

DETERMINACIÓN DE PARÁMETROS DE UN ROBOT MÓVIL DE LEGO MINDSTORMS®

(Parameters Determination of a Mobile Robot of LEGO MINDSTORMS®)

María Luisa Pinto Salamanca*, Giovanni Rodrigo Bermúdez Bohórquez**

*Escuela de Ingeniería Electrónica, Uptc-Sogamoso, Grupo de Investigación GIRA, pintosml@gmail.com

**Centro de Investigaciones, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Grupo de Investigación ROMA, gbermudez@udistrital.edu.co

(Recibido Diciembre 3 de 2006 y aceptado Septiembre 7 de 2007)

<p>Resumen: Presenta el estudio y la aplicación de técnicas de identificación de sistemas y el desarrollo de experimentos para determinar los parámetros y características geométricas de un robot móvil de configuración diferencial construido con piezas del kit de robótica LEGO MINDSTORMS®, como ejemplo para la determinación de los parámetros requeridos en cualquier plataforma robótica móvil de configuración diferencial.</p>	<p>Abstract: It presents the study and application of the system identification's technologies and the development of experiments to determine the parameters and geometric characteristics of a mobile robot of differential configuration, constructed with pieces from the robotics kit LEGO MINDSTORMS®, as an example to determinate the required parameters in any robotic mobile platform of differential configuration.</p>
<p>Palabras clave: Robótica Móvil, Plataforma Diferencial, Parámetros del Modelo.</p>	<p>Key Words: Mobile Robotics, Differential Platform, Models Parameters.</p>

1. INTRODUCCIÓN

A través de modelos geométricos, cinemáticos y dinámicos es posible simular el comportamiento de un robot y diseñar controladores para él. Con el modelo geométrico se relacionan los valores de las variables asociadas a las articulaciones del robot y su situación (posición y orientación) en un sistema de referencia solidario, que se define teniendo en cuenta la tarea por desarrollar (Ollero, 2001). Los modelos cinemáticos y dinámicos se basan en el empleo de las transformaciones entre sistemas de referencia; una vez obtenidos es posible abordar un problema de control en ellos, que consistirá en el seguimiento de caminos preplanificados o "seguimiento de trayectorias" con objetivos fijados y restricciones físicas impuestas a los actuadores para la calidad de la trayectoria (precisión, suavidad, etc.).

Todas las ecuaciones de los modelos relacionan variables de análisis, por ejemplo, voltajes aplicados a los motores, velocidades angulares y lineales, torques de carga, posición del robot, entre otras; y algunos parámetros como radio de ruedas, momentos de inercia, resistencia e inductancia de motores, etc. A continuación se presenta un ejemplo en el que se emplean técnicas de identificación de sistemas ISIS (Bermeo, 2007; López, 2007) y algunos experimentos para determinar los parámetros y características geométricas de un robot móvil de configuración diferencial construido con piezas del kit de robótica LEGO MINDSTORMS® (LEGO®, 2007).

Este artículo se presenta como resultado explorativo del estudio y modelado de las Plataformas Robóticas Móviles dentro de las actividades realizadas como Joven Investigadora 2007 Colciencias en el Grupo de Investigación en Robótica Móvil, ROMA, de la Universidad Distrital, el Grupo de Investigación GIRA-UPTC y el proyecto Diseño e Implementación de un Robot Móvil Pedagógico para la Enseñanza de Conceptos Básicos en el Nivel Preescolar de Algunas Instituciones Educativas de Boyacá, código SGI 361.

2. DESCRIPCIÓN DEL MODELO TRIBOT-SP

El robot "Tribot" es una plataforma robótica móvil de configuración diferencial; se presenta como uno de los ejemplos de construcción que aparece en la herramienta de programación LEGO MINDSTORMS NXT® suministrada dentro del kit de robótica de LEGO MINDSTORMS® (LEGO®, 2007). Para simplificar el modelo, se suprimió el sistema de pinza que tiene el robot original para agarrar algunas piezas, por eso el nombre TRIBOT-SP.

Se cuenta con un sistema diferencial con un sensor de contacto (ON/OFF), un sensor de sonido, un sensor ultrasónico y un sensor infrarrojo. En la figura 1 se presenta el modelo de TRIBOT-SP y algunos detalles sobre su construcción. Para describir detalladamente el robot se consideran tres bloques

básicos: una primera etapa de actuadores para el desplazamiento del robot en un plano; una etapa de instrumentación a partir de los cuatro sensores de TRIBOT-SP para la recepción de señales de contacto, proximidad, sonido y detección de colores, y una etapa final de procesamiento mediante la interfaz programable NXT.

3. PARÁMETROS DE LA PLATAFORMA TRIBOT-SP

Según la construcción de TRIBOT-SP, este cuenta con una configuración diferencial, con dos ruedas diametralmente opuestas en un eje perpendicular a la dirección del robot. Cada rueda está dotada de un motor, de forma que el direccionamiento viene dado por la diferencia de velocidades de las ruedas laterales.



Figura 1. Algunos pasos en la construcción de TRIBOT-SP (LEGO®, 2007).

Teniendo en cuenta las mismas consideraciones del análisis para la plataforma diferencial, dadas en Cárdenas (2007), antes de plantear cualquier modelo matemático del robot móvil se deben determinar los siguientes parámetros:

- I_z momento de inercia del robot alrededor del eje vertical z.
- J_m momento de inercia equivalente del motor y el reductor.
- B_m coeficiente de fricción viscosa del motor.
- R_a resistencia de armadura.
- L_a la inductancia de armadura.
- R radio del robot o distancia de las ruedas al centro del robot.
- R_r radio de las ruedas.
- m masa del robot.
- K_t constante de torque del motor.
- K_e constante de fuerza contraelectromotriz generada.
- N relación de reducción de velocidad en los motores.

En la tabla 1 se muestran los valores determinados y el procedimiento para su obtención. Se realizaron mediciones directas sobre el robot para determinar su peso, distancia al centro de masa y radio de las ruedas. Los otros parámetros se determinaron mediante técnicas de identificación de sistemas (Kunusch, 2003), comparaciones con algunas especificaciones del fabricante (LEGO®, 2007) y pruebas de laboratorio, tal como se explica en las siguientes secciones.

Tabla 1. Parámetros del Modelo TRIBOT-SP.

Parámetros	Valores	Parámetros	Valores
m	2,2 kg	K_t	$0,246 \frac{Nm}{A}$
R	5,75 cm	K_e	$0,246 \frac{V}{rad/s}$
R_r	2,8 cm	N	15
R_a	5.0012Ω	J_m	$2.4589e - 6 Kgm^2$
L_a	1 mH	I_z	$0,02197 Kgm^2$

3.1 Radio del robot o distancia de las ruedas a su centro

Ya que los ejes de los dos motores están alineados y alejados a una distancia medible, el valor de R se consideró como la mitad de dicha distancia, tal como se muestra en la figura 2, cuyo valor determinado con un calibrador fue de 5,75 cm.

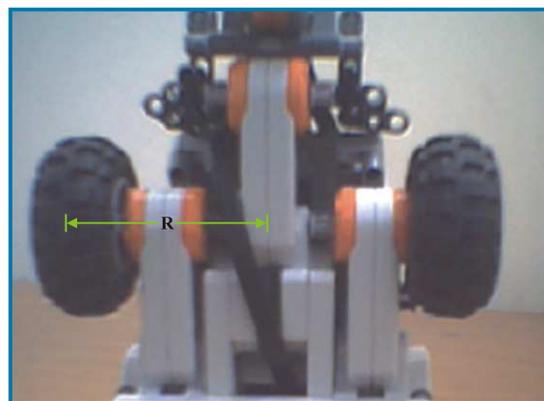


Figura 2. Radio del Robot R=5,75 cm.

3.2 Parámetros de los servomotores

El modelo de los servomotores como actuadores del sistema se define teniendo en cuenta los parámetros eléctricos de un motor DC y la caja reductora de velocidad que lo compone. Un esquema representativo se muestra en la figura 3. En Hurbain (2007) se presentan algunos datos y curvas características de los motores para los kits de Robótica de LEGO®; en la figura se indican los valores eléctricos (voltaje aplicado, corriente, potencia eléctrica) y mecánicos (velocidad de rotación, potencia mecánica, eficiencia). Los parámetros del motor hallados en Watanabe (2007) son:

$$R_a = 6,8562\Omega, L_a: \text{despreciable} \quad (1)$$

$$K_t = 0.3179 \frac{Nm}{A} \quad (2)$$

$$K_e = 0.463893179 \frac{V}{rad/s} \quad (3)$$

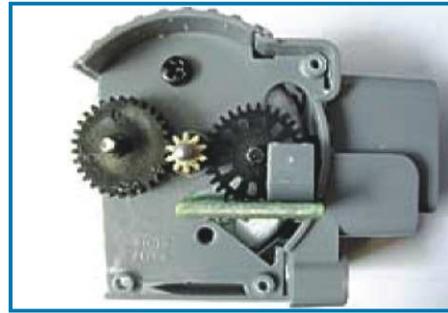


Figura 5. Encoder Servomotor NXT (Hurbain, 2007).

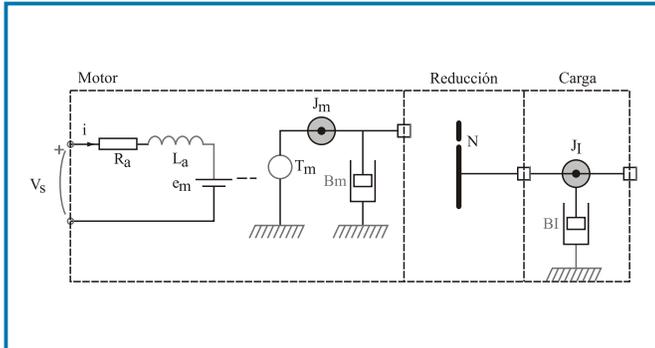


Figura 3. Diagrama Esquemático Motor.

El factor de reducción se determinó de acuerdo con la relación entre la velocidad del eje del motor y el valor real de revoluciones sentido por el encoder que está acoplado mediante una relación de dos piñones al lado de dicho eje, según se aprecia en las figuras 4 y 5. Según el número de ranuras del encoder, que deben analizarse por vuelta, la relación aparente entre la velocidad del motor y el eje de salida que debe ser la misma que se mide por el sensor es de 1:15, así que $N=15$. Esto se confirma según los cálculos de Hurbain (2007). Valor que puede aceptarse debido a que en la figura 5 no es muy visible la relación entre el número de dientes de cada piñón en la caja reductora, sumado a la dificultad de desarmar el servomotor sin destruirlo.

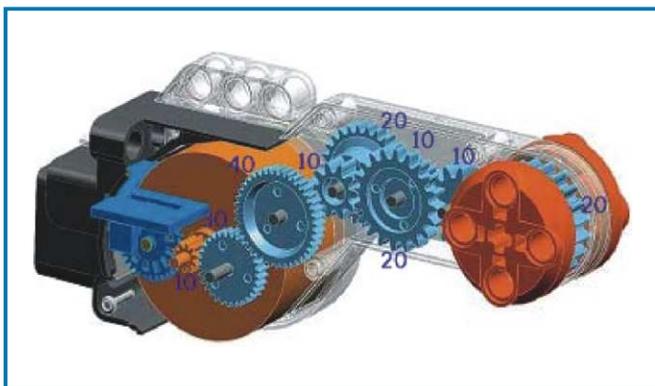


Figura 4. Servomotor NXT.

Para corroborar la aproximación de los parámetros dados en la sección anterior, a continuación se realiza una determinación de estos valores para un servomotor y de las constantes de inercia y amortiguamiento hasta ahora no indicadas, por medio de ciertas técnicas de identificación de sistemas ISIS, como es el modelo de caja blanca (López, 2007).

Considerando el servomotor como un sistema conformado por un motor DC y una caja reductora de velocidad, las ecuaciones que definen su modelo de acuerdo son:

$$\frac{di_a}{dt} L_a = -i_a \frac{R_a}{L_a} - \omega_m \frac{K_e}{L_a} + V_s \quad (4)$$

$$\frac{d\omega_m}{dt} = i_a \frac{K_T}{J_m} - \omega_m \frac{B_m}{J_m} \quad (5)$$

Teniendo en cuenta la relación del reductor de velocidad N y tomando como la velocidad angular apreciable y útil para cualquier aplicación en el eje de salida del servomotor, considerada como:

$$\omega = \frac{\omega_m}{N} \quad (6)$$

Así, las ecuaciones 4 y 5 se pueden expresar en términos de variables de estado como:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_a}{L_a} & -\frac{K_e}{L_a N} \\ N \frac{K_T}{J_m} & -\frac{B_m}{J_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (7)$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} u \quad (8)$$

Con $x_1 = i_a; x_2 = \omega; u = V_s; y = \omega$

Basado en estas ecuaciones, se pueden encontrar los parámetros con un modelamiento de caja blanca, el cual mezcla el conocimiento del sistema definido en unas ecuaciones de estado, con los datos de entrada y salida del sistema (López, 2007), adquiridos por los sensores de cada servomotor y el programa Robolab™ 2.9, categoría INVESTIGATOR (LEGO® Engineering, 2007), con los que se obtuvieron las posiciones angulares (en grados) para cada motor de acuerdo con la aplicación de ciertos escalones de voltaje.

En términos paramétricos, los servomotores se pueden representar como:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A(\theta)x + B(\theta)u + Ke(t) \\ y &= C(\theta)x + D(\theta)u + e(t) \end{aligned} \quad (9)$$

Donde

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\theta_1 & -\theta_2 \\ \theta_3 & -\theta_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (10)$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} u \quad (11)$$

Considerando mínimos los errores de aproximación, las funciones implementadas para la identificación por el modelo de caja blanca se muestran en la figura 6a. El modelo final obtenido con todos los conjuntos de datos de entrada-salida (datos11) se determinaron a partir de la función idgrey de Matlab™ (The MathWorks™, 2008), de acuerdo con el código de la figura 6b.

```

a)
function [A,B,C,D,K,x0]=cajab(par,T,aux)
A=[-par(1) -par(2);par(3) -par(4)];
B=[1; 0];
C=[0 1];
D=[0];
k=[0;0];
x0=[0;0];

b)
%Modelo de Caja Gris
mcajab1=idgrey('cajab',[50000,20,150000,5]','c',[1])
mcajab1 = pem(datos11,mcajab1)
    
```

Figura 6. Código para identificación del sistema. a) Funciones modelo de caja blanca, b) Modelo final con datos entrada-salida (datos11).

Los parámetros iniciales para el modelo, dados en la tabla 1, permitieron seleccionar la representación paramétrica a partir de la cual, mediante la aproximación de ciertos parámetros y el despeje de los otros en las ecuaciones de estado, se obtuvieron los siguientes valores para los servomotores:

$$R_a = 5.0012\Omega, \text{ despejada} \quad (12)$$

$$L_a = 1mH \quad (13)$$

$$K_t = 0.246 \frac{Nm}{A} \quad (14)$$

$$K_e = 0.246 \frac{V}{rad/s} \quad (15)$$

$$J_m = 2.4589e - 6 Kgm^2 \quad (16)$$

$$B_m = 3,8745e - 5 \frac{Nm}{rad/s} \quad (17)$$

3.3 Centro de masa y momento de inercia del robot alrededor del eje vertical z

El momento de inercia se determina de acuerdo con un análisis dinámico del sistema, teniendo en cuenta la posición del centro de masa, CM, y el peso del robot, así como algunas componentes normales de fuerzas sobre las ruedas motoras y la rueda loca (LED, 2007; Navarro, 2008).

La localización del CM se expresa en unidades de longitud, a lo largo de los tres ejes (X, Y, y Z). Estas son las tres componentes del vector distancia desde el origen del sistema de coordenadas hasta la posición del CM. Con el robot TRIBOT-SP, su CM se determinó a partir del punto de corte de las prolongaciones del eje vertical de una cuerda de la cual fue colgado el robot desde varios puntos. La figura 7 presenta estas características, y permite visualizar fácilmente gracias a la simetría del robot.

El momento de inercia del TRIBOT-SP se determinó experimentalmente de acuerdo con el procedimiento explicado en LED (2007) para ciertos cuerpos homogéneos. Mediante la disposición de elementos que se encuentra ilustrado en la figura 8, puede hallarse el momento de inercia de un cuerpo de masa M , el cual se halla fijado mediante un tornillo a polea de radio r cuyo eje de rotación es vertical. Sobre esta se arrolla un hilo inextensible y sin peso apreciable que pasa por otra polea cuyo eje de rotación es horizontal. En el otro extremo del hilo se encuentra un disco de masa m_1 .

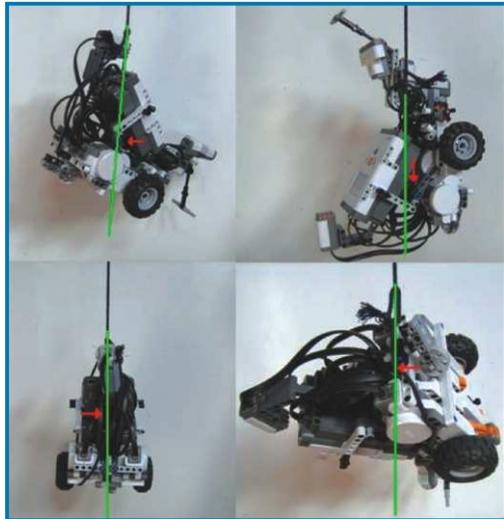


Figura 7. Determinación centro de masa de TRIBOT-SP.



Figura 9. Determinación momento de inercia de TRIBOT-SP.

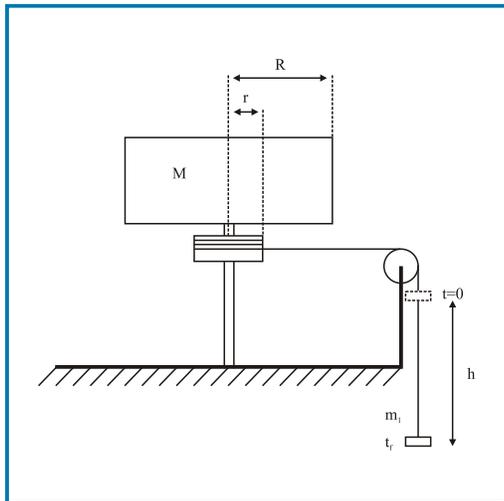


Figura 8. Medida experimental del momento de inercia (LED, 2007).

Tabla 2. Datos obtenidos para I_z [Kgm²]

M1=500 g	m1=200 g	m1=100 g
0,0273	0,0159	0,023
0,0084	0,0177	0,0376
0,0276	0,026	0,0132
0,0305	0,012	0,0196
0,0213	0,0245	0,023
0,0188	0,0245	0,0232
0,0236	0,0235	0,0214
0,0476	0,03	0,0099
0,0231	0,0214	0,0214

4. SIMULACIONES CON LOS PARÁMETROS DETERMINADOS

A partir de los bloques cinemáticos y dinámicos de una plataforma diferencial, modelados en Simulink®, como se muestra en la figura 10, se analizaron, como señales de salida, la posición y orientación del robot, comparada con la señal generada con la herramienta de simulación HEMERO o herramienta Matlab/Simulink® para el estudio de manipuladores y robots móviles (Ollero, 2001) con la que no se encuentran diferencias.

Algunos casos de análisis de la posición del modelo de TRIBOT-SP en el plano x-y, con diferentes señales de voltaje aplicados a cada motor se explican a continuación:

De acuerdo con el análisis realizado en LED (2007), la expresión del momento de inercia I del cuerpo de masa M es:

$$I = m_1 r^2 \left(\frac{gt^2}{2h} - 1 \right) \quad (18)$$

En la figura 9 se muestran algunos detalles del experimento, cuyos resultados también se registran en la tabla 2. Mediante el promedio de estos valores para cada una de las pruebas realizadas se obtuvo el siguiente valor para I_z :

$$I_z = 0,02197 \text{ kgm}^2 \quad (19)$$

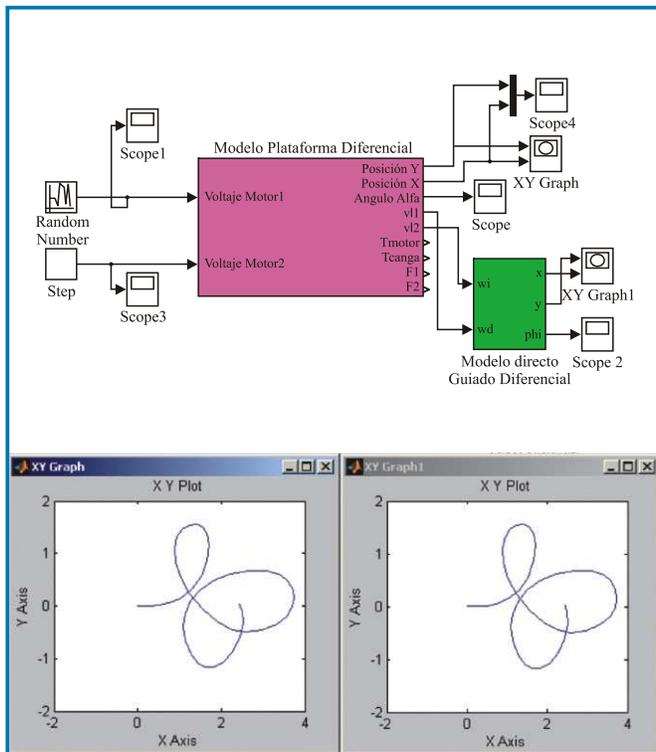


Figura 10. Modelado Plataforma Diferencial en Simulink®.

4.1 Caso 1

La misma señal de voltaje aplicada a los dos motores. Con condiciones iniciales para la plataforma: Posición $x_0 = 0, y_0 = 0$ y orientación $\theta_0 = \frac{\pi}{4}$.

En la figura 11 se muestran los resultados, a medida que se aplican las señales de escalón en cada motor la posición del móvil va cambiando linealmente; la orientación se mantiene constante $\pi/4 = 0.7854$ rad. La velocidad lineal aumenta mientras se presenta el cambio de las señales de voltaje y se establece en un valor determinado hasta terminar la simulación. La velocidad angular es nula.

4.2 Caso 2

Diferencia de 4V entre las señales aplicadas a los motores, con condiciones iniciales para la plataforma. Con condiciones iniciales $x_0 = 5, y_0 = 0$; y orientación $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$.

El robot girará continuamente en sentido negativo (como las manecillas del reloj) debido a la aplicación de una velocidad angular de la rueda izquierda superior a la rueda derecha. La curvatura es proporcional a la diferencia de las señales de voltaje. El ángulo de orientación disminuye a partir de su valor inicial $\pi/2 = 0.7854$ rad, mientras permanezca la diferencia entre las señales de voltaje. La figura 12 presenta estos resultados.

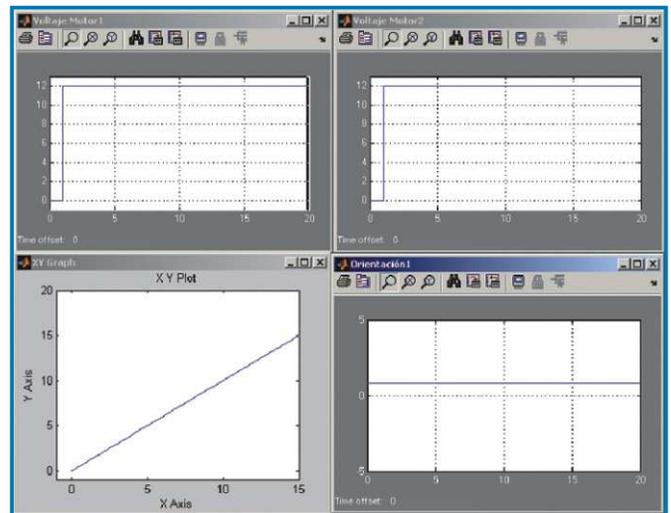


Figura 11. Señales de voltaje iguales para cada motor.

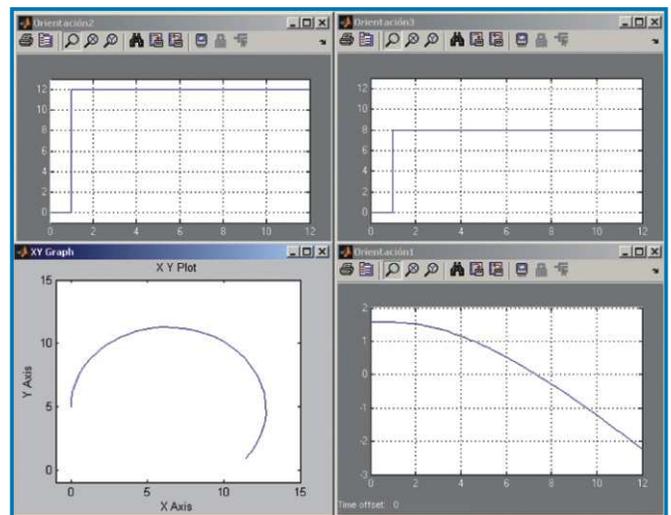


Figura 12. Diferencia en los escalones de voltaje aplicados a los dos motores.

5. CONCLUSIONES

Para obtener un modelado cinemático y dinámico de un robot móvil, además de una solución analítica de las ecuaciones que caracterizan su comportamiento, se requiere de una correcta o muy aproximada determinación de los parámetros de dichos modelos. Aunque en las simulaciones se pueden especificar valores cualesquiera, siempre se desea que el modelo del robot móvil sea lo más real posible antes de aplicar una estrategia de control que lo requiera.

Las técnicas de identificación de sistemas se presentan como una alternativa útil para cualquier sistema robótico. Sin embargo, se debe tener en cuenta que el proceso de

identificación requiere que los datos utilizados para tal fin contengan información significativa sobre el sistema, lo cual implica un cuidadoso diseño del experimento para la adquisición de datos y la toma de una serie de decisiones respecto a las señales que deben ser medidas.

Se presentó una opción experimental para determinar los parámetros de una plataforma robótica móvil de configuración diferencial. Sin embargo, este procedimiento puede servir para otras configuraciones al cambiar las ecuaciones que definen el modelo y su representación paramétrica. El procedimiento se puede indicar como: modelamiento inicial del sistema; práctica de posibles mediciones directas (distancias, radio de ruedas, masa del robot); obtención de especificaciones técnicas; aplicación de la Identificación de Sistemas, basadas en los modelos iniciales para la selección de métodos, órdenes de polinomios y funciones por usar; y finalmente el apoyo de herramientas de software para la obtención de los datos de entrada-salida y aplicación de técnicas ISIS.

6. REFERENCIAS

- Bermeo, L. (2007). *Identificación de sistemas. Técnicas de control*. Universidad Nacional de Colombia, Maestría en Ingeniería, Automatización Industrial. Bogotá: Notas de clase no publicadas.
- Cárdenas, P., Ramírez, R. (2007). Modelo dinámico de un robot móvil como herramienta para diseño y prueba de controladores. En: *Memorias VII Congreso de la Asociación Colombiana de Automática*.
- Hurbain P. (2007). *Nxt R motor internals*. Obtenido el 11 de noviembre de 2007 en www.philohome.com/motors/motorcomp.htm.
- Kunusch, C. (2003). *Identificación de sistemas dinámicos*. Buenos Aires: Universidad Nacional de la Plata, Facultad de Ingeniería, Departamento de Electrónica, Cátedra de Control y Servomecanismos.
- LED (2007). *Dinámica de la rotación Momento de Inercia*. Dpt. de Física i Eng. Nuclear, Sección de Física Aplicada del Valles (ETSEIAT). Obtenido el 16 de noviembre de 2007 en <http://aransa.upc.es/fisica1/laboratorio/guiones/rotacio.pdf>
- LEGO® (2007). *Software NXT MINDSTORMS®*. Manual de usuario.
- LEGO® Engineering (2007). *ROBOLAB™ 2.9.3 UPGRADE NOW AVAILABLE FOR FREE*. Obtenido el 15 de junio de 2007 en <http://www.lego.com/education/download/PressReleaseROBOLABFeb07.pdf>.
- López, M. (2007). *Identificación de sistemas. Aplicación al modelado de un motor de continua*. Universidad de Alcalá, Departamento de Electrónica. Obtenido el 14 de febrero de 2007 en http://www.depeca.uah.es/docencia/ING-ECA/ctr_avz/Identif.
- Navarro, M. (2008). *Momento de inercia. Teorema de Steiner*. Universidad de Almería, I.T.A. Fundamentos Físicos de la Ingeniería. Obtenido el 20 de enero de 2008 en <http://www.ual.es/~mnavarro/Practica6.pdf>.
- Ollero, A. (2001). *Robótica. Manipuladores y robots móviles*. Marcombo Boixareu, Madrid.
- The MathWorks™ (2008). *System Identification Toolbox™ User's Guide*. Obtenido el 20 de enero de 2008 en http://www.mathworks.com/access/helpdesk/help/pdf_doc/ident/ident.pdf.
- Watanabe Ryo y Philippe E. (2007). Obtenido el 20 de noviembre de 2007 en <http://web.mac.com/ryowatanabe/iWeb/Ryo>.