



Toma de decisiones empresariales a través de la media ponderada ordenada

Volumen XIX No (2). Julio-Diciembre 2019. Pág. 11-23

ISSN: 0121-1048 IMPRESO ISSN: 2422-3220 EN LÍNEA

Baez Palencia, Diego*

Universidad Autónoma de Occidente, Departamento de Ciencias Económicas y Administrativas, Blvd. Lola Beltrán s/n esq. Circuito Vial, 80200 Culiacán, México.
diego.baez@udo.mx *Autor correspondiente

Olazabal-Lugo, Maricruz

Universidad Autónoma de Occidente, Departamento de Ciencias Económicas y Administrativas, Blvd. Lola Beltrán s/n esq. Circuito Vial, 80200 Culiacán, México.
mol.1986@hotmail.com

Romero-Muñoz, Jorge

Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Facultad de Ciencias Económicas y Administrativas, Av. Central del Norte 39-115, 150001 Tunja, Colombia.
jorge.romero@uptc.edu.co

Resumen

Este documento aborda, mediante una revisión teórica de trabajos de investigación, la evolución de la toma de decisiones en la empresa. Para esto, se muestra un repaso de los elementos seminales que dieron pie al desarrollo de esta área, particularmente, bajo entornos de incertidumbre. A tal efecto, se incluyen trabajos de variados enfoques metodológicos, de tipo difuso, hasta llegar al abordaje inicial de la media ponderada ordenada (OWA). Siendo este último un tratamiento de flexible y diversa aplicación, conlleva esto a una descripción de un conjunto de sus extensiones usadas ampliamente en la literatura. Por último, se detallan algunas investigaciones en el ámbito de aplicación del OWA, con sus resultados en el ámbito empresarial, que dan cuenta de la relevancia que toma este operador, y el abanico que se abre para el crecimiento de su estudio.

Palabras clave: Toma de decisiones, entornos inciertos, Lógica difusa, media ponderada ordenada, operador OWA

Códigos JEL: D81, C02, C65

* Citar: Baez Palencia, Diego, Olazabal-Lugo, Maricruz and Romero-Muñoz, Jorge (2019). Toma de decisiones empresariales a través de la media ponderada ordenada. *Inquietud Empresarial*, 19(2), 11-23.

Business decision making through the ordered weighted average

Abstract

The progress of decision making in business is addressed by this document through a theoretical review of research works. To do that, a summary of seminal elements that gave rise to the development of this area is shown, particularly, decision making under uncertainty environments. To this end, studies of different methodological approaches, into the fuzzy type, are included, those and until reaching the initial approach of the ordered weighted average (OWA). The latter being a treatment of flexible and diverse application, it leads to present a description of a set of OWA extensions widely used in the literature. Finally, some applied researches of OWA are detailed, with their results in the business field, which show the relevance this operator has taken, and the range that opens up for the growth of its study.

Keywords: Decision making, uncertainty environment, fuzzy logic, ordered weighted average, OWA operator

JEL Codes : D81, C02, C65

1. INTRODUCCIÓN

El campo de la toma de decisiones es un espacio de investigación ampliamente estudiado. Variados enfoques han propuesto su abordaje con métodos diferentes según las condiciones de la decisión y el entorno en que se realicen. Todo esto ha derivado en un abanico disponible que evoluciona según los problemas de decisión se hacen más complejos y requieren su tratamiento (Kahraman, Onar, & Oztaysi, 2015).

Entonces es posible encontrar orientaciones a problemas de decisión bajo entornos de certidumbre, para los cuales los métodos deterministas brindan soluciones a ello. Sin embargo, las condiciones de la realidad exponen estos problemas en contextos de incertidumbre, y es allí donde enfoques normativos, descriptivos, prescriptivos y constructivos han propuesto formas de analizar las situaciones, las preferencias de los tomadores de decisión y, consecuentemente, tratarlos mediante alguna metodología que lidie con sus características

(Bouyssou, Marchant, Pirlot, Tsoukiàs, & Vincke, 2006).

Nótese que, en el ámbito empresarial, las compañías no cuentan con información completa y perfecta, en la mayoría de los mercados, más bien su entorno es incierto, así que sus problemas puedan ser enfrentados bajo la segunda perspectiva nombrada.

De otra parte, las expectativas del decisor tampoco son exactas, es decir, no le es posible dar una valuación, por ejemplo, de número entero respecto al desempeño de una alternativa en un atributo determinado, por tanto, la noción de lógica difusa toma relevancia para aproximar el tratamiento de los problemas a la realidad objetiva, en el entendido de alineada a la situación, dado que, del hecho de conectarse con individuos, existe una respuesta subjetiva de su proceso de decisión, incluido en este, la intuición y las valoraciones lingüísticas entre otros aspectos (Calabretta, Gemser, & Wijnberg, 2017).

Este documento realiza un acercamiento a esa toma de decisión empresarial, describiendo primero algunos trabajos

referentes de la lógica difusa como seminal a la media ponderada ordenada, que es el siguiente componente del escrito. Para ese, se detalla las definiciones y secuencia existente en sus extensiones, que serán evidenciadas en la cuarta sección con una compilación de algunas investigaciones recientes y relevantes en aplicación de los operadores OWA para ciertas situaciones de decisión en el estadio empresa.

2. MARCO TEÓRICO

Si bien existe un componente robusto para la teoría de la decisión, una de las vertientes para comprensión y tratamiento de los problemas es la lógica difusa. En tal sentido, se aproxima la revisión de la literatura a aquellos trabajos que plantean los conceptos base de esa perspectiva, sus componentes y agregados, la operación individual o en grupo, y ciertos métodos que usan su fundamento para aproximar solución a la situación de decisión.

2.1. *Toma de decisiones bajo escenarios de incertidumbre*

En múltiples ocasiones los agentes se enfrentan a elecciones para los cuales la información requerida para tomar la decisión es limitada, y se encuentran en ambientes para los cuales las condiciones son dinámicas. Cuando esto se presenta, tanto las alternativas como los potenciales resultados son desconocidos, de forma tal que esos últimos sólo pueden ser valorados según estimaciones de orden subjetivo (Gil-Lafuente & Blanco-Mesa, 2014). Además, dichas evaluaciones, altamente subjetivas, están mediadas por la intuición y la actitud, factores que tienen un rol destacado en la tarea de completar los vacíos de información y, por tanto, de elaborar constructos lógicos que están

relacionados con esa realidad del entorno de la elección (Elbanna & Fadol, 2016).

Así pues, un medio que facilita la toma de decisiones es la intuición, pues actúa rápida y eficazmente al complementar la información perdida, al tiempo que cumple las actividades de complejidad mayor y horizontes temporales cercanos. Por consiguiente, se puede relacionar a la intuición como aquel proceso de tipo no consciente, el cual tiene en consideración asociaciones holísticas producidas prestamente, en las que los juicios de afectividad están presentes (Dane & Pratt, 2007). De esta manera, en este proceso la intuición es efectiva para la toma de decisiones, también el reconocimiento de problemas mediante la percepción de patrones o características notables, asociaciones holísticas no conscientes, y mapas cognitivos, que entrelazan la información y actividades, conducentes a la determinación consciente de soluciones (Calabretta et al., 2017).

En tal sentido, se ha presentado un avance en la investigación asociada a la toma de decisiones y, dentro de esa, un avance para el contexto de elección en incertidumbre (Zadeh, 2011). A partir de los inicios de la mitad ulterior del siglo precedente es posible encontrar abordajes al respecto. Una aproximación es la propuesta de los conjuntos difusos (Zadeh, 1965) que analiza la pertenencia de los objetos a un determinado grupo, operando entre esos según ciertas propiedades. Bajo esa noción se plantea la toma de decisiones donde los objetivos y restricciones, no definidos en su límite, se cruzan para determinar la elección.

En adición, una decisión puede tener aspectos no numéricos que reflejan la valuación más cercana a la realidad de aquella

que pueda representar algún valor particular, así pues, el concepto de variable lingüística aplicado al razonamiento aproximado surge como investigación relevante en esta área (Zadeh, 1975a, 1975c, 1975b).

Su evolución ha conllevado a variadas aplicaciones de la lógica difusa en los contextos de decisión. Desde la década de los setenta se plantearon resultados empíricos que dan cuenta del cómo la conducta humana no es posible encasillarla en respuesta dicotómicas, más bien es amplia y poco definida; estudios continuados en los años subsiguientes (Ahmadi, Gholamzadeh, Shahmoradi, Nilashi, & Rashvand, 2018; Blanco-Mesa, Gil-Lafuente, & Merigó, 2018; Kabir & Papadopoulos, 2018; Kaya, Colak, & Terzi, 2019; Mardani et al., 2018; Simic, Kovacevic, Svircevic, & Simic, 2017)².

Para los años ochenta toma fuerza algunos métodos de decisión multicriterio. Algunos como el proceso de análisis jerárquico (R. W. Saaty, 1987; T. L. Saaty, 1980) y el enfoque de decisión multiatributo (Keeney & Raiffa, 1993) se proponen como soluciones de enfoque normativo sobre la modelación de las preferencias en la decisión. Aunque en los paradigmas prescriptivos y constructivos también se presentan avances (Bouyssou et al., 2006; Roy, 1996).

También es posible encontrar análisis que tratan la toma de decisiones en contextos grupales, usando elementos como la regla de mayoría difusa, el sistema de expertos y otros (Kacprzyk, 1986). Además, se introducen nuevos conceptos como el intuicionismo en

los conjuntos difusos. Aplicaciones de esos conjuntos en relación con otros enfoques como la teoría de la posibilidad o probabilidad (Zadeh, 1999).

Surge en ese panorama los operadores de agregación de media ponderada ordenada (Yager, 1988), del cual se plantean sus propiedades, extensiones, familias, aplicaciones y otros asuntos que se asocian a este enfoque de multiplicidad práctica. La tabla 1 refleja un seguimiento a los documentos seminales y el avance en la materia.

En tal orden de ideas, el avance en la investigación de toma de decisiones, en contextos de incertidumbre, ha tenido una evolución desde los lineamientos de la lógica difusa. Múltiples enfoques de desarrollo teórico se han presentado para abordar problemas de variada índole y diferentes participantes. Aplicaciones han sido realizada para confrontar la veracidad y consistencia de los métodos, sin embargo, el movimiento del campo aún permite su estudio continuo y aportación constante; en particular, se pretende un desarrollo en la perspectiva nombrada.

3. EL OPERADOR OWA Y SUS FORMULACIONES

Uno de los enfoques nombrados y utilizados en toma de decisiones en condiciones de incertidumbre son los operadores de agregación de media ponderada ordenada OWA (Yager, 1988).

² Se presentan algunas aplicaciones de enfoques difusos en los procesos de decisión desde distintos campos de conocimiento como ingenierías, energía, medicina,

negocios, y muchos otros pueden encontrarse disponibles en la literatura actual.

TABLA 1. INVESTIGACIONES SEMINALES EN EL AVANCE DE LA TOMA DE DECISIONES BAJO INCERTIDUMBRE

Investigación	Descripción
<i>Fuzzy sets</i>	<p>Un conjunto difuso o <i>fuzzy sets</i> son una clase de objetos los cuales no tienen un criterio de membresía establecido. Dicho conjunto se distingue por tener una función característica que define un grado de pertenencia a cada objeto, oscilando entre cero y uno. Además, Zadeh (1965) complementa la propuesta dando nociones de operación sobre ellos, como la unión, intersección, inclusión, complemento, convexidad y otras, a la vez que da propiedades sobre las anteriores en el ámbito de los <i>fuzzy sets</i>. Particularmente, se demuestra el teorema de separación en estos conjuntos con característica convexa, sin ser necesario que los <i>fuzzy sets</i> sean disjuntos.</p>
<i>Decision-Making in a Fuzzy Environment</i>	<p>Bellman y Zadeh (1970) analizando el entorno de la decisión, plantean que esta, cuando se realiza en un ambiente difuso, puede verse como un proceso de elección en el cual tanto los objetivos como las limitaciones son de naturaleza difusa, mas no es imprescindible que lo sea el sistema bajo control. Por tanto, los objetivos y las restricciones configuran clases de alternativas, para las cuales no está definido los límites. En tal sentido, estos dos elementos pueden determinarse como conjuntos difusos en el espacio que configuran las alternativas, siendo así la intersección de objetivos y limitaciones, la decisión difusa. Por consiguiente, cuando es de maximización, ella se define como un punto en el que su función de membresía logra el máximo valor.</p>
<i>The Concept of a Linguistic Variable and its Application to Approximate Reasoning-I-II-III</i>	<p>La valoración de la decisión puede incluir variables cuyos valores son palabras o conjunto de ellas, construidas en un lenguaje natural o artificial. Zadeh (1975a, 1975b, 1975c) lo analiza como variable lingüística. Este tipo genera un medio para la caracterización de fenómenos complejos o de mal definición que no son susceptibles de una descripción cuantitativa convencional. Así pues, lo lingüístico proporciona un razonamiento aproximado que no es exacto, pero tampoco es muy inexacto. Dicha lógica ofrece un marco más cercano al razonamiento humano, del que proporciona la lógica tradicional binaria. En su operación, la función de regla semántica consiste en relacionar compatibilidades entre los términos primarios para un valor lingüístico compuesto. Aplicaciones relevantes de este enfoque pueden encontrarse en el campo humanístico, de inteligencia artificial, decisión humana, psicología, diagnóstico médico, elección en justicia y derecho, economía, negocios, entre otras relacionadas.</p>
<i>Results of Empirical Studies in Fuzzy Set Theory</i>	<p>Zimmermann (1978) analizando estudios empíricos de la teoría difusa, concluye que la modelación de sistemas o problemas reales, a través de las matemáticas, resulta en problemas por la no adaptación a la condición humana o social. Mientras la mayoría de las matemáticas y del procesamiento electrónico de datos con computadora tienen una estructura dicotómica, la condición de los sistemas sociales es compleja y, con regularidad, requieren de escalas amplias, por tanto, tienden a ser mal aproximados con los métodos numéricos.</p>
<i>Multiple Attribute Decision Making</i>	<p>Hwang y Yoon (1981) hacen una revisión de la literatura en el campo prominente de los métodos y aplicaciones para la toma de decisiones con múltiples atributos (MADM). Su compilado brinda una visión global de los métodos de su momento, detallando las características y uso en el análisis de problemas de tipo múltiple.</p>
<i>The Analytic Hierarchy Process</i>	<p>Saaty (1987; 1980) hace una propuesta de análisis de decisión multicriterio conocida como Proceso Analítico de Jerarquía. Este método utiliza escalas de razón para la medición de criterios y alternativas. Opera analizando la desviación de la coherencia y la valuación, así como en el uso de medición, tanto absoluta como relativa, conservando el rango y la inversión (Saaty, 1994).</p>
<i>Fuzzy Sets and Decision Analysis</i>	<p>La toma de decisiones gerenciales, contexto de problemas complejos, es abordado a través de <i>fuzzy sets</i>. Zimmermann, Zadeh y Gaines (1984) analizan la aplicación en dichos espacios y en otros que implican decisiones humanas.</p>
<i>Fuzzy Preference Orderings in Group Decision-Making</i>	<p>Se presenta la toma de decisiones grupales bajo la utilización de ordenamientos de preferencias de características difusas. Esas preferencias borrosas son relaciones binarias difusas que logran satisfacer la reciprocidad y transitividad máxima y mínima. Cuando las preferencias particulares son representadas mediante funciones de utilidad, se establecen los órdenes de preferencia difusas de tipo grupal, en los que la falta de entendimiento se presenta por diferencias en las opiniones de cada individuo. Tanto este enfoque, como el método de regla contributiva extendida, son útiles para desarrollar procesos de decisión grupal (Tanino, 1984).</p>

Continúa en la siguiente página

<i>Intuitionistic fuzzy sets</i>	Atanassov (1986) presenta el concepto de conjunto difuso intuicionista como una generalización de los fuzzy sets. En su desarrollo se muestran varias propiedades de operación y relación sobre conjuntos, también con operadores de tipo modal y topológico para estos conjuntos específicos.
<i>Group Decision-Making with a Fuzzy Linguistic Majority</i>	Empleando una regla de mayoría difusa que se especifica por un cuantificador difuso de tipo lingüístico, Kacprzyk (1986) aborda la toma de decisión grupal. A partir de la agregación de relaciones de preferencia difusas individuales, se obtiene una solución directamente de esas relaciones, o también al construir una relación de nivel social de preferencia difusa.
<i>Fuzzy sets, decision making and expert systems</i>	Zimmermann (1986) estudia los procesos de decisión en ambientes inciertos para niveles individual y grupal. En ello, realiza aproximaciones a los modelos existentes en la decisión, el uso de la programación matemática de naturaleza difusa, y los sistemas, inclusive de expertos, que coadyuvan en la toma de decisiones.
<i>On Ordered Weighted Averaging Aggregation Operators in Multicriteria Decision-Making</i>	Yager (1988) aborda el problema de agregación de múltiples criterios, de manera tal que se obtenga una función de decisión global. Para esto, se plantea el operador de agregación ponderada ordenada (OWA). El funcionamiento de OWA se enfoca entre el desempeño del operador AND y del operador OR (cumpliendo todos o algunos criterios, respectivamente). En este trabajo se introduce tanto el concepto como sus propiedades.
<i>Families of OWA operators</i>	Yager (1993) presenta unas familias parametrizadas de OWA a partir de un análisis previo de semánticas y aplicaciones de los operadores, discutiendo el problema de obtención de parámetros para la ponderación, así como la conexión entre OWA y algunos cuantificadores lingüísticos. Entre las familias se destaca la entropía máxima, step y window, S-OWA, además de la evaluación de proposiciones cuantificadas, y la noción de pesos dependientes agregados.
<i>Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility</i>	Desarrollos posteriores vincularon la teoría de probabilidad y de posibilidad al enfoque de fuzzy sets. Zadeh (1999) plantea esa unión al definir la distribución de posibilidades actuando como restricción difusa y elástica sobre las cantidades que toma una variable. Además, introduce el principio de consistencia de posibilidad o de consistencia de probabilidad, siendo esto la conexión débil entre esas dos, en las que una variable puede asociarse.

Fuente: elaboración propia

Su concepción y formulación permite la generación de diferentes extensiones mediante la agregación entre ellos (Yager, 1993), a través de nuevos parámetros e inclusive en el uso e interacción con otros métodos (Merigó, 2012; Merigó & Yager, 2013; Yager, 2002, 2009; Yager & Filev, 1999).

Esa practicidad le permite tener versatilidad sin perder sus propiedades matemáticas y su objeto de agregar, según argumentos, la calificación que pueden obtener alternativas evaluadas. Soportado en criterios base de la decisión, el operador OWA integra las expectativas del decisor en la evaluación que éste realiza del conjunto de acciones a tomar. A continuación se dispone una serie de definiciones, desde el operador básico a algunas de las extensiones disponibles.

Definición 1. Un operador de agregación OWA es definido como una función de dimensión n . Este es una aplicación $F: R^n \rightarrow R$, que está relacionada a un vector de ponderación W de dimensión n , $W = [w_1, w_2, \dots, w_n]$ donde $w_j \in [0,1]$, $1 \leq i \leq n$ y $\sum_{j=1}^n w_j = 1$, por lo que:

$$OWA(a_1, a_2, \dots, a_n) = \sum_{j=1}^n w_j b_j \quad (1)$$

donde b_j es el j th elemento más grande de la colección a_1, a_2, \dots, a_n .

Yager (2002) plantea el operador Heavy OWA (HOWA), o media ponderada ordenada pesada, como una extensión del OWA. Su principal diferencia característica es el vector de peso, el cual no es limitado a sumar uno, permitiendo construir escenarios

de sub o sobre valoración de resultados según las expectativas y conocimiento del decisor.

Definición 2. Un operador HOWA es una aplicación $HOWA: R^n \rightarrow R$ con un vector de peso asociado W donde $w_j \in [0,1]$ y $1 \leq \sum_{j=1}^n w_j \leq n$, de tal modo:

$$HOWA(a_1, a_2, \dots, a_n) = \sum_{j=1}^n w_j b_j \quad (2)$$

siendo b_j el j th elemento más grande de la colección a_j . Nótese que es posible que el vector de peso pueda oscilar $-\infty \leq \sum_{j=1}^n w_j \leq \infty$.

Otra extensión es el IOWA o OWA inducido (Yager & Filev, 1999). La principal diferencia respecto al tradicional es el reordenamiento, que no es de acuerdo a los valores de a_j . Entonces, el reorden se realiza a través de variables inducidas.

Definición 3. Un operador IOWA de dimensión n es un mapeo $IOWA: R^n \times R^n \rightarrow R$ que tiene asociado un vector de peso W de dimensión n , para el cual la suma de los pesos es igual a 1 y $w_j \in [0,1]$, siendo representados los valores inducidos por (u_j) , por tanto:

$$IOWA(\langle u_1, a_1 \rangle, \langle u_2, a_2 \rangle, \dots, \langle u_n, a_n \rangle) = \sum_{j=1}^n w_j b_j \quad (3)$$

donde b_j es el valor a_j del par IOWA $\langle u_j, a_j \rangle$ teniendo el j th más grande en u_j . La variable inducida es u_j y el argumento es a_j .

Merigó (2012) propone que OWA puede verse complementado en su objeto de agregación cuando es combinado con probabilidades. Para esto, un vector adicional al de peso se configura, que determine el valor de ocurrencia, obteniendo así el POWA.

Definición 4. Un operador POWA de dimensión n es una aplicación $POWA: R^n \rightarrow R$ con un vector de peso asociado W y un vector de probabilidades P de dimensión n , donde $p_j \in [0,1]$ y $\sum_{j=1}^n p_j = 1$, expresado como sigue:

$$POWA(a_1, a_2, \dots, a_n) = \sum_{j=1}^n \hat{p}_j b_j \quad (4)$$

para el que b_j es el elemento j th más grande de la colección a_1, a_2, \dots, a_n , donde cada a_j tiene asociado un p_j , además $\sum_{j=1}^n p_j = 1$ y $p_j \in [0,1]$, siendo $\hat{p}_j = \beta w_j + (1 - \beta)p_j$ con $\beta \in [0,1]$ y p_j es la probabilidad de p_j ordenada según b_j con relación al elemento más grande de la colección a_j .

Merigó y Yager (2013) analizando la media móvil como una técnica usada en la estadística, economía, finanzas y demás áreas, proponen el operador media móvil ponderada ordenada (OWMA) como una combinación entre el OWA tradicional y la media móvil.

Definición 5. Un operador OWMA de dimensión m es una aplicación $OWMA: R^m \rightarrow R$ con un vector de peso asociado W de dimensión m con $W = \sum_{j=1+t}^{m+t} w_j = 1$ y $w_j \in [0,1]$, de tal modo que:

$$OWMA(a_{1+t}, a_{2+t}, \dots, a_{m+t}) = \sum_{j=1+t}^{m+t} w_j b_j \quad (5)$$

siendo b_j el j th elemento más grande de a_i , m es el total de argumentos a considerar de la muestra y t indica el movimiento en el promedio desde su análisis inicial.

Cuando se toman decisiones grupales y los roles de los individuos tienen diferentes niveles de relevancia sobre la elección final,

se hace necesario priorizar la valoración que brinda cada uno. En tal sentido, una extensión de OWA que trata con esa situación es el operador priorizado PrOWA (Yager, 2009).

Definición 6. Asuma se tiene una colección de criterios divididos en q grupos distintos, H_1, H_2, \dots, H_q para cada $H_j = \{C_{j1}, C_{j2}, \dots, C_{jn}\}$ denota el criterio i th para cada categoría ($i=1, \dots, q$) y el número de criterios en la clase es n_j . Nótese que el total de criterios es $C = \bigcup_{i=1}^q H_j$, y el número total de criterios es $n = \sum_{j=1}^q n_j$. Para los grupos se prioriza entre ellos como $H_1 > H_2 > \dots > H_q$, es decir, el criterio en la categoría H_j tiene mayor importancia que aquellos en H_k para todo $i < k$ y $i, k \in \{1, \dots, q\}$. La cantidad de alternativas es denotada por $X = \{x_1, \dots, x_m\}$. Para una alternativa x , mide la satisfacción en el criterio j th en el grupo i th para la alternativa $x \in X$ es medida por $C_{ij}(x)$, para cada $i = 1, \dots, q, j = 1, \dots, i_j$. Su formulación es:

$$C_{(x)} = \sum_{j=1}^q \sum_{h=1}^{n_i} w_{ij} C_{ij}(x) \quad (6)$$

siendo w_{ij} el peso del criterio j th en la categoría i th y $i = 1, \dots, q, j = 1, \dots, i_j$.

Dentro del área de la teoría de agregación es posible encontrar un amplio número de algoritmos que facilitan la toma de decisiones bajo ambientes de incertidumbre (Blanco-Mesa, Merigó, & Gil-Lafuente, 2017). Uno de ellos es el operador Bonferroni-OWA que, utiliza esa media involucrando el producto de cada argumento con la media de los demás; esto es la relación de dos medias aritméticas y el producto.

Tal método de Bonferroni (1950) permite trabajar con un número amplio de argumentos, así como construir intervalos de confianza a la vez que se garantiza mantener un coeficiente de confianza global. De esta manera se pueden generar comparaciones múltiples entre los argumentos de entrada y se captura la interrelación que tenga. Bonferroni trabaja junto a OWA y también en algunas de las extensiones (Blanco-Mesa, Merigó, & Kacprzyk, 2016).

Definición 7. El operador Bonferroni-OWA (Bon-OWA) se define como:

$$BON - OWA(a_1, \dots, a_n) = \left(\frac{1}{n} \sum_i a_r^i OWA_w(V^i) \right)^{\frac{1}{r+q}} \quad (7)$$

Donde $OWA_w(V^i) = \left(\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n a_j^q \right)$ con (V^i) siendo un vector para todos los a_j excepto a_i y w es un $n-1$ vector W_i relacionado con a_i del que sus componentes w_{ij} son los pesos OWA. Además, W es un vector de peso OWA de dimensión $n-1$ cuyos componentes $w_i \in [0,1]$ y $\sum_i w_i = 1$. Ahora, se puede definir la agregación como $OWA_w(V^i) = \left(\sum_{j=1}^{n-1} w_i a_{\pi_k(j)} \right)$, donde $a_{\pi_k(j)}$ es el elemento más grande de la tupla V^i y $w_i = \frac{1}{n-1}$ para cada i .

4. APLICACIÓN DEL OPERADOR OWA EN DECISIONES EMPRESARIALES

El conjunto de operadores de agregación OWA han sido aplicados en contextos variados, y particularmente se ha estudiado su uso práctico en diferentes decisiones empresariales. Es así posible encontrar investigaciones sobre la pertinencia y validez de sus resultados para elecciones estratégicas, competitivas y funcionales, esto para el

interior de la firma, y también para decisiones de política macroeconómica. Lo precedente, pues, brinda un nuevo panorama de metodología disponible para afrontar los problemas económicos y administrativos.

A efecto de plasmar tal dinámica, se seleccionaron 10 artículos publicados del 2015 a la fecha, en donde se resuelven problemas empresariales a través del uso de operadores OWA y algunas de sus extensiones. Se detallan a continuación.

1) León-Castro Avilés-Ochoa, Merigó y Gil-Lafuente (2018) presentan el uso de operadores HOWA y OWMA dentro de la misma formulación, presentando el operador Heavy Ordered Weighted Moving Average (HOWMA) y lo utilizan para pronosticar las variables exógenas que se utilizan en los modelos econométricos. La aplicación se realizó con la finalidad de pronosticar el tipo de cambio USD/MXN para los años 2015, observándose una disminución en el error de pronóstico y una flexibilidad para la creación de nuevos escenarios basados en las expectativas del tomador de decisiones.

2) León-Castro et al. (2018) presentan una extensión del operador IOWA y HOWMA al unificarlos y combinarlos con números en intervalos presentando el Uncertain Induced Heavy Ordered Weighted Moving Average (UIHOWMA). Adicionalmente, presentan una aplicación del operador para seleccionar la inversión óptima de acuerdo con las características del inversor. Se concluye que, al incluir mayor cantidad de información dentro del operador, la decisión de seleccionar una inversión u otra puede cambiar, generando nuevos escenarios que se adecuen a cada tomador de decisiones.

3) Blanco-Mesa, León-Castro y Merigó (2018) analizan grandes empresas

colombianas de todos los sectores económicos, con relación a la gestión de riesgos empresariales, a través de la selección de seis metas y diez tipos de riesgo. El análisis lo realiza a través de operadores BonOWA, IOWA y HOWA, los cuales unifica en una sola formulación presentando el operador Bonferroni Induced Heavy Ordered Weighted Average (BonIHOWA). Dentro de los resultados se identifican claras diferencias entre las metas y riesgos empresariales que tiene cada uno de los sectores.

4) Pérez-Arellano, León-Castro, Avilés-Ochoa y Merigó (2019) realizan un estudio sobre los medios alternativos para la solución de conflictos (MASC), en donde busca seleccionar el medio más adecuado para solucionar una disputa comercial a través de información proporcionada por tres expertos y las cinco opciones de soluciones que son juicio, negociación, conciliación, arbitraje y mediación. Utiliza una combinación de operadores priorizados, probabilísticos e inducidos para generar diferentes escenarios, y propone el operador Prioritized Induced Probabilistic Heavy Ordered Weighted Average (PIPOWA). Al final, presenta una serie de ranking sobre cuál sería la mejor solución al problema, visualizando que en todos los casos la mejor opción es la mediación, sin embargo, posteriormente existen cambios relevantes en el método a utilizar.

5) Avilés-Ochoa, León-Castro, Pérez-Arellano y Merigó (2018) realizan una investigación sobre la evaluación de la transparencia gubernamental, específicamente la forma en que esta se mide en México. Se presenta la forma de cálculo actual para medir el nivel de transparencia de los Estados Mexicanos y ulterior generan nuevas propuestas a través del uso de

operadores OWA y sus extensiones. En los resultados se aprecian cambios importantes en la calificación de transparencia de acuerdo al operador utilizado, demostrando que con la misma información existen diferentes escenarios donde los Estados Mexicanos pueden ser más o menos transparentes.

6) Scherger, Terceño y Vigier (2017) y Vigier, Scherger y Terceño (2017) realizan un análisis para la determinación de la quiebra empresarial a través del análisis cuatro factores: aprendizaje y crecimiento, procesos del negocio, perspectiva del cliente y finanzas. Este análisis lo realizan a través de operadores OWA, concluyendo que esta metodología provee una síntesis sobre las enfermedades empresariales y facilita la tarea de los administradores. Además de tener la ventaja de predecir las enfermedades en áreas claves.

7) Alfaro-García, Merigó, Gil-Lafuente y Kacprzyk (2018) presenta un procedimiento de toma de decisiones estratégicas en proyectos empresariales para la industria de la construcción. Los autores consideran seis posibles proyectos y seis características claves. Dicho análisis lo realizan a través de operadores OWA con funciones logarítmicas y distancias, esta nueva formulación la denominan el operador Ordered Weighted Logarithmic Average Distance (OWLAD). Como resultados obtiene un ranking de lo que serían las mejores opciones de acuerdo al operador utilizado, proponiendo dos opciones finales alineadas a las características de la compañía.

8) Liu, Li y Antuchevičienė (2016) presentan un método de toma de decisiones multicriterio basado en operadores PrOWA. Realizan una extensión con base en números difusos trapezoidales intuicionistas y lo

aplican a la selección de personal en un proceso de reclutamiento del área de recursos humanos considerando cuatro candidatos y ocho características a evaluar. Como resultado determinan cuál de los candidatos es el ideal respecto a las necesidades organizacionales.

9) Merigó, Palacios-Marqués y Soto-Acosta (2017) a través de operadores OWA y la estructura de creencias Dempster-Shafer estudian la selección de localización para expansión de una empresa en mercados internacionales considerando cinco diferentes posibilidades: expandirse en un mercado (Sudamérica, África, Asia), en todos los mercados, y la opción de no expandirse; además utilizan siete puntos para tomar la decisión basados en los beneficios, riesgo de la expansión, información disponible, entre otras variables. Determinan que la mejor opción esta entre expandirse en Asia o en algunas ocasiones, dependiendo del operador, en no expandirse.

10) Casanovas, Torres-Martínez y Merigó (2016) investigan acerca de la mejor decisión sobre la selección de un programa de reaseguro, bajo la complejidad que supone el tema sobre los diferentes niveles de criterios óptimos, como son ganancia máxima, varianza mínima y probabilidad de pérdida. Para analizar el problema utilizan distancias Minkowski y operadores IOWA. En el ejemplo se analizan seis diferentes programas, con cuatro criterios y la información proporcionada por cinco diferentes expertos. Dentro de los resultados encuentran que dos de los seis programas son las mejores opciones posibles.

5. CONCLUSIONES

La lógica difusa ha sido un campo teórico de amplia construcción, y un entorno práctico con largo desarrollo, esto desde la década de los setenta del siglo pasado. El fundamento de la pertenencia en la lógica difusa permitió su comprensión y uso no sólo en variables sino también en ambientes (Blanco-Mesa et al., 2017; Mardani et al., 2018; Simic et al., 2017).

La naturalidad de los procesos de decisión que, en gran número de situaciones, no contempla una medida exacta sino más bien distorsionada, facilitó el manejo del concepto fuzzy, aunado a otros elementos como las variables lingüísticas en la evaluación de las alternativas según atributos, por ejemplo, y el elemento intuicionista que se genera por el conocimiento y expectativas previas del decisor.

Varios métodos se han presentado en la literatura para comprender estos problemas. Aunque se detallan sólo algunos, estos se han venido mejorando para su operación tanto en contextos individuales como de decisión grupal. Los resultados empíricos muestran la validez y limitaciones de las metodologías.

En ellos, los operadores OWA han mostrado su facilidad para usarse en diferentes contextos y tipo de decisión, así como su correcta integración con otros enfoques, como el análisis de distancias, la teoría de probabilidad, entre otros. Es así como la familia y extensiones del operador OWA es amplia y consistente con las propiedades de su gestor base, permitiéndole ser amoldable según las condiciones de la decisión (Merigó & Yager, 2013; Yager, 1993).

Si bien sólo se presentaron algunas aplicaciones del operador OWA, ellas muestran su completo uso en las decisiones empresariales, complejas por la incertidumbre que rodea a las compañías en un mercado dinámico, sean estas de tipo exógeno, de selección o evaluación, relacionadas a la inversión, la gestión y análisis de riesgos, decisiones de operación competitiva, así como de desenvolvimiento funcional en la estructura de la empresa.

Se espera que el análisis de la lógica difusa y los operadores OWA continúe alimentándose y, por consiguiente, solucionando las problemáticas de decisión que afronta el entorno empresarial en el día a día.

6. REFERENCIAS

- Ahmadi, H., Gholamzadeh, M., Shahmoradi, L., Nilashi, M., & Rashvand, P. (2018). Diseases diagnosis using fuzzy logic methods: A systematic and meta-analysis review. *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, 161(July), 145–172. <https://doi.org/10.1016/j.cmpb.2018.04.013>
- Alfaro-García, V. G., Merigó, J. M., Gil-Lafuente, A. M., & Kacprzyk, J. (2018). Logarithmic aggregation operators and distance measures. *International Journal of Intelligent Systems*, 33(7), 1488–1506. <https://doi.org/10.1002/int.21988>
- Atanassov, K. T. (1986). Intuitionistic fuzzy sets. *Fuzzy Sets and Systems*, 20(1), 87–96. [https://doi.org/10.1016/S0165-0114\(86\)80034-3](https://doi.org/10.1016/S0165-0114(86)80034-3)
- Avilés-Ochoa, E., Leon-Castro, E., Perez-Arellano, L., & Merigo, J. M. (2018). Government transparency measurement through prioritized distance operators. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 34(4), 2783–2794. <https://doi.org/10.3233/JIFS-17935>
- Bellman, R. E., & Zadeh, L. A. (1970). Decision-making in a fuzzy environment. *Management Science*, 17(4), B-141–B-164. <https://doi.org/10.1287/mnsc.17.4.B141>
- Blanco-Mesa, F., Gil-Lafuente, A. M., & Merigó, J. M. (2018). Subjective stakeholder dynamics relationships treatment: a methodological approach using fuzzy decision-making. *Computational and Mathematical Organization Theory*, 24(4), 441–472. <https://doi.org/10.1007/s10588-018-09284-z>

- Blanco-Mesa, F., León-Castro, E., & Merigó, J. M. (2018). Bonferroni induced heavy operators in ERM decision making: A case on large companies in Colombia. *Applied Soft Computing Journal*, 72(November), 371–391. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2018.08.001>
- Blanco-Mesa, F., Merigó, J. M., & Gil-Lafuente, A. M. (2017). Fuzzy decision making: A bibliometric-based review. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 32(3), 2033–2050. <https://doi.org/10.3233/JIFS-161640>
- Blanco-Mesa, F., Merigó, J. M., & Kacprzyk, J. (2016). Bonferroni means with distance measures and the adequacy coefficient in entrepreneurial group theory. *Knowledge-Based Systems*, 111(1), 217–227. <https://doi.org/10.1016/j.knosys.2016.08.016>
- Bonferroni, C. (1950). Sulle medie multiple di potenze. *Bollettino Dell'Unione Matematica Italiana*, 5(3–4), 267–270.
- Bouyssou, D., Marchant, T., Pirlot, M., Tsoukiàs, A., & Vincke, P. (2006). *Evaluation and Decision Models with Multiple Criteria*. Management Science. New York: Springer Science+Business Media.
- Calabretta, G., Gemser, G., & Wijnberg, N. M. (2017). The interplay between intuition and rationality in strategic decision making: A paradox perspective. *Organization Studies*, 38(3–4), 365–401. <https://doi.org/10.1177/0170840616655483>
- Casanovas, M., Torres-Martínez, A., & Merigó, J. M. (2016). Decision making in reinsurance with induced owa operators and Minkowski distances. *Cybernetics and Systems*, 47(6), 460–477. <https://doi.org/10.1080/01969722.2016.1206767>
- Dane, E., & Pratt, M. (2007). Exploring intuition and its role in managerial decision making. *Academy of Management Review*, 32(1), 33–54. <https://doi.org/10.5465/AMR.2007.23463682>
- Elbanna, S., & Fadol, Y. (2016). The role of context in intuitive decision-making. *Journal of Management and Organization*, 22(5), 642–661. <https://doi.org/10.1017/jmo.2015.63>
- Gil-Lafuente, A. M., & Blanco-Mesa, F. (2014). *Elementos para la toma de decisiones en las entidades deportivas en entornos de incertidumbre*. In F. Maqueda & D. Barquero (Eds.), *Economía y Deporte: Gestión de Entidades Deportivas* (pp. 155–176). Barcelona: Furtwangen.
- Hwang, C.-L., & Yoon, K. (1981). *Multiple attribute decision making* (Vol. 186). Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-48318-9>
- Kabir, S., & Papadopoulos, Y. (2018). A review of applications of fuzzy sets to safety and reliability engineering. *International Journal of Approximate Reasoning*, 100(September), 29–55. <https://doi.org/10.1016/j.ijar.2018.05.005>
- Kacprzyk, J. (1986). Group decision making with a fuzzy linguistic majority. *Fuzzy Sets and Systems*, 18(2), 105–118. [https://doi.org/10.1016/0165-0114\(86\)90014-X](https://doi.org/10.1016/0165-0114(86)90014-X)
- Kahraman, C., Onar, S. C., & Oztaysi, B. (2015). Fuzzy multicriteria decision-making: A Literature Review. *International Journal of Computational Intelligence Systems*, 8(4), 637–666. <https://doi.org/10.1080/18756891.2015.1046325>
- Kaya, I., Colak, M., & Terzi, F. (2019). A comprehensive review of fuzzy multi criteria decision making methodologies for energy policy making. *Energy Strategy Reviews*, 24(April), 207–228. <https://doi.org/10.1016/j.esr.2019.03.003>
- Keeney, R., & Raiffa, H. (1993). *Decisions with multiple objectives. Preferences and value tradeoffs*. Canada: Cambridge University Press.
- León-Castro, E., Aviles-Ochoa, E., Merigo, J. M., & Gil-Lafuente, A. M. (2018). Heavy moving averages and their application in econometric forecasting. *Cybernetics and Systems*, 49(1), 26–43. <https://doi.org/10.1080/01969722.2017.1412883>
- Liu, P., Li, Y., & Antuchevičienė, J. (2016). Multi-criteria decision-making method based on intuitionistic trapezoidal fuzzy prioritised OWA operator. *Technological and Economic Development of Economy*, 22(3), 453–469. <https://doi.org/10.3846/20294913.2016.1171262>
- Mardani, A., Nilashi, M., Zavadskas, E. K., Awang, S. R., Zare, H., & Jamal, N. M. (2018). Decision making methods based on fuzzy aggregation operators: three decades review from 1986 to 2017. *International Journal of Information Technology & Decision Making*, 17(2), 391–466. <https://doi.org/10.1142/S021962201830001X>
- Merigó, J. M. (2012). Probabilities in the OWA operator. *Expert Systems with Applications*, 39(13), 11456–11467. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2012.04.010>
- Merigó, J. M., Palacios-Marqués, D., & Soto-Acosta, P. (2017). Distance measures, weighted averages, OWA operators and Bonferroni means. *Applied Soft Computing Journal*, 50(January), 356–366. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2016.11.024>
- Merigó, J. M., & Yager, R. R. (2013). Generalized moving average, distance measures and OWA operators. *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems*, 21(04), 533–559. <https://doi.org/10.1142/S0218488513500268>
- Pérez-Arellano, L. A., León-Castro, E., Avilés-Ochoa, E., & Merigó, J. M. (2019). Prioritized induced probabilistic operator and its application in group decision making. *International Journal of Machine Learning and Cybernetics*, 10(3), 451–462. <https://doi.org/10.1007/s13042-017-0724-2>

- Roy, B. (1996). *Multicriteria methodology for decision aiding*. New York: Springer Science & Business Media B.V. <https://doi.org/10.1007/978-1-4757-2500-1>
- Saaty, R. W. (1987). The analytic hierarchy process: What it is and how it is used. *Mathematical Modelling*, 9(3–5), 161–176. [https://doi.org/10.1016/0270-0255\(87\)90473-8](https://doi.org/10.1016/0270-0255(87)90473-8)
- Saaty, T. L. (1980). *Analytical hierarchy process*. New York: McGraw-Hill.
- Saaty, T. L., & Hall, M. (1994). How to make a decision: the analytic hierarchy process. *Interfaces*, 24(6), 19–43.
- Scherger, V., Terceño, A., & Vigier, H. (2017). The OWA distance operator and its application in business failure. *Kybernetes*, 46(1), 114–130. <https://doi.org/10.1108/K-05-2016-0107>
- Simic, D., Kovacevic, I., Svircevic, V., & Simic, S. (2017). 50 years of fuzzy set theory and models for supplier assessment and selection: A literature review. *Journal of Applied Logic*, 24(November), 85–96. <https://doi.org/10.1016/j.jal.2016.11.016>
- Tanino, T. (1984). Fuzzy preference orderings in group decision making. *Fuzzy Sets and Systems*, 12(2), 117–131. [https://doi.org/10.1016/0165-0114\(84\)90032-0](https://doi.org/10.1016/0165-0114(84)90032-0)
- Vigier, H. P., Scherger, V., & Terceño, A. (2017). An application of OWA operators in fuzzy business diagnosis. *Applied Soft Computing Journal*, 54(May), 440–448. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2016.06.026>
- Yager, R. R. (1988). On ordered weighted averaging aggregation operators in multicriteria decision-making. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 18(1), 183–190. <https://doi.org/10.1109/21.87068>
- Yager, R. R. (1993). Families of OWA operators. *Fuzzy Sets and Systems*, 59(2), 125–148. [https://doi.org/10.1016/0165-0114\(93\)90194-M](https://doi.org/10.1016/0165-0114(93)90194-M)
- Yager, R. R. (2002). Heavy OWA operators. *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 1(4), 379–397. <https://doi.org/10.1023/A:1020959313432>
- Yager, R. R. (2009). Prioritized OWA aggregation. *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 8(3), 245–262. <https://doi.org/10.1007/s10700-009-9063-4>
- Yager, R. R., & Filev, D. P. (1999). Induced ordered weighted averaging operators. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics. Part B, Cybernetics: A Publication of the IEEE Systems, Man, and Cybernetics Society*, 29(2), 141–150. <https://doi.org/10.1109/3477.752789>
- Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and Control*, 8(3), 338–353. [https://doi.org/10.1016/S0019-9958\(65\)90241-X](https://doi.org/10.1016/S0019-9958(65)90241-X)
- Zadeh, L. A. (1975a). The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning I. *Information Sciences*, 8(3), 199–249. [https://doi.org/10.1016/0020-0255\(75\)90036-5](https://doi.org/10.1016/0020-0255(75)90036-5)
- Zadeh, L. A. (1975b). The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning II. *Information Sciences*, 8(4), 301–357. [https://doi.org/10.1016/0020-0255\(75\)90046-8](https://doi.org/10.1016/0020-0255(75)90046-8)
- Zadeh, L. A. (1975c). The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning III. *Information Sciences*, 9(1), 43–80. [https://doi.org/10.1016/0020-0255\(75\)90017-1](https://doi.org/10.1016/0020-0255(75)90017-1)
- Zadeh, L. A. (1999). Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility. *Fuzzy Sets and Systems*, 100(1), 9–34. [https://doi.org/10.1016/S0165-0114\(99\)80004-9](https://doi.org/10.1016/S0165-0114(99)80004-9)
- Zadeh, L. A. (2011). *Generalized theory of uncertainty: principal concepts and ideas*. In S. M. Dall'Aste Brandolini & R. Scazzieri (Eds.), *Fundamental Uncertainty: Rationality and Plausible Reasoning* (pp. 104–150). London: Palgrave Macmillan.
- Zimmermann, H. J. (1978). *Results of empirical studies in fuzzy set theory*. (G. J. Klir, Ed.). New York: Plenum Press.
- Zimmermann, H. J. (1986). *Fuzzy sets, decision making and expert systems*. Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Zimmermann, H. J., Zadeh, L., & Gaines, B. (1984). *Fuzzy sets and decision analysis*. (H. J. Zimmermann, L. Zadeh, & B. Gaines, Eds.). Amsterdam: North-Holland.