

IMPLEMENTACIÓN DE UN CONTROLADOR LQG PARA LA PROTECCIÓN SÍSMICA DE UN MODELO ESTRUCTURAL DE UN GRADO DE LIBERTAD

(Implementation of a LQG Controller for a Structural Model's Seismic Protection with one Degree of Slackness)

Horacio A. Coral*, Esteban E. Rosero*, Daniel Gómez**

*Ingeniería Eléctrica y Electrónica, Universidad del Valle, Cali, Colombia, horacioc@univalle.edu.co, emilros@univalle.edu.co

**Escuela de Ingeniería Civil y Geomática, Universidad del Valle, Cali, Colombia, dgomez@univalle.edu.co

(Recibido septiembre 5 de 2007 y aceptado mayo 8 de 2008)

Resumen:

Presenta el modelado y la identificación de una estructura de un grado de libertad, así como el diseño de un controlador activo LQG que busca reducir las vibraciones de la estructura de un piso ante excitaciones sísmicas en su base. El controlador usa como realimentación la aceleración del primer nivel de la estructura y se diseña con base en el modelado y la identificación del sistema estructural realizado. El modelo se validó experimentalmente y el desempeño del sistema de control se verificó en simulación y experimentalmente, excitando la estructura en su base con los sismos de El Centro y Armenia, observando disminuciones en la aceleración relativa de la estructura hasta en un 63.68% y desplazamientos relativos inferiores al 1% de la altura.

Palabras clave: Active Mass Damper, Control activo, Control estructural, LQG, Modelado, Motor lineal.

Abstract:

It presents the modeling and the identification of a one grade looseness structure, and also an active LQG controller's design, which is intended to reduce the structural vibrations of a floor, facing some seismic vibrations in its base. The controller uses as the source the first level structure's acceleration and its design is based upon the model and the structural system's identification, the one which was carried out. The model was experimentally tested and the system performance was verified by a simulation and experimentation, by exciting the structure at its base with the seismic waves provided by El Centro and Armenia, and observing the relative structure's acceleration decreases, which were up to 63.68% and the relative displacements lower than 1% in height.

Key words: Active Mass Damper, Active Comptroller, Structural Comptroller, LQG, Modeling, Lineal Motor.

1. INTRODUCCIÓN

Las estructuras civiles convencionales se pueden clasificar como sistemas pasivos, ya que sus respuestas a excitaciones están predeterminadas por los parámetros dinámicos (masa, rigidez y amortiguamiento) y se minimizan al modificarse estas características estructurales (Gómez, Marulanda, y Thomson, 2008). La filosofía del diseño sismo-resistente actual se basa en proporcionarle a la estructura suficiente resistencia, rigidez y ductilidad, determinadas por los códigos de construcción; la nueva filosofía debe ir encaminada a proporcionar un mayor grado de disipación de energía, aumentando la ductilidad global en la edificación; un ejemplo de esto se implementó en la NERHP desde el 2000, con la inclusión de un capítulo sobre aisladores sísmicos y otro sobre amortiguadores en edificaciones (NERHP, 2003). Esta medida afecta directamente el Coeficiente Básico de Disipación de Energía, *Zeta*, incrementándolo a valores muy superiores de los establecidos en la NSR-98. Una ventaja que tienen los sistemas de control es que buscan que la estructura permanezca en el rango elástico, lo cual es conveniente porque no pretende utilizar el amortiguamiento aportado por la disipación de energía que se obtiene al producirse los ciclos de histéresis en los materiales no estructurales y, sobre todo, en los estructurales.

Este enfoque ha llevado al desarrollo de cuatro tipos básicos de dispositivos de control estructural: Pasivos, Activos, Híbridos y Semiactivos, los cuales, por medio de estrategias de control, mejoran considerablemente la respuesta estructural del edificio cuando es excitado por fuerzas externas como sismos o vientos.

La creciente necesidad de evitar catástrofes ha impulsado y evolucionado el control estructural rápidamente, tanto en su parte teórica como en su práctica; las aproximadamente 102 implementaciones de control pasivo en Norte América (Soong y Spencer, 2002), las más de 721 estructuras con dispositivos de control pasivo alrededor del mundo (Center, 2008) y las decenas de implementaciones de control híbrido, activo y semiactivo en estructuras reales alrededor del mundo (Datta, 2003; Song, Ma, y Li, 2006; Soong y Spencer, 2002; Symans y Constantinou, 1999) así lo demuestran.

Dada la importancia que ha tomado el control estructural, el modelado de estructuras, el diseño, la simulación y la evaluación experimental de estrategias de control son esenciales y pertinentes para una eventual implementación real de él (Battaini, Yang, y Spencer, 2000); sin embargo, en Colombia, a pesar de que más del 80% de la población se encuentra ubicada en ciudades clasificadas por las Normas Colombianas de Diseño y Construcción Sismo Resistente (NSR-98, 1998)

como de alta amenaza sísmica o eólica (caso de Bogotá, Armenia, Cali, Cartagena, Barranquilla, Santa Marta, etc.), las investigaciones realizadas en control estructural son casi nulas. Por esta razón, el objetivo de este artículo es el modelado y la identificación de una estructura de un grado de libertad, así como el diseño, simulación y validación experimental de un controlador activo LQG, que busca minimizar las vibraciones de la estructura de un piso ante excitaciones sísmicas en su base. Las pruebas experimentales se desarrollaron en el Laboratorio de Ingeniería Sísmica y Dinámica Estructural de la Universidad del Valle.

2. DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA ESTRUCTURAL

La estructura objeto de estudio corresponde a un sistema estructural losa-columna de un piso, sujeto a excitaciones sísmicas unidireccionales y controlado activamente en esa misma dirección por un motor lineal o Active Mass Damper (AMD). La estructura está construida con cuatro columnas de acero de 1 m de alto y sección rectangular, y una losa de aluminio de 60 cm x 30 cm x 1,2 cm, como se observa en la figura 1. El AMD, ubicado en la parte superior de la estructura, para propósitos de control, consiste en un servomotor lineal tubular con rodillo móvil capaz de generar fuerzas continuas de hasta 90 N y desplazarse +/- 6 cm. En este experimento, la masa móvil del AMD es de 1,5 kg y la masa total de la estructura, incluyendo el AMD, es de 20 kg; la masa móvil del AMD representa el 7,5% de la masa total de la estructura.

Debido a que en general los servomotores lineales son inestables en lazo abierto, se procedió a controlar la posición



Figura 1. Fotografía de la estructura y el AMD.

del rodillo (masa móvil) del AMD mediante tres lazos de control corriente/velocidad/posición con un servocontrolador.

El sistema estructural se encuentra instrumentado con un solo acelerómetro en la parte superior de la estructura. Esta medición servirá para calcular la fuerza de control que debe aplicar el AMD para reducir las vibraciones en la estructura producidas por excitaciones sísmicas en su base, generadas por un simulador sísmico uniaxial. Un esquema general de funcionamiento del sistema de control estructural se muestra en la figura 2.

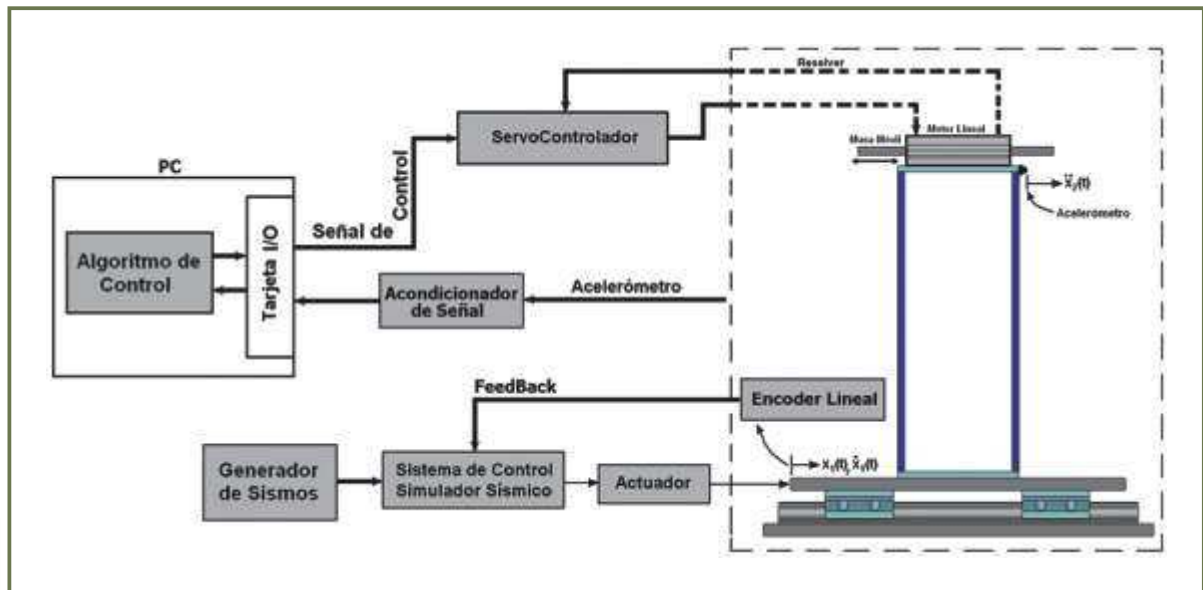


Figura 2. Esquema general del sistema de control estructural y el simulador sísmico.

El modelo se validó usando los registros de aceleración de los sismos de Armenia, 1998, orientación Este-Oeste (ver figura 4), y El Centro, 1940, orientación Norte-Sur (ver figura 5), y se compararon las respuestas experimental y simulada de la estructura.

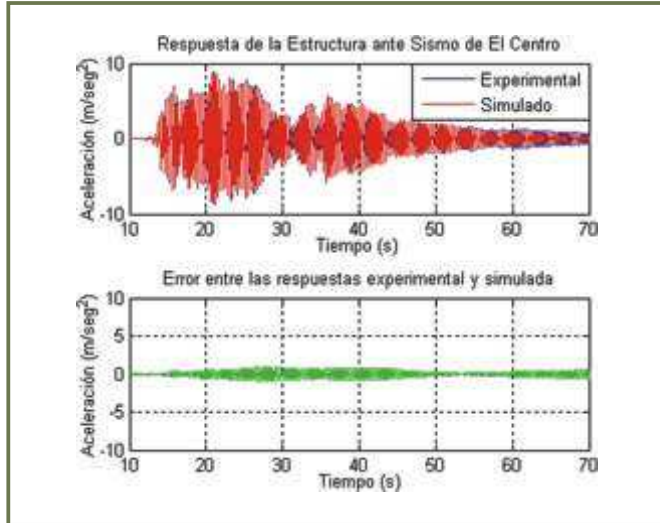


Figura 5. Validación del modelo de perturbación usando el sismo de El Centro.

El modelo matemático desarrollado a partir de ecuaciones dinámicas y parámetros obtenidos experimentalmente representa satisfactoriamente la dinámica del sistema real al lograr un ajuste de 89,09% en la validación con el sismo de Armenia y un 84,63% en la validación con el sismo de El Centro. Los errores en los ajustes del modelo con la respuesta real obedecen principalmente al comportamiento no lineal que presenta la estructura al desplazarse más del 1% de su altura.

3.2 Modelo control-estructura

Como se mencionó antes, el AMD tiene control de posición con lazos de velocidad y corriente anidados; esto implica que la señal de control que sale del controlador estructural LQG es el setpoint de posición del sistema de control del AMD. El modelado de esta interacción se hizo mediante una aproximación alternativa de identificación en el dominio de la frecuencia, que consiste en hallar un modelo dinámico que replique el comportamiento real AMD-Estructura. Esta aproximación ha sido utilizada exitosamente y es recomendada en aplicaciones de este tipo (Dyke, 1996; Dyke, Spencer Jr., Quast, Kaspari Jr., y Sain, 1996).

El procedimiento de identificación se hizo excitando el AMD con una señal de contenido frecuencial entre 0,1 y 15 Hz (chirp signal), almacenando tanto los datos de aceleración de la estructura como la señal de excitación. Los datos de entrada-salida se procesaron para encontrar la magnitud y fase experimental del AMD-Estructura usando funciones de densidad espectral (Dyke et ál., 1996; Dyke et ál., 1994).

Finalmente, se halló un modelo matemático de cuarto orden que minimizó la integral del cuadrado de los errores de estimación en las gráficas de magnitud y fase. La respuesta en frecuencia experimental y el modelo identificado se pueden observar en la figura 6.

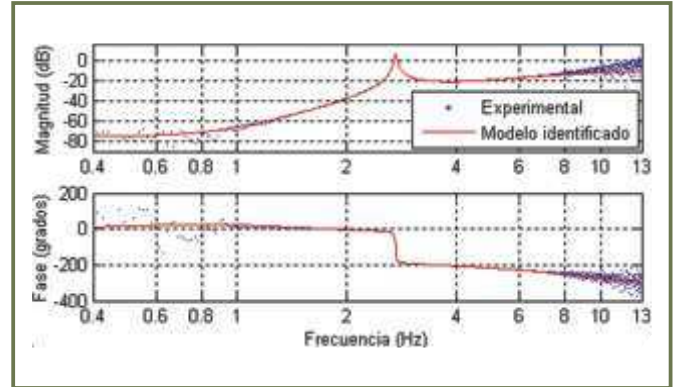


Figura 6. Respuesta en frecuencia AMD-Estructura experimental y modelo identificado.

El modelo obtenido en espacio de estados es el siguiente:

$$A = \begin{bmatrix} -21.90 & -55.21 & 0 & 0 \\ 55.21 & 21.90 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.16 & -17.07 \\ 0 & 0 & 17.07 & -0.16 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0.99 \\ 1.79 \\ -0.18 \\ -0.14 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$C = [2.54 \quad -6.20 \quad 1.13 \quad -1.45] \quad D = [0.19]$$

Este modelo matemático, desarrollado a partir de funciones de transferencia experimentales, representa satisfactoriamente la dinámica del sistema real control-estructura al lograr un ajuste de 93,19% en la respuesta en frecuencia entre 1 y 6,5 Hz, rango de importancia en el modelo, dado que comprende toda la zona de resonancia de la estructura.

3.3 Modelo total

El diagrama del sistema estructural se muestra en la figura 7. En este diagrama se observan dos entradas, el disturbio al sistema \ddot{x}_g y la entrada de control u , y una única salida, que es la aceleración de la estructura y . Entonces, el modelo del sistema estructural G se compone por la relación entre la aceleración de

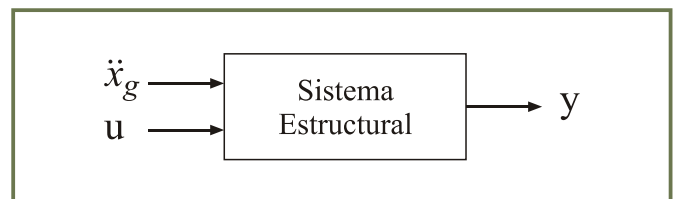


Figura 7. Diagrama del sistema estructural.

la estructura y \ddot{x}_g cuando $u=0$, y la relación entre la aceleración de la estructura \ddot{y} y u cuando $\ddot{x}_g=0$, así:

$$y = G \begin{bmatrix} \ddot{x}_g \\ u \end{bmatrix}, \quad \text{con } G = \begin{bmatrix} G_{y\ddot{x}g} & G_{yu} \end{bmatrix}$$

Donde,

$G_{y\ddot{x}g}$ es el modelo de perturbación
 G_{yu} es el modelo control-estructura

4. DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DEL CONTROLADOR LQG

Luego de determinar las características dinámicas del sistema estructural, se formula una estrategia de control que busca reducir las aceleraciones en la losa. La línea de acción de la fuerza de control se toma paralela a la dirección de las excitaciones sísmicas. Un diagrama del sistema de control se muestra en la figura 8, donde \hat{x} representa la aceleración de los estados del sistema, y K es la ganancia de realimentación de estados estimados para calcular la acción de control u .

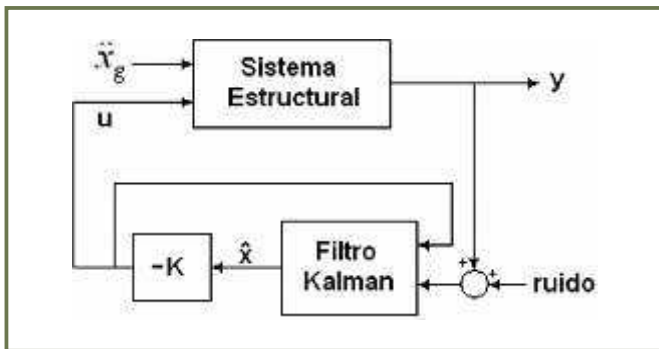


Figura 8. Sistema de control estructural.

El principio de separación permite diseñar por separado la ganancia K y el estimador de estados, para finalmente construir el controlador LQG. Para calcular K se usa una función de costo cuadrática que minimiza el siguiente índice de desempeño:

$$J(u) = \int_0^{\infty} (y^T Q y + u^T R u) dt \quad (7)$$

Donde Q y R son constantes que le dan peso a la minimización de y y u , respectivamente. Sus valores se definieron en $Q=400$ y $R=I$.

La minimización de (7) lleva a la necesidad de resolver la ecuación algebraica de Ricatti para la matriz de Ricatti P , y luego calcular K :

$$\begin{aligned} A^T P + P A + Q - P B R^{-1} B^T P &= 0 \\ K &= R^{-1} B^T P \end{aligned} \quad (8)$$

Estos cálculos arrojaron K :

$$K = [22.02 \quad 7.90 \quad 7.74 \quad 4.08 \quad 9.19 \quad 22.75] \quad (9)$$

El Filtro de Kalman tiene la siguiente estructura:

$$\hat{x} = A \hat{x} + B u + L (y - \hat{y}) \quad (10)$$

Donde \hat{x} es el vector de estados estimados, \hat{y} es la aceleración estimada de la estructura y L es la ganancia del observador. Esta ganancia se halla mediante un índice de desempeño que minimiza la covarianza del error de estimación.

$$L = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 36.40 \quad 15.11]^T \quad (11)$$

Finalmente, el controlador LQG queda de la siguiente forma y su respuesta en frecuencia se presenta en la figura 9:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= (A - B K - L C + L D K) \hat{x} + L y, \\ u &= -K \hat{x} \end{aligned} \quad (12)$$

Para la implementación, este controlador se convirtió a un modelo de espacio de estados de tiempo discreto mediante la transformación bilineal, y se compiló en una tarjeta Real-Time de alto desempeño de National Instruments, usando un tiempo de muestreo de 2000 Hz.

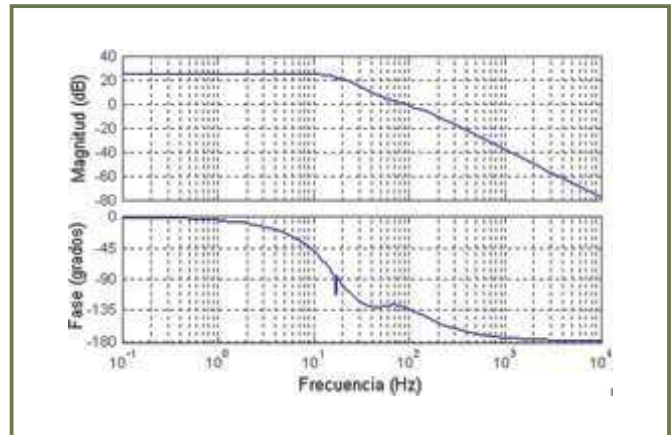


Figura 9. Diagrama de bode del controlador LQG.

Una vez implementado el sistema de control, se obtuvo la respuesta en frecuencia del sistema sin control y con control activo, usando barridos frecuenciales en la base de la estructura. La figura 10 muestra tres respuestas en frecuencia, una respuesta experimental del sistema sin control, otra respuesta experimental del sistema con control y una respuesta en simulación con control. Se observa el gran aporte en amortiguamiento del sistema de control. El amortiguamiento de la estructura sin control es de 0,50% y con el sistema de control activo es de 22,3%.

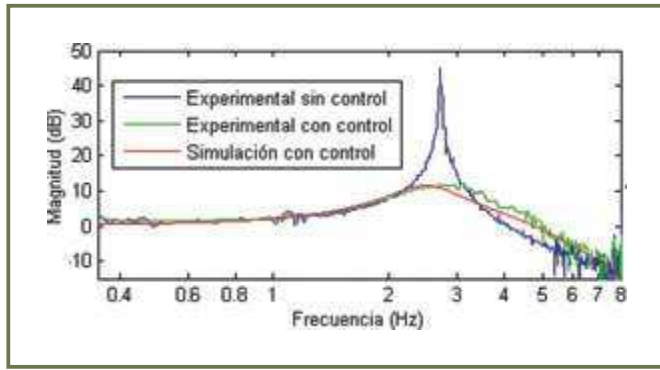


Figura 10. Respuesta en frecuencia del sistema estructural con y sin AMD a excitación en la base usando LQG.

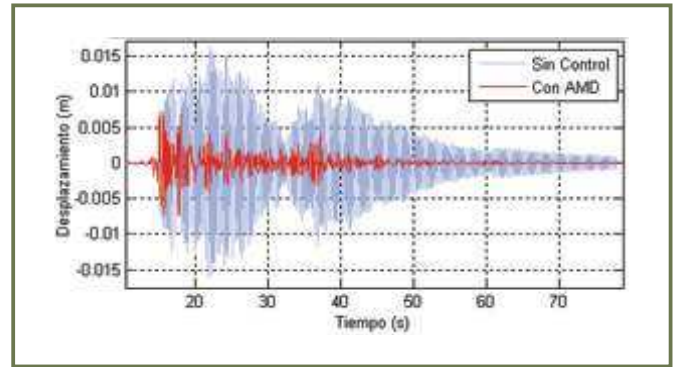


Figura 13. Desplazamientos de la estructura ante el sismo de El Centro, 1940, orientación Norte-Sur.

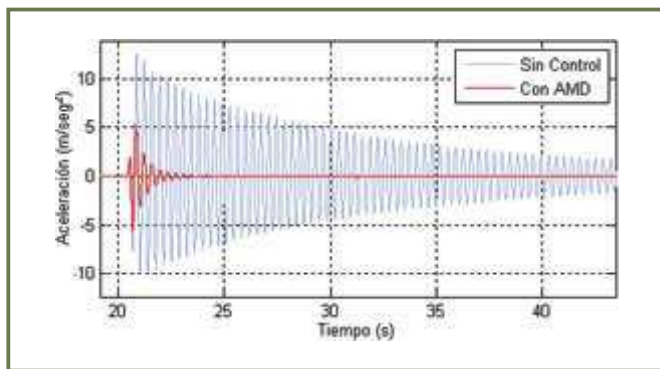


Figura 11. Respuesta ante impulso.

La figura 11 presenta la respuesta temporal de la estructura ante una fuerza impulsiva lateral de 3 N en el primer piso. Se observa que el sistema de control reduce el tiempo de estabilización de 75 s (sin control) a casi 3,5 s (con control).

Las figuras 12 y 13 muestran las respuestas de la estructura ante el sismo de El Centro, 1940, orientación Norte-Sur; mostrando atenuaciones de 56,15% y 54,74% en las aceleraciones y desplazamientos de la estructura, respectivamente.

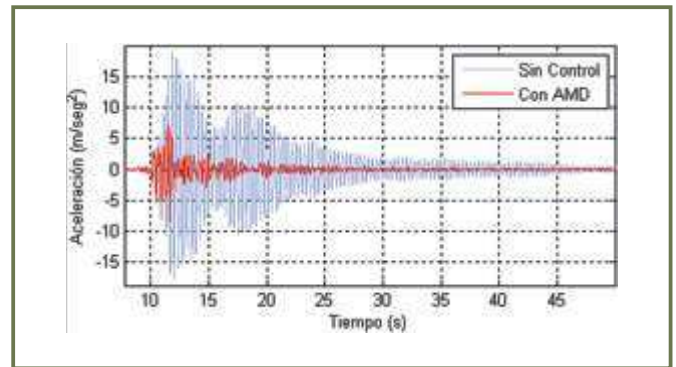


Figura 14. Aceleraciones de la estructura ante el sismo de Armenia, 1998, orientación Este-Oeste.

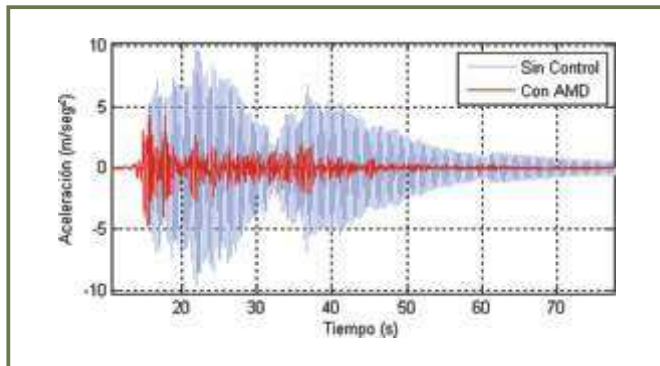


Figura 12. Aceleraciones de la estructura ante el sismo de El Centro, 1940, orientación Norte-Sur.

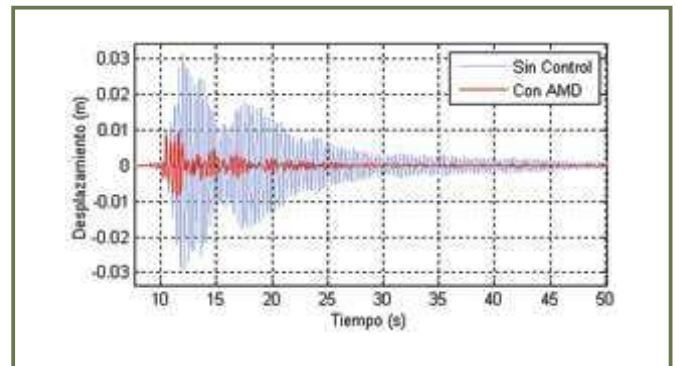


Figura 15. Desplazamientos de la estructura ante el sismo de Armenia, 1998, orientación Este-Oeste.

5. CONCLUSIONES

En este artículo se presentó el desarrollo del modelo de perturbación obtenido a partir de ecuaciones diferenciales y parámetros obtenidos experimentalmente, y la identificación en el dominio de la frecuencia de la interacción control-estructura de un sistema compuesto por un modelo de un pórtico losa-columna de un grado de libertad y un dispositivo de masa activa AMD, ante excitaciones sísmicas en su base. Los modelos fueron debidamente validados con registros de experimentos reales, y se obtuvieron ajustes de 89,08% para el modelo de perturbación y 93,19% para el modelo control-estructura.

Se diseñó y validó experimentalmente un controlador activo LQG y se obtuvieron los siguientes resultados:

Tabla 1. Resultados de la implementación.

Característica	Sin control	Control LQG
Aceleración pico sismo Armenia	19,0 m/s ²	6,9 m/s ²
Desplazamiento pico sismo Armenia	0,0312 m	0,0095 m
Aceleración pico sismo El Centro	9,68 m/s ²	4,24 m/s ²
Desplazamiento pico sismo El Centro	0,0162 m	0,0073 m
Amortiguamiento	0,005	0,223

Los resultados de la implementación del control activo ante acciones sísmicas en la estructura modelo indican que su desplazamiento relativo es siempre inferior a 1cm (1% de su altura), manteniendo la estructura siempre en su rango elástico.

El sistema de control activo presenta considerables reducciones en las aceleraciones de la estructura ante acciones sísmicas y logra estabilizarla rápidamente ante disturbios que no sean en la base, sin embargo, no se tuvieron en cuenta cambios en los parámetros estructurales (masa, rigidez y amortiguamiento) o las incertidumbres en el modelado que pueden afectar el desempeño del sistema de control, tal como sucede en estructuras reales. Este enfoque lleva a la aplicación de algoritmos robustos que en futuras publicaciones se pueden analizar.

6. AGRADECIMIENTOS

Los autores de este artículo agradecen la colaboración brindada por el Ing. José Esteban Vanegas Escalante, quien estuvo pendiente de la instrumentación y del manejo del simulador sísmico uniaxial de la Universidad del Valle.

7. REFERENCIAS

- Battaini, M., Yang, G., y Spencer, B. F. (2000). Bench-Scale Experiment for Structural Control. *Journal of Engineering Mechanics*, 126(2): 140-148.
- Center, E. E. R. (2008). Applications of Passive Protective Systems Around the World. Retrieved 19/10/2008, from <http://nisee.berkeley.edu/prosys/applications.html>
- Chopra, A. K. (2000). *Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering*: Prentice Hall.
- Datta, T. K. (2003). A state-of-the-art review on active control of structures. *ISET Journal of Earthquake Technology*, 40(1): 1-17.
- Dyke, S. J. (1996). Acceleration Feedback Control Strategies for Active and Semi-active Control Systems: Modeling, Algorithm Development, and Experimental Verification. Unpublished Ph.D., University of Notre Dame, Notre Dame, Indiana.
- Dyke, S. J., Spencer Jr., B. F., Quast, P., Kaspari Jr., D. C., y Sain, M. K. (1996). Implementation of an active mass driver using acceleration feedback control. *Microcomputers in Civil Engineering* 11(5): 305-323.
- Dyke, S. J., Spencer Jr., B. F., Quast, P., Sain, M. K., Kaspari Jr., D. C., y Soong, T. T. (1994). Experimental Verification of Acceleration Feedback Control Strategies for an Active Tendon System: National Center for Earthquake Engineering Research Technical Report NCEER940024
- Gómez, D., Marulanda, J., y Thomson, P. (2008). Sistemas de control para la protección de estructuras civiles sometidas a cargas dinámicas. *DYNA*, 155: 77-89.
- Guclu, R. (2006). Sliding mode and PID control of a structural system against earthquake. *Mathematical and Computer Modelling*, 44(1-2): 210-217.
- NERHP. (2003). Recommended provisions for seismic regulations for new buildings and other structures. Paper presented at the Building seismic safety council.
- NSR-98. (1998). Ley 400 de 1997: Normas Colombianas de Diseño y Construcción Sismo Resistente.
- Song, G., Ma, N., y Li, H. N. (2006). Applications of shape memory alloys in civil structures. *Engineering Structures*, 28(9): 1266-1274.
- Soong, T. T., y Spencer, B. F. (2002). Supplemental energy dissipation: state-of-the-art and state-of-the-practice. *Engineering Structures*, 24(3): 243-259.
- Symans, M. D., y Constantinou, M. C. (1999). Semi-active control systems for seismic protection of structures: a state-of-the-art review. *Engineering Structures*, 21(6): 469-487.