, α	MEDIO	MEDIO	MEDIO	MEDIO
Diferencia de temperatura entre las caras de la losa, Δt	ALTO	ALTO	ALTO	ALTO
Espesor de la losa de concreto, h	ALTO	ALTO	ALTO	ALTO
Relación de Poisson del concreto, μ	BAJO	BAJO	BAJO	BAJO
Módulo de reacción del soporte de la losa, K_c	ALTO	ALTO	ALTO	ALTO
Longitud de la losa, L_x	ALTO	BAJO	ALTO	BAJO
Ancho de la losa, L_y	BAJO	ALTO	BAJO	ALTO

9. Variables más sensibles que afectan los esfuerzos de alabeo por temperatura en una losa de concreto hidráulico

Como resultado final del estudio de sensibilidad,

se presenta en el cuadro 12 la clasificación de las variables más sensibles que inciden en el cálculo de los esfuerzos de alabeo producidos por efecto de la temperatura en una losa de concreto hidráulico.

Cuadro 12. Variables más sensibles que inciden en el cálculo de los esfuerzos de alabeo de una losa de concreto

Número de orden	Variable más sensible
1	Diferencia de temperatura entre las caras de la losa, Δt
2	Módulo de elasticidad del concreto, E_c
3	Espesor de la losa de concreto, h
4	Módulo de reacción del soporte del conjunto subbase-subrasante, K_c
5	Ancho de la losa, L_y
6	Longitud de la losa, L_x
7	Coefficiente de dilatación del concreto, α
8	Relación de Poisson del concreto, μ

Como conclusión final del análisis de sensibilidad se tiene que en el diseño de una losa de concreto hidráulico se debe controlar la magnitud de los esfuerzos de alabeo debidos a los cambios de temperatura, y para ello se han identificado las variables que más afectan el alabeo de las losas.

10. Recomendaciones para controlar los esfuerzos de alabeo por temperatura en las losas de concreto hidráulico

En la etapa de diseño es fácil realizar el chequeo de la magnitud de los esfuerzos de alabeo provocados

por cambios de temperatura, ya sea en el interior o en los bordes de la losa, aplicando las expresiones de cálculo que se presentan en el numeral 1 de este documento.

Algunas recomendaciones prácticas para controlar la magnitud de los esfuerzos de alabeo producidos por cambios de temperatura son las siguientes:

- Controlar la esbeltez de la losa, o sea la relación entre la longitud de la losa (L_x) y el ancho de la losa (L_y). Lo ideal es diseñar losas cuadradas, con una relación de esbeltez de 1.0. Para losas rectangulares, la relación de esbeltez debe ser menor a 1.25, según las recomendaciones de la AASHTO [2].
- Utilizar losas de concreto no muy delgadas, preferiblemente mayores a los 15 centímetros de espesor.
- Utilizar capas de base, subbase granulares o estabilizadas mayores a 15 centímetros de espesor, con el objeto de mejorar el módulo de reacción del apoyo de la losa y prevenir el fenómeno del bombeo.
- Diseñar las juntas de las losas con mecanismos de transmisión de carga por medio de barras de anclaje y pasadores.

- Utilizar un concreto de alta calidad para las losas y un excelente programa de curado para que el concreto desarrolle su resistencia adecuadamente.
- Evitar las juntas destapadas, donde puede penetrar el agua o elementos que las obstruyan.

Agradecimientos

El autor agradece al Ingeniero Juan Carlos Poveda D'otero, Director de la Escuela de Transporte y Vías de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, por su apoyo y colaboración en la elaboración del presente artículo y a los integrantes del Grupo de Investigación y Desarrollo en Infraestructura Vial –GRINFRAVIAL– de la Escuela de Transporte y Vías de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, por su apoyo y asesoría en la elaboración del presente artículo, fruto de los proyectos de investigación.

Referencias

- [1] Y. Huang, *Pavement Analysis and Design*. New Jersey: Prentice-Hall. USA. 2004.
- [2] AASHTO: American Association of State Highway Transportation Official. 2003.

Fecha de recepción: 20 de noviembre de 2006
Fecha de aprobación: 25 de mayo de 2007

