

# CÁLCULO DE HIPOCENTROS PARA SISMOS VOLCÁNICOS ASOCIADOS A MOVIMIENTO DE FLUIDOS EN EL VOLCÁN GALERAS, COLOMBIA

(Hypocenters calculation for volcanic earthquakes associated with movement of fluid in the Galeras volcano, Colombia)

Roberto Armando Torres Corredor\*, Oscar Ernesto Cadena Ibarra\*\*

INGEOMINAS – Observatorio Vulcanológico y Sismológico de Pasto.  
\*[rtorres@ingeominas.gov.co](mailto:rtorres@ingeominas.gov.co) - \*\*[ocadena@ingeominas.gov.co](mailto:ocadena@ingeominas.gov.co)

(Recibido el 21 de mayo de 2009 y aceptado el 26 de junio de 2009)

**Resumen:**

Una de las tareas más importantes en la sismología volcánica es la localización de las fuentes sísmicas. Dada la dificultad de identificación de las fases sísmicas y la medición de sus tiempos de llegada, se desarrolla un algoritmo para la determinación del hipocentro de estos sismos, fundamentado en la atenuación de las amplitudes de las formas de onda y la aplicación del método de Gauss-Newton. El principio básico es el cálculo de los parámetros hipocentrales del sismo mediante la minimización simultánea de los residuales de las amplitudes de las formas de onda a partir de varias observaciones. El método utiliza un ajuste de mínimos cuadrados desarrollados en una serie de Taylor en su primera aproximación. Se considera una variación de los parámetros hipocentrales de una ubicación inicial supuesta (modelo inicial) y que deben mediante un procedimiento iterativo minimizar simultáneamente los residuos de las amplitudes calculadas y las observadas de los registros en una red de estaciones sísmicas. La inversión de las amplitudes para estimar la localización de la fuente sísmica se soporta en un modelo físico de atenuación que describe la relación entre las amplitudes y los parámetros de la fuente, teniendo en cuenta la expansión geométrica, absorción anelástica, orientación de las componentes de los sismómetros, efectos de superficie libre y topografía. La convergencia de la solución depende fuertemente de la aproximación de los supuestos del modelo inicial con la realidad.

**Abstract:**

One of the most important tasks in the volcanic seismology is the location of the seismic sources. Given the difficulty of identification of the seismic phases and the measurement of its arrival times, an algorithm develops for the determination of the hypocenter of these earthquakes based on the attenuation of the extents of the waveforms and the application of Gauss-Newton's method. The basic principle is the calculation of the hypocentral parameters of the earthquake by means of the simultaneous minimization of the residual ones of the extents of the waveforms from several observations. The method uses an adjustment of square minimums developed in a series of Taylor in its first approximation. It is considered to be a variation of the hypocentral parameters of an initial supposed location (initial model) and those have to by means of an iterative procedure minimize simultaneously the residues of the calculated extents and the observed ones of the records in a network of seismic stations. The investment of the extents to estimate the location of the seismic source is supported in a physical model of attenuation that describes the relation between the amplitudes and parameters of the source, taking into account the geometric amplitude, anelastic absorption, orientation of the seismometer components, effects of free surface and topography. The convergence of the solution strongly depends on the proximity of the initial model suppositions with reality.

**Palabras clave:** sismos de largo período, tremor, hipocentros, atenuación

**Key words:** earthquakes of long period, tremor, hypocenters, attenuation.

## 1. INTRODUCCIÓN

El volcán Galeras, desde el inicio de su vigilancia instrumental, ha registrado una amplia gama de señales sísmicas asociadas con diferentes orígenes tales como fracturamientos en la parte sólida del volcán, debido a presiones inducidas por magma o cambios bruscos de temperatura (eventos volcanotectónicos, VT), y procesos de dinámica de fluidos en el sistema magma-gas que dan lugar a resonancia en cavidades, conductos o grietas (tremor, TRE y eventos de largo período, LP) y procesos combinados de fractura y movimiento de fluidos (eventos híbridos, HIB). Como resultado de estos procesos de origen, el registro sísmico evidencia firmas con morfologías típicas y es así que los eventos LP y TRE muchas veces comparten una rúbrica temporal característica consistente en arribos emergentes de las ondas P y la no distinción de la llegada de las ondas S; esto dificulta la localización de este tipo de eventos cuando se usa los tiempos de llegada de las ondas sísmicas en diferentes estaciones. El presente estudio se enfoca en el

desarrollo de un algoritmo para la determinación del hipocentro de sismos LP y TRE fundamentado en la atenuación de las amplitudes de las formas de onda registradas en varias estaciones y la aplicación del método de Gauss-Newton, dada la importancia que revierte el conocimiento de la localización de la fuente sismogénica en la caracterización de la actividad volcánica.

## 2. DATOS

La red de Galeras está constituida por nueve estaciones telemétricas permanentes, ocho de corto período y una de banda ancha, localizadas entre 0,9 y 7 km desde el cráter activo. Cinco estaciones de corto período (1 s) son de componente vertical, Mark Products L-4C, con salida proporcional a la velocidad de movimiento del terreno, y las otras tres son triaxiales, Sercel L4C-3D, orientadas horizontalmente hacia el Norte y el Este, con un amortiguamiento de 0,7 del crítico. La estación de banda ancha está conformada por un sismómetro triaxial Guralp CMG-C3E con una respuesta plana entre 60s y 50 Hz y

sus componentes están orientadas vertical y en las direcciones Norte y Este. Los datos de todas las estaciones se registran continuamente con una tasa de muestreo de 100 Hz y es bien conocida su respuesta instrumental en amplificación y fase, permitiendo reducir los registros a velocidad del movimiento del terreno.

### 3. CONSIDERACIONES TEÓRICAS

Las ondas sísmicas en su propagación por el interior de la Tierra, experimentan una atenuación de la amplitud que obedece a pérdidas de energía que tienen que ver con los mecanismos de la fuente sísmica, el camino o ruta de viaje y las condiciones locales. Los mecanismos de la fuente contemplan factores como las dimensiones de la zona de perturbación, profundidad de la fuente y las condiciones de tensión y compresión que pueden expresarse mediante el patrón de radiación; es decir, la distribución de amplitudes de las ondas de cuerpo ( $P$  y  $S$ ) radiadas desde la zona de perturbación del sismo en diferentes direcciones. Durante la ruta de viaje a través del medio, se tiene factores como la expansión geométrica, la absorción intrínseca o inherente, el *scattering*, reflexiones y refracciones. Como factores de las condiciones locales o de sitio, se observan la influencia de la superficie libre, la respuesta del sitio según el tipo de suelo y las variaciones topográficas. Por otra parte, la forma de onda del sismograma es la respuesta del instrumento al movimiento del terreno y según el tipo de instrumento (banda ancha, corto período, largo período, triaxial o una componente) puede obtenerse un registro más fiel o completo del movimiento del terreno.

En consideración a los efectos de camino, es una práctica común definir el decaimiento de la amplitud del movimiento del terreno en los sismos en términos de las propiedades de la expansión geométrica de las ondas y de la atenuación regional general. Bajo la suposición de considerar un medio homogéneo, continuo e isotrópico a través del cual las ondas sísmicas se van atenuando conforme se van propagando, la atenuación en dirección radial longitudinal puede describirse por la ecuación:

$$A(f, R) = A_0(f) r^{-n} e^{-R} = A_0(f) R^{-n} e^{-\frac{fR}{Q_v}}$$

donde  $f$  corresponde a la amplitud de la onda sísmica valorada en el origen,  $R$  es la distancia desde el origen al receptor,  $n$  es una constante que describe el exponente de expansión geométrica según el tipo de onda, donde  $n=1$  para ondas de cuerpo y  $n=0.5$  para ondas de superficie, de modo que el término  $1/R^n$  representa el decaimiento de la amplitud de las ondas sísmicas debido a este mecanismo, y es el coeficiente de atenuación espacial y el término

$e^{-\frac{fR}{Q_v}}$  corresponde al decaimiento de la amplitud por la absorción intrínseca o anelástica a lo largo del viaje

lo que se ve reflejado en el factor de calidad promedio a lo largo del viaje, la frecuencia y la velocidad de propagación de la onda sísmica.

Para una fuente sísmica en donde se conoce su hipocentro, y atendiendo a las componentes de un sismómetro triaxial, es posible determinar las amplitudes en la dirección vertical,  $A_Z = A \cos(i)$  y horizontal radial,  $A_R = A \sin(i)$  de la onda propagada desde la fuente, dependiendo del ángulo de incidencia  $i$  con el que las ondas llegan al receptor.

Ahora, la respuesta superficial de un sismómetro de componente vertical por la combinación de una onda sísmica incidente  $P$  de amplitud unitaria que ha experimentado reflexión y conversión en la superficie libre con sus ondas reflejadas y conversas (Gutenberg, 1952; Nuttli, 1961; Nuttli y Whitmore, 1962), es:

$$A_Z = C^P(i) A \cos(i) \quad \text{donde}$$

$$C^P(i) = \frac{\frac{2}{v_s^2} \frac{1}{v_s^2} 2p^2 \cos(i)}{\frac{1}{v_s^2} 2p^2 \frac{4p^2 \cos(i) \cos(j)}{v_p v_s}}$$

$$p = \frac{\sin(i)}{v_p} \frac{\sin(j)}{v_s}$$

$$j = \sin^{-1}(p v_s)$$

Si las coordenadas del foco o hipocentro están dadas por  $(x_0, y_0, z_0)$ , y las coordenadas de un receptor o estación  $i$ , son  $(x_i, y_i, z_i)$  se tiene

$$i = \tan^{-1} \frac{x_0 - x_i}{z_0 - z_i}$$

$$R_i = \sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 + (z_i - z_0)^2}$$

### 4. METODOLOGÍA

La estima de la localización de sismos LP y TRE se fundamenta en la solución de un problema inverso (Tarantola, 2005), particularmente, en este caso, en la inversión de amplitudes de los registros sísmicos de componente vertical de varias estaciones, a través de la aplicación del método de Gauss-Newton, usando un modelo físico de atenuación que describe la relación entre las amplitudes de las formas de onda con los parámetros hipocentrales, teniendo en cuenta la expansión geométrica, la absorción anelástica, la orientación de las componentes de los sismómetros, los efectos de superficie libre (Okal, 1992) y la topografía. Este modelo para ondas de cuerpo está dado por:

$$A_z = \frac{\frac{2}{v_s^2} \frac{1}{v_s^2} 2p^2 \cos(i)}{\frac{1}{v_s^2} 2p^2 \frac{4p^2 \cos(i)\cos(j)}{v_p v_s}} A_0 \frac{1}{R} e^R \cos(i)$$

donde

$$R_i = \sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 + (z_i - z_0)^2} \quad e$$

$$i = \tan^{-1} \frac{x_0 - x_i}{z_0 - z_i}$$

Los parámetros hipocentrales que se pretenden buscar y que se denominarán los parámetros del modelo son las coordenadas del hipocentro, la amplitud en el origen y el coeficiente de atenuación espacial,

$$\mathbf{m} = [x_0, y_0, z_0, A_0, \dots]^T$$

Como datos observables, se tienen las amplitudes medidas directamente en los sismogramas de al menos cinco estaciones, dado el número de parámetros del modelo. Puesto que la red de estaciones de Galeras está conformada principalmente por sismómetros de componente vertical, estas amplitudes se toman en esta dirección,

$$\mathbf{d}^{obs} = [A_{z1}, A_{z2}, \dots, A_{zi}, \dots, A_{zM}]^T$$

Los datos predichos son las amplitudes resultado de un cálculo a partir de unos parámetros del modelo, supuestos inicialmente:

$$\mathbf{d}^{pre} = [A_{z1}^{pre}, A_{z2}^{pre}, \dots, A_{zi}^{pre}, \dots, A_{zM}^{pre}]^T$$

El principio básico es el cálculo de los parámetros hipocentrales del sismo mediante la minimización simultánea de los residuales de las amplitudes  $r_i$  a partir de las observaciones y los estimados, de modo que la función objetivo se puede expresar como

$$\sum_{i=1}^M r_i^2 = F(x_0, y_0, z_0, A_0, \dots) = \sum_{i=1}^M (d_i - d_i^{obs})^2 = \sum_{i=1}^M d_i^{pre} - d_i^{obs}$$

El método utiliza un ajuste de mínimos cuadrados, y dado que los datos no tienen una dependencia lineal con los parámetros del modelo, se linealiza el problema a través de la expansión de los datos en serie de Taylor de la cual se toma hasta la derivada de primer orden (aproximación):

$$d_i^0 = d_i + d_i^0 \sum_j \frac{d_i}{m_j} \Big|_{\mathbf{m}^0} m_j^0$$

En aras de minimizar simultáneamente los residuales, se considera una variación de los parámetros hipocentrales a partir de los supuestos en el modelo inicial  $\mathbf{m}^0$ , lo que se

logra mediante un procedimiento iterativo. La convergencia de la solución depende fuertemente de la aproximación de los supuestos del modelo inicial con la realidad.

La matriz de derivadas parciales, el jacobiano, se define

como  $G_{ij} = \frac{d_i}{m_j}$ , así que la ecuación para el cálculo de

los parámetros del modelo se convierte en:

$$d_i = \sum_j G_{ij} m_j \quad \text{o} \quad \mathbf{d} = \mathbf{G} \mathbf{m}$$

Donde  $j$  varía de 1 a  $N=5$  (número de parámetros del modelo), e  $i$  varía de 1 a  $M$ , donde  $M$  (número de observaciones) es al menos igual o mayor a  $N$ . Una complejidad común es que se pueden tener más observaciones que parámetros del modelo; es decir, que el problema es *sobredeterminado* ( $M > N$ ), y  $\mathbf{G}$  no es invertible, por lo que se procede a utilizar la inversa generalizada de  $\mathbf{G}$  denotada como:

$$\mathbf{G}^g = (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T$$

El problema puede plantearse como:

$$\Delta \mathbf{m} = \mathbf{G}^T \mathbf{G}^{-1} \mathbf{G}^T \Delta \mathbf{d} = \mathbf{G}^g \Delta \mathbf{d}$$

o como:

$$m_j = \sum_i G_{ji}^g d_i$$

En el proceso de solución, se busca un cambio en los parámetros del modelo  $\mathbf{m}$  tal que, al multiplicarlo por el jacobiano  $\mathbf{G}$ , arroje un variación en los datos  $\mathbf{d}$ . Para utilizar este método, se empieza con un modelo inicial  $\mathbf{m}^0$  (localización de la fuente, amplitud en el origen y coeficiente de atenuación definidos a priori, antes de dar comienzo al proceso de iteración) para predecir los valores esperados para los datos,  $\mathbf{d}^0 = F(\mathbf{m}^0)$ . Luego, se forma el vector residual que da los desajustes de los datos  $\mathbf{d}^0 - \mathbf{d} = \mathbf{d}^0 - \mathbf{d}^0$ , se evalúa la matriz de derivadas parciales sobre el modelo inicial

$$G_{ij} = \left. \frac{d_i}{m_j} \right|_{\mathbf{m}^0}$$

y se utiliza la inversa generalizada  $\Delta \mathbf{m} = \mathbf{G}^g \Delta \mathbf{d}$  o

$$m_j = \sum_i G_{ji}^g d_i$$

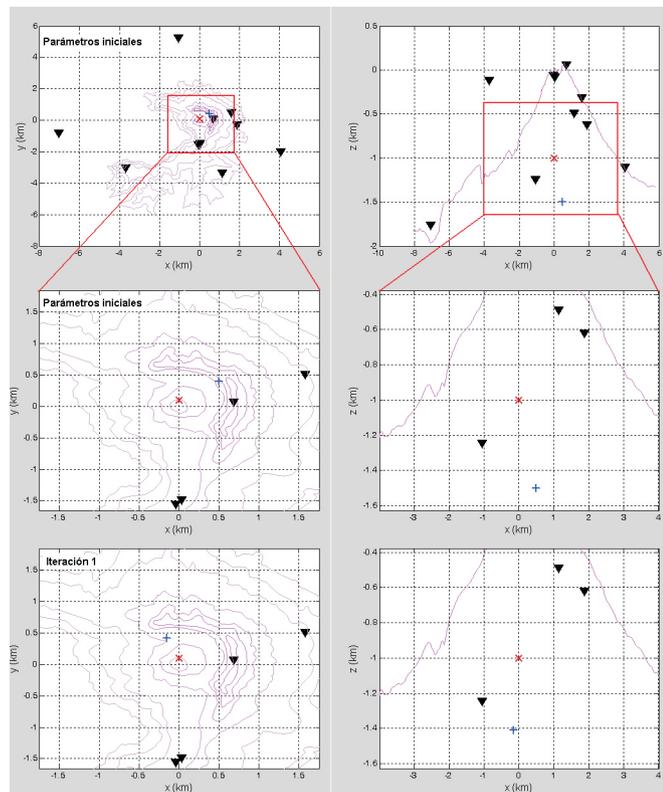
para encontrar la variación en el modelo inicial  $\mathbf{m}^0$ , que ajuste de mejor manera los datos.

Así, se da lugar a un nuevo modelo  $\mathbf{m}^1 = \mathbf{m}^0 + \Delta \mathbf{m}$  que predice los valores de los datos  $\mathbf{d}^1 = F(\mathbf{m}^1)$ , que debe estar más cercano a las observaciones predichas del modelo inicial. Esto puede probarse calculando la diferencia entre las observaciones y los datos predichos para el nuevo modelo  $\mathbf{d}^1 - \mathbf{d} = \mathbf{d}^1 - \mathbf{d}^1$ , y examinando los

desajustes cuadrados totales  $(d_i^1)^2 - (d_i - d_i^1)^2$ , que deberían ser menores que el desajuste correspondiente al modelo inicial  $d_i^{0,2}$ . El proceso anterior se itera hasta encontrar otros parámetros del modelo y lograr una minimización adecuada de la función objetivo.

## 5. CASO DE ESTUDIO: LOCALIZACIÓN TEÓRICA

Como un ejemplo hipotético de la aplicación de la metodología descrita anteriormente, se considera un caso en el que se tiene un modelo de estructura definido por un semi-espacio homogéneo, con una velocidad uniforme de ondas P de 5,5 km/s. La red sísmica cuenta con diez estaciones sismográficas (ver figura 1), en las que su respuesta instrumental es bien conocida y sobre las que se leen las amplitudes de un sismo (ver tabla 1), calculadas para una ubicación arbitrariamente escogida (localización real), que servirá de base para comparar con la solución que se encuentre a través de la atenuación de las amplitudes.



**Figura 1.** Ejemplo de localización de un sismo. La equis roja representa la posición real del evento, y la cruz azul indica la ubicación del sismo conforme evoluciona el modelo. El lado izquierdo muestra la evolución en planta y el lado derecho en el perfil este-oeste, desde el modelo inicial hasta la primera iteración. Los triángulos negros corresponden a las estaciones sísmicas y la línea violeta en trazo continuo muestra el perfil topográfico de un corte que pasa a través de la ordenada cero.

El ejercicio empieza con la suposición de unos parámetros iniciales del modelo: las coordenadas

hipocentrales, la amplitud en el origen y el coeficiente de atenuación espacial (ver tabla 1) y termina cuando la solución de los parámetros del modelo estimado convergen hacia la localización real dentro de un error definido previamente como aceptable.

**Tabla 1.** Ejemplo de localización de un sismo

Inversión para localización, amplitud en el origen y coeficiente de atenuación		evolución del modelo					
m	real	inicial	iteración 1	iteración 2	iteración 3	iteración 4	iteración 5
$x_o$	0	0.5	-0.1491	0.1211	-0.0670	0.0027	-0.0131
$y_o$	0.1	0.4	0.4147	-0.0499	0.1808	0.0924	0.1085
$z_o$	-1	-1.5	-1.4091	-0.8420	-1.0750	-0.9904	-1.0035
$A_o$	1	0.85	1.2310	0.5849	0.9822	1.0173	1.0436
$\gamma$	0.0381	0.02	0.1895	-0.0129	0.0732	0.0471	0.0572
error		0.1697	0.098800	0.096700	0.027200	0.000141	0.000003

En realidad, el problema de localización, que está más allá del objetivo del presente artículo, es más complejo en la medida en que los datos que corresponden a las amplitudes de las formas de onda contienen errores debido a una variedad de efectos que incluyen inexactitudes en la lectura, tales como la identificación de una misma ondícula en todas las estaciones. Además de los errores en la medida, hay otros sistemáticos, debido al hecho de que la estructura de velocidad no se conoce plenamente y es lateralmente variable.

## 6. CONCLUSIONES

La inversión de las amplitudes de las formas de onda se constituye en una valiosa herramienta para la localización de sismos LP y TRE en los que la identificación de las fases sísmicas y la medición de sus tiempos de llegada son difíciles. Una de las grandes ventajas es la rápida convergencia en la búsqueda de la solución; sin embargo, la convergencia depende fuertemente de la aproximación del modelo inicial (escogido a priori) con la realidad. Este trabajo constituye un punto de partida para el desarrollo de un algoritmo robusto que contemple efectos de sitio y el tratamiento de errores asociados a las lecturas en las amplitudes.

## 7. REFERENCIAS

- Gutenberg, B., (1952). SV and SH, *Trans. Am. Geophys. Un.*, 33, 573-584.
- Nuttli, O.W., (1961). The effect of the Earth's surface on the S wave particle motion, *Bull. Seism. Sic. Am.* 51, 237-246.
- Nuttli, O.W., and Whitmore J.D., (1962). On the determination of the polarization angle of S wave, *Bull. Seism. Sic. Am.* 52, 95-107.
- Okal, E.A., (1992). A student's guide to teleseismic body wave amplitudes, *Seismological Research Letters.* 177-179.
- Tarantola A., (2005), *SIAM, Inverse Problem Theory and Methods for Parameter Estimation*, 20-37.