

# ANÁLISIS DE ESTABILIDAD DE UN SISTEMA DE POTENCIA UTILIZANDO RETROALIMENTACIÓN ESTÁTICA RETARDADA DE ESTADOS

(Analysis of stability of a Power System by using Delay Static State Feedback)

Sindy Paola Amaya, Oscar Arnulfo Pérez López, Juan Mauricio Salamanca

Escuela de Ingeniería Electrónica, Uptc. Grupo inv. DSP,  
paola.amaya@uptc.edu.co, oscar.perez@uptc.edu.co, juan.salamanca@uptc.edu.co

(Recibido 15 de Mayo de 2012 y Aceptado 25 de Octubre de 2012)

<p><b>Resumen:</b> Este artículo presenta el análisis de estabilidad de un sistema de potencia modelado como un generador conectado a un bus infinito con retroalimentación estática retardada de los estados. El sistema de potencia se modela como un sistema algebraico diferencial no lineal. Para el diseño del controlador se linealiza el modelo algebraico-diferencial no lineal entorno a un punto de operación para obtener un modelo algebraico-diferencial lineal. A partir de este modelo se obtiene el modelo de Kronecker-Weierstrass sobre el cual se diseña el controlador. Para la obtención de la ganancia K del controlador se plantean desigualdades matriciales lineales (LMI's). Luego se hace un estudio del retardo máximo que se soporta en la retroalimentación de los estados. Al final del artículo se presentan los resultados y las conclusiones.</p>	<p><b>Abstract:</b> This article presents the analysis of stability of a power system modeled as Infinite Bus Connected Generator with delay static state feedback. The model of the power system is described by nonlinear differential-algebraic equations. For controller design, we linearize the nonlinear differential-algebraic model around an operation point to obtain a linear differential-algebraic model. As of this model obtains the Kronecker -Weierstrass model which designs the controller. To obtain the K gain of the controller outline inequalities matrix lineal (LMI's ). Then it makes a study of the maximum delay that it supports in the state feedback. At the end of the article present the results and the conclusions.</p>
<p><b>Palabras clave:</b> Estabilidad de pequeña señal, sistema de potencia, bus infinito, asignación de polos, desigualdades</p>	<p><b>Key words:</b> Small Signal Stability, power system, infinite bus, pole assignment, inequalities matrix</p>

## 1. INTRODUCCIÓN

La estabilidad en pequeña señal es uno de los más importantes problemas en los sistemas de potencia eléctrica (Ajjarapu et al., 2004), (Snyder, 1997), (Machowski et al., 2008). La estabilidad en pequeña señal está relacionada con las oscilaciones sobre el ángulo de potencia debida a perturbaciones en la potencia mecánica y a condiciones iniciales. Las oscilaciones pueden ser locales si conciernen a una máquina en oposición a otra máquina o la red, o inter-área si son debidas a una máquina (o grupo coherente de máquinas) respecto a otra máquina (o grupo coherente de máquinas) en otra área.

El amortiguamiento del ángulo de potencia ha sido abordado con diferentes enfoques (Gan et al., 2000), (Shkrikant, Sen, 2000), (Ramos, 2002), (Salamanca, 2005), (Salamanca, 2009), (Wang, 1992). Pero muy recientemente otros autores han hecho aportes utilizando Desigualdades Matriciales Lineales (LMIs) para implementar controladores del tipo H como en (Befekadu, 2006),  $H_2$ , ubicación regional de polos, controladores robustos ante fallas en los sensores (Salamanca et al., 2008), o controladores por realimentación remota de la salida o de los estados (RFC) (Ivanescu et al.,

Debido a la complejidad de los sistemas de potencia actuales, el diseño de controladores por realimentación remota es una solución para tratar con las oscilaciones inter-área, dadas las limitaciones de los Estabilizadores de sistemas de Potencia (PSSs) y Reguladores de Voltaje Automáticos (AVRs) que lo hacen localmente.

Sin embargo el modelo matemático de un sistema de potencia de gran escala es muy complejo y debe hacerse una reducción de orden para obtener un modelo más sencillo, lo cual excede el alcance del presente artículo. Por esta razón el sistema de potencia se limita a un sólo generador.

Para analizar el comportamiento de un generador respecto a un gran sistema de potencia interconectado se utiliza el modelo de generador conectado a un bus infinito (IBCG) (Wang, 1992). Este modelo permite analizar el desempeño dinámico de un generador conectado a un gran sistema de potencia que se considera bus infinito. Por la característica no lineal de este modelo, se linealiza alrededor de un punto de equilibrio genérico y se obtiene el modelo Kronecker-Wererstrass (K-W) (Salamanca et al., 2007). Este es el

El problema que concierne aquí es encontrar una ley de control en función de los estados (no retardados) que haga asintóticamente estable al sistema K-W en lazo cerrado vía LMIs y comprobar que el sistema sigue siendo asintóticamente estable dependiente del retardo de transporte con LMIs afines en éste, aplicando un RFC con la misma matriz de realimentación.

El artículo está organizado como sigue. En la sección II se presenta el modelo IBCG y su correspondiente linealización. La sección III presenta el diseño de un controlador por retroalimentación de estados aplicando un criterio de estabilidad solucionando una LMI. La sección IV está dedicada a revisar algunos teoremas que dan las condiciones suficientes para la existencia de un controlador por retroalimentación remota de los estados en términos de la factibilidad de LMIs. La última sección comprueba los resultados simulando a través de un ejemplo real.

## 2. MODELADO DEL SISTEMA DE POTENCIA

El IBCG puede ser modelado mediante ecuaciones algebraico-diferenciales no lineales como se muestra en (Salamanca et al., 2008). En este modelo:

$$\bar{X}^T = [\delta(t) \quad \omega_r(t) \quad \dot{E}_q(t) \quad E_{fd}(t) \quad E_q(t) \quad P_e(t) \quad Q_e(t) \quad V_g(t)]$$

Donde

- $\delta(t)$  El vector de estados.
- $\omega_r(t)$  Ángulo de potencia [rad].
- $\dot{E}_q(t)$  Velocidad angular relativa [rad/seg].
- $E_{fd}(t)$  Fem transitoria en el eje de cuadratura [p.u.].
- $E_q(t)$  Fem equivalente en el bobinado de excitación [p.u.].
- $P_e(t)$  Fem en el eje de cuadratura [p.u.].
- $Q_e(t)$  Potencia eléctrica activa suministrada al bus [p.u.].
- $V_g(t)$  Potencia eléctrica reactiva intercambiada por el bus [p.u.].
- $V_t$  Voltaje en el terminal del generador [p.u.]

$$\bar{Y}(t) \in \mathbb{R}^8$$

$$\bar{u}(t) = V_{ref}(t) \text{ y el vector de estados.}$$

Es la entrada de control.

Donde

- $V_{Pss}(t)$  Voltaje de referencia en el control del excitador del generador [p.u.].
- Tensión generada por el estabilizador de potencia para
- el control del estabilizador [p.u.].

$$\xi^T(t) \in \mathbb{R}^2$$

Donde

$$P_m(t)$$

$V_t(t)$  es el vector de perturbaciones.

Potencia mecánica de entrada [p.u.].

$$\begin{aligned} \bar{E}\dot{\bar{X}}(t) &= F(\bar{X}, \bar{u}, \bar{\xi}) \\ \bar{Y} &= \bar{C}\bar{X}(t) \end{aligned} \quad (1)$$

Donde

$$\bar{E} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{8 \times 8}$$

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{5 \times 8}$$

$$F(\hat{X}, \bar{u}, \bar{\xi}) =$$

$$\left\{ \begin{aligned} & \omega_r \\ & -\frac{D}{2H}\omega_r + \frac{\omega_0}{2H}P_m - \frac{\omega_0}{2H}P_e \\ & \frac{1}{T'_{d0}}E_q + \frac{1}{T'_{d0}}E_{fd} \\ & -\frac{1}{T_A}E_{fd} - \frac{K_A}{T_A}V_g + \frac{K_A}{T_A} \\ & \frac{X_{ds}}{X'_{ds}}E'_q - \frac{\bar{X}_d}{X_{ds}}V_t \cos\delta - E_q \\ & \frac{V_t E_q \sin\delta}{X_{ds}} - P_e \\ & \frac{V_t}{X_{ds}}E_q \cos\delta - \frac{V_t^2}{X_{ds}} - Q_e \\ & \frac{1}{X_{ds}} \sqrt{X_s^2 E_q^2 + V_t^2 X_d^2 + 2X_s X_d X_{ds} P_e \text{ctg}\delta} - V_g \end{aligned} \right.$$

Donde

- $D$  Constante de amortiguamiento [p.u.].
- $\omega_0$  Constante de inercia [p.u.].
- $T'_{d0}$  Velocidad sincrónica de la máquina [rad/seg].
- $T$  Constante de tiempo transitoria del eje directo en corto circuito [seg].
- $K_A$  Constante de tiempo del excitador [seg].
- Constante de ganancia del excitador.

$$X_{ds} = X_r + \frac{1}{2}X_L + X_d$$

$$X'_{ds} = X_r + \frac{1}{2}X_L + X'_d$$



$$\begin{pmatrix} M & XA^T & XA_d^T & A_d \\ AX & -\sigma_m I & 0 & 0 \\ A_d X & 0 & -\sigma_m(1-\beta) & 0 \\ A_d^T & 0 & 0 & -\sigma_m I \end{pmatrix} < 0 \quad (11)$$

Donde  $X(A + A_d)^T + (A + A_d)X - \sigma_m = 1 / \bar{h}$

DEMOSTRACIÓN 2: Para la demostración referirse a (Li, 1997).

TEOREMA 3: El sistema  $\dot{X}'(t) = AX(t) + A_d X(t-h)$  es estable si existe una matriz simétrica y definida positiva  $P$ , matrices  $W_1, W_2, W_3$ , y matrices simétricas y definidas positivas  $Q, R$  y  $S$  tales que la siguiente LMI se mantiene:

$$\begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & M_{14} \\ \dot{a} & M_{22} & M_{23} & M_{24} \\ \dot{a} & \dot{a} & M_{33} & M_{34} \\ \dot{a} & \dot{a} & \dot{a} & M_{44} \end{pmatrix} < 0 \quad (12)$$

Donde

$$\begin{aligned} M_{11} &= A^T P + PA + Q + R - W_1 - W_1^T + \bar{h} A^T S A \\ M_{12} &= W_1 - W_2 + P A_d + \bar{h} A^T S A_d \\ M_{13} &= -W_3 \\ M_{14} &= W_1^T \\ M_{22} &= -(1-\mu)Q + W_2 + W_2^T + \bar{h} A_d^T S A_d \\ M_{23} &= W_3 \\ M_{24} &= W_2^T \\ M_{33} &= -R \\ M_{34} &= W_3^T \\ M_{44} &= -\frac{1}{\bar{h}} S \end{aligned}$$

DEMOSTRACIÓN 3: La demostración está dada en (Boukas, M'Sirdi, 2008).

TEOREMA 4: Dados escalares  $h, \mu$  y  $R > 0$ , con el retardo cumpliendo la conducción arriba mencionada es asintóticamente estable si existen matrices  $P > 0, Q \geq 0$  and  $S > 0$ , tales que la siguiente LMI es factible:

$$\begin{pmatrix} PA_d + \bar{h}^{-1} R & \bar{h} A^T R \\ +Q - \bar{h}^{-1} R & \\ \dot{a} & -Q - \bar{h}^{-1} R & \bar{h} A_d^T R \\ \dot{a} & \dot{a} & -\bar{h} R \end{pmatrix} < 0 \quad (13)$$

DEMOSTRACION 4: La demostración está en (Zhu et al.,

TEOREMA 5:

El sistema con retardo  $\dot{X}'(t) = AX(t) + A_d X(t-h)$  es asintóticamente estable para cualquier retardo que cumple  $0 < h \leq \bar{h}$  si existen matrices  $P > 0, Q > 0, Z > 0, Y$  y  $W$  tales que la LMI siguiente permanece factible:

$$\begin{pmatrix} (PA + A^T P) & (PA_d - Y) & \bar{h} Y & \bar{h} A^T Z \\ +Q + Y + Y^T & +W^T & \bar{h} Y & \bar{h} A^T Z \\ \dot{a} & -Q - W - W^T & -\bar{h} W & \bar{h} A_d^T Z \\ \dot{a} & \dot{a} & -\bar{h} Z & 0 \\ \dot{a} & \dot{a} & 0 & -\bar{h} Z \end{pmatrix} < 0 \quad (14)$$

DEMOSTRACIÓN 5: (Xu, 2005) da una demostración del teorema.

### 5. EJEMPLO NUMÉRICO Y SIMULACIONES

Se simuló el sistema del generador conectado a bus infinito diseñando un control a partir del Teorema 1, para diferentes puntos de operación:

$$\begin{aligned} \delta_1 &= 25^\circ, P_{m1} = 0.85[pu], V_{t1} = 0.9[pu] \\ \delta_2 &= 45^\circ, P_{m2} = 0.85[pu], V_{t2} = 0.9[pu] \\ \delta_3 &= 72^\circ, P_{m3} = 0.85[pu], V_{t3} = 0.9[pu] \\ \delta_4 &= 90^\circ, P_{m4} = 0.85[pu], V_{t4} = 0.9[pu] \\ \delta_5 &= 120^\circ, P_{m5} = 0.85[pu], V_{t5} = 0.9[pu] \end{aligned}$$

Asignando los polos en lazo cerrado en el semiplano izquierdo con:

$$\begin{aligned} \Re(s) &< -\alpha_1 = 0 \\ \Re(s) &< -\alpha_2 = -1 \\ \Re(s) &< -\alpha_3 = -5 \end{aligned}$$

Para realizar las simulaciones las perturbaciones para cada bus son  $\Delta P_i = 0.015, \Delta V_i = 0.015$

$$\begin{aligned} \alpha &= 1, \Delta P_m = 0.035, \Delta V_i = 0.035 \\ \alpha &= 5, \Delta P_m = 0.045, \Delta V_i = 0.045 \end{aligned}$$

En la Tabla 1 se presenta los resultado obtenidos para el valor de  $K$  y el retardo máximo en milisegundos para los cuales el sistema permanece estable asignando los polos en lazo cerrado como se indicó arriba, y al variar el punto de operación.

Tabla 1. Comparación de los valores de  $K$  y  $h_{max}$  calculados para cada uno de los puntos de operación

		45.802	
$\alpha_1$	$\delta_2$	[-0.125 -0.026 0.422 0.004]	160.060
	$\delta_3$	[-0.492 -0.021 -0.197 -0.033]	133.443
	$\delta_4$	[-0.643 -0.014 -0.599 -0.048]	112.749
	$\delta_5$	[-0.415 0.006 -0.347 0.007]	33.084
	$\delta_1$	[-5.736 -0.237 -1.4485 -0.059]	80.975
	$\delta_2$	[-0.938 -0.077 -0.4035 -0.020]	124.210

$\alpha_2$	$\delta_3$	[-0.423 -0.035 -0.2608 -0.008]	139.961
	$\delta_4$	[-0.765 -0.019 -1.1288 -0.031]	117.061
	$\delta_5$	[-0.435 0.043 -1.3408 -0.015]	86.884
	$\delta_1$	[-54.726 6.074 -28.258 -0.193]	23.129
	$\delta_2$	[-18.802 4.999 -33.538 -0.202]	21.532
$\alpha_3$	$\delta_3$	[-5.009 2.078 -18.851 -0.124]	30.160
	$\delta_4$	[-2.538 1.867 -17.419 -0.116]	31.447
	$\delta_5$	[5.043 2.488 -18.340 -0.118]	31.094

En la Tabla 2 se muestra el retardo máximo en milisegundos para el sistema de potencia al implementar un RFC obtenido para cada uno de las LMI's utilizadas.

Tabla 2. Comparación de los hmax según el método

$\alpha$	M	$\bar{h}_{e_1}$	$\bar{h}_{e_2}$	$\bar{h}_{e_3}$	$\bar{h}_{e_4}$	$\bar{h}_{e_5}$
$\alpha_1$	[5]	0.051	0.271	0.720	0.485	0.154
	[2]	12.654	30.918	23.536	17.415	15.328
$\alpha_1$	[19]	45.802	160.060	133.443	112.74	33.084
	[18]	45.802	160.060	133.443	112.749	33.084
$\alpha_1$	[5]	0.417	1.330	2.324	1.794	0.492
	[2]	2.080	13.522	28.625	15.222	10.210
$\alpha_2$	[19]	80.975	124.210	139.961	117.061	86.884
	[18]	80.975	124.210	139.961	117.061	86.884
$\alpha_2$	[5]	0.047	0.075	0.128	0.137	0.124
	[2]	0.234	0.273	0.513	0.564	0.522
$\alpha_3$	[19]	23.129	21.532	30.160	31.447	31.094
	[18]	23.129	21.532	30.160	31.447	31.094

Es de notar que solo un subconjunto del vector de estado fue retroalimentado, la respuesta de estos estados a perturbaciones se muestra en la Figura 1 que corresponde al sistema de potencia en el punto de operación  $P_{m3} = 0.18519$  pu.

El retardo máximo para este caso es de 139.961 mSeg.

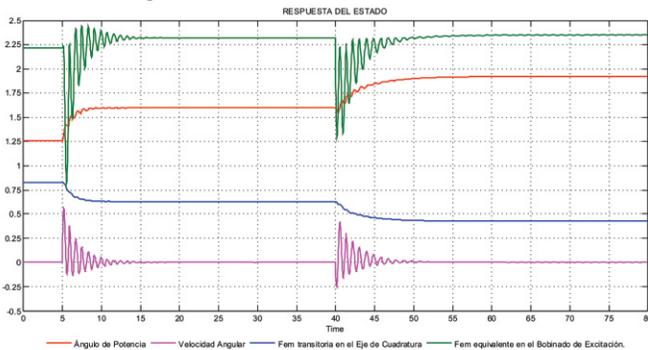


Figura 1. Respuesta del estado

En la Figura 2 se encuentra la señal de control aplicada al sistema de potencia bajo los parámetros arriba mencionados cuando se presentan perturbaciones en  $\delta_3$  y  $\delta_4$  5% respectivamente.

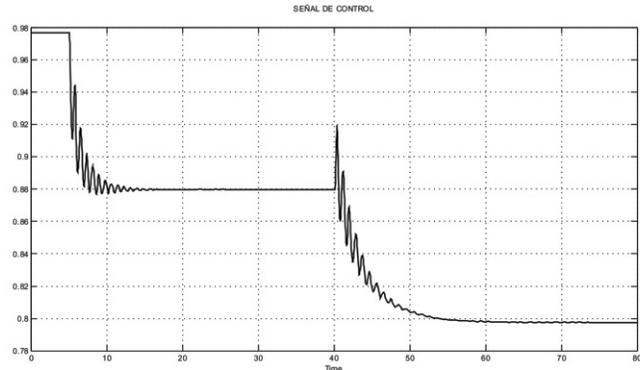


Figura 2. Señal de Control

## 6. CONCLUSIONES

Para cualquier  $a$  el comportamiento del retardo de transporte tiende a un máximo en un determinado punto de operación.

Se puede observar que con  $\alpha_2 = 1$  la factibilidad de las soluciones de cada una de las LMI's utilizadas se presenta para un retardo mayor respecto a las dos pruebas para  $\alpha_3 = 5$  y  $\alpha_1 = 0$ .

A medida que  $a$  aumenta la matriz de ganancia obtenida hace al sistema de potencia en lazo cerrado más robusto frente a perturbaciones. Dicho de otra forma las perturbaciones pueden ser mayores a medida que  $a$  aumenta. Por otro lado para el retardo disminuye significativamente.

Con las LMI's de (Wang et al., 1992) y (Zhu et al., 2009) se pudo obtener el máximo retardo de transporte para el cual las soluciones de estas eran factibles y en las simulaciones se comprobó que el sistema seguía siendo estable para ese retardo.

## 7. REFERENCIAS

Befekadu, G., (2006). *Robust Decentralized Control of Power Systems: A Matrix Inequalities Approach*. [Phd Thesis]. Germany: University of Duisburg-Essen.

Boukas, E. K., M'Sirdi, N. K., (2008). Stabilization or linear systems via delayed state feedback controller. *ICIC Express Letters*, (1),2, pp. 1–6.

Chilali, M., Gahinet P., (1996). H design with pole placement constraint: An LMI approach. *IEEE Transaction on Automatic Control* (3), 41, pp. 358–367.

Gan, D., Qu, Z., Cai, H., (2000). Multimachine power system

- Ivanescu, D., Snyder, A. F., Dion, J., Dagard, L., Georges, D., Hadjsaid, N., (2002). Control of an interconnected power system: a time delay approach. *IMA Journal of Mathematical Control and Information*, (1 y 2), 19, pp. 115–131.
- Li, X., (1997). *Robust Stabilization and  $H_\infty$  control of time-delay system*. [Phd Thesis]. Australia: The University of Newcastle: Department Of Electrical and Computer Engineering.
- Machowski, J., Bialek, J. W., Bumby, J. R., (2008). *Power system Dynamics: Stability and Control*, New Delhi, India, Jhon Wiley & Sons Ltd.
- Ajarapu, V., Andersson, G., Bose, A., Canizares, C., Hatziargyriou, N., Hill, D., Stankovic, A., Taylor, C., Van Cutsem, T., Kundur, P., Paserba, J., Vittal, V., (2004). Definition and classification of power system stability. *IEEE Transaction on Power System*, (2), 19, pp. 1387–1401.
- Ramos, R., (2002). *Procedimiento de projeto de controladores robustos para ao amortecimento de oscilaes electromecnicas em sistemas de potencia*. [Phd thesis]. Brasil: Universida de Sao Pablo: Scola de Engenharia de Sao Carlos da.
- Salamanca, J. M., (2005). *Diseño de PSS utilizando desigualdades matriciales lineales*. En: III Simposio Internacional sobre Calidad de la Energía Eléctrica SICEL; 2005 Oct. 16-18; Bogotá D.C: SICEL; pp. 621–634.
- Salamanca, J. M., Higuera, O. I., Ramírez, J. M., (2008). Control con modos deslizantes con suavización de la señal de control, aplicado a sistemas de potencia modelado como generador conectado a bus infinito. En: Congreso Brasileiro de Automática, Septiembre.
- Salamanca, J. M., Higuera, O. I., Ramírez, J. M., (2007). Sistemas algebraicos diferenciales análisis y control. En: *I<sup>2</sup>+D*, 1(1), pp. 341–347.
- Salamanca, J. M., Rodríguez, O. O., Díaz, H. Ramírez, J. M., (2008). *Control robusto  $H_\infty$  basado en desigualdades matriciales lineales aplicado a un sistema de potencia modelado como un sistema algebraico-diferencial de bus infinito*. En: XIII Congreso Latinoamericano de control Automático; 2008 Nov.
- Salamanca, J. M., Rodríguez, O. O., Díaz, H., Ramírez, J. M., (2009). Modelamiento de un sistema de potencia multimáquina interconectado. En: VIII Asociación Colombiana de Automática, Marzo.
- Shkrikant, R., Sen, I., (2000). Robust pole placement stabilizer design using linear matrix inequalities. En: *IEEE Transactions on Power Systems*, 15 (1), pp. 1359–1390.
- Snyder, F. K., (1997). *Inter-area Oscillation Damping Whit Power System Stabilizer and Synchronized Phasor Measurements*. [Master's thesis]. Virginia Polytechnic Institute and State University.
- Wang, Y., Xie, L., Middleton, R., (1992). Robust nonlinear controller design for transient stability enhancement of power systems. En: *Proceedings of the 31th Conference on Decision and Control*, pp. 1117–1122.
- Xu S., Lam, J., (2005). Improved delay-dependent stability criteria for time-delay systems. En: *International Journal of Control, Automation, and systems*, 50(3), pp. 384–387.
- Zhu, X., Lao, T., Lin, C., Guo, L., (2009). Lmi stability criterion with less variables for time-delay systems. En: *International Journal of Control, Automation, and systems*, 7(4), pp. 530–535.