



Método Singapur aplicado a la enseñanza de operaciones básicas con números fraccionarios en estudiantes de grado octavo

Jorge-Armando Niño-Vega¹

Diana-Patricia López-Sandoval²

Eduar-Ferney Mora-Mariño³

María-Alejandra Torres-Cuy⁴

Flavio-Humberto Fernández-Morales⁵

Fecha de recepción: 2 de junio de 2020

Fecha de aprobación: 15 de julio de 2020

Resumen

Este documento presenta una experiencia de aula con el método Singapur para mejorar la capacidad de resolución de problemas cotidianos con números fraccionarios. El trabajo se realizó bajo un enfoque cualitativo de tipo investigación-acción. La muestra fue de 35 estudiantes de grado octavo pertenecientes a una institución educativa colombiana. El diagnóstico indica que la mayoría de los

¹ M. Sc. Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia (Duitama-Boyacá, Colombia). jorgearmando.nino@uptc.edu.co. ORCID: [0000-0001-7803-5535](https://orcid.org/0000-0001-7803-5535)

² Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia (Duitama-Boyacá, Colombia). diana.lopez05@uptc.edu.co. ORCID: [0000-0002-7868-3134](https://orcid.org/0000-0002-7868-3134)

³ Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia (Duitama-Boyacá, Colombia). eduar.mora@uptc.edu.co. ORCID: [0000-0002-0886-5346](https://orcid.org/0000-0002-0886-5346)

⁴ Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia (Duitama-Boyacá, Colombia). maria.torres03@uptc.edu.co. ORCID: [0000-0002-3426-4763](https://orcid.org/0000-0002-3426-4763)

⁵ Ph. D. Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia (Duitama-Boyacá, Colombia). flavio.fernandez@uptc.edu.co. ORCID: [0000-0002-8970-7146](https://orcid.org/0000-0002-8970-7146)

estudiantes desconoce los conceptos de números fraccionarios, no sabe cómo resolver las operaciones básicas y no las aplican en contexto. El trabajo de aula se efectuó con tres actividades: rica pizza, dibujando fracciones y “tú tienes, yo tengo”, que parten de un material concreto, pasando por la representación gráfica, hasta llegar a la manipulación del concepto abstracto. Luego de la intervención, los estudiantes alcanzaron los desempeños relacionados con la representación y operación de números fraccionarios. Se concluye que el método Singapur es adecuado para la enseñanza de conceptos matemáticos, debido a que, al partir de un objeto concreto, se facilita la asimilación de los conocimientos al estudiante.

Palabras clave: enseñanza de las matemáticas; matemáticas; método de enseñanza; método Singapur; resolución de problemas.

Singapore Method for Teaching Basic Operations with Fractional Numbers in Eight Levels Students

Abstract

This paper presents a classroom experience aiming to the improvement of solution capability for daily problems with fractional numbers. The work was done under the qualitative research-action approach, the sample was formed by 35 students of the eight grade from a Colombian school. The diagnostic shows that the majority of students ignore concepts related to fractional numbers, doesn't know the basic operations and doesn't apply them in context. The classroom performed three activities: delicious pizza, drawing fractions and I have-you have, which start from a concrete material, passing through the graphic representation, and ending with the manipulation of the abstract concept. After the intervention, the students achieved the skills related to representation and operation with fractional numbers. It can be concluded that the Singapore method is appropriate to teach mathematical concepts, because beginning with a concrete object, the student knowledge assimilation is easier.

Keywords: mathematics; mathematics teaching; problem solving; Singapore method; teaching method.

Para citar este artículo:

Niño-Vega, J.-A., López-Sandoval, D.-P., Mora-Mariño, E.-F., Torres-Cuy, M.-A., & Fernández-Morales, F.-H. (2020). Método Singapur aplicado a la enseñanza de operaciones básicas con números fraccionarios en estudiantes de grado octavo. *Pensamiento y Acción*, 29, 21-39

Esta obra está bajo licencia internacional Creative Commons Reconocimiento 4.0



Introducción

La aplicación de conocimientos para la solución de problemas de contexto es una exigencia en la formación de los estudiantes de la educación básica y media, como lo señalan diversos autores (Fernández-Guerrero & González-Ferro, 2017; Niño-Vega, Fernández-Morales & Duarte, 2019; Bernate et al., 2020). Esta habilidad se mide internacionalmente en las pruebas PISA, mientras que, a nivel local en Colombia, las pruebas Saber son las encargadas de determinar esta competencia (Timarán-Pereira, Caicedo-Zambrano & Hidalgo-Troya, 2019). Específicamente, la prueba de Matemática evalúa las competencias de los estudiantes para enfrentar situaciones que pueden resolverse con el uso de algunas herramientas matemáticas.

Los resultados de pruebas nacionales e internacionales muestran que Colombia posee un sistema educativo con bajos logros académicos por parte de sus estudiantes en cada uno de los niveles de formación (OCDE, 2016). En este sentido, es necesaria la implementación de estrategias didácticas con las cuales se fortalezcan la enseñanza y los procesos de aprendizaje, teniendo en cuenta las dificultades que puedan presentar los estudiantes durante el proceso, como lo destacan Revelo-Rosero, Lozano y Bastidas-Romo (2019), Ruiz-Macías y Duarte (2018), y Kunhardt (2019). Además, como lo indican múltiples investigaciones, es importante que las nuevas estrategias mantengan los lineamientos del Ministerio de Educación Nacional, (MEN) que establecen cinco tipos de pensamientos para matemáticas: numérico, geométrico, métrico, aleatorio y variacional (Berdugo-Portilla, Duarte & Fernández-Morales, 2018; Molina-Jiménez, Corredor-Sánchez & Casnanzuela-Pachucho, 2019).

El Colegio Nacionalizado La Presentación, de Duitama, no es ajeno a la problemática mencionada anteriormente. Los estudiantes de octavo grado han mostrado dificultades en cuanto al razonamiento y la resolución de problemas matemáticos aplicados a un contexto de la vida cotidiana. Esto se refleja en el bajo rendimiento de los estudiantes en las pruebas del área de matemáticas, que requieren una intervención en la fase cognitiva del proceso formativo.

Esta investigación tiene como objetivo implementar el método Singapur para mejorar la capacidad de resolución de problemas cotidianos haciendo uso del conocimiento de los números fraccionarios, para el desarrollo de una buena comprensión en el área de matemáticas. A continuación, se presenta el método Singapur como base de las situaciones de aprendizaje propuestas para la actividad de aula. Luego, se indica la metodología de la investigación, junto con la intervención, implementada a través de la participación activa de los estudiantes. Finalmente, se hace la evaluación de la estrategia didáctica implementada, a partir de la reflexión de la práctica pedagógica.

Marco teórico y metodología

Resolución de problemas y razonamiento

La resolución de problemas es un proceso que se lleva a cabo en todas las circunstancias y contextos de la vida, a partir de situaciones dilema de la cotidianidad, como lo indica Riscanevo-Espitia (2016). Sus rasgos característicos se relacionan con aspectos de la vida social, donde se procura dar respuesta a determinada dificultad, extendiéndose en nuestro caso al contexto escolar. Este tipo de actividades sugiere un análisis del contexto y conocer cuáles son las variables que lo modifican, lo que hace fundamental transmitir al estudiante el alcance de sus habilidades en virtud de su formación cognitiva y social, como lo reportaron López-González et al. (2015), y Vargas-Vargas et al. (2020).

El razonamiento, según Jaramillo-Naranjo y Puga-Peña (2016), es una actividad mental que se materializa en una efectiva capacidad de las personas para llevar a cabo un análisis estructurado, descriptivo y claramente argumentado, que sustente explicaciones claras ante situaciones problema. Al abordarlo desde el contexto matemático, el razonamiento se relaciona con una búsqueda lógica de procedimientos y declaración concreta de variables que faciliten la formulación y resolución de un problema. El razonamiento está asociado a la adquisición del significado de conceptos y procedimientos matemáticos que se desarrollan a través de espacios, donde la explicación, la justificación y la conjetura, son las herramientas que posibilitan su desarrollo, como lo indican Gutiérrez (2000), y

López-Gaitán et al. (2018). En este sentido, el razonamiento es una habilidad fundamental asociada a la comunicación y resolución de problemas.

Método Singapur

Se trata de una propuesta para la enseñanza de matemáticas desarrollada en Singapur desde los años 90. El método Singapur, según Juárez-Eugenio y Aguilar-Zaldívar (2018), se caracteriza por:

- Hacer de la resolución de problemas el foco del proceso.
- Para enseñar cada concepto, se parte de representaciones concretas, pasando por ayudas pictóricas o imágenes, hasta llegar a lo abstracto o simbólico.
- El currículo está organizado en espiral, de modo que el estudiante tiene varias oportunidades para acceder a un concepto.
- Las actividades que se plantean tienen una variación sistemática en el nivel de complejidad. Es decir, se establecen secuencias de actividades en las que se desarrollan estrategias de solución de forma progresiva.

El método Singapur consiste en una estrategia concreta que promueve el desarrollo de procesos, habilidades y actitudes que desarrollan el pensamiento matemático. Los cinco componentes del marco de matemáticas del currículo de Singapur, son: conceptos, habilidades, procesos, metacognición y actitudes, como lo indican Escudero-Trujillo et al. (2017). Estos componentes están fuertemente interrelacionados y deben materializarse en la resolución de problemas matemáticos.

En este proyecto, las actividades propuestas para la intervención de aula siguen los lineamientos del método Singapur, adaptados para la enseñanza de los conceptos de números fraccionarios en estudiantes de grado octavo.

Operaciones básicas con números fraccionarios y recursos didácticos

Según Vargas-Vargas et al. (2020, p.168): "la enseñanza de las operaciones básicas matemáticas de números fraccionarios (OBM), forma parte de la alfabetización ciudadana, ya que se trata de conocimientos que toda persona utiliza

en sus actividades diarias". En este sentido, Campoverde-Cabrera y Villacrés-Plaza (2019) afirman que el dominio de las operaciones con fraccionarios facilita la adquisición de nuevos conocimientos por parte del estudiante, pues las cuatro operaciones básicas se consideran base primordial para tratar temas complejos dentro de la matemática, en distintos niveles superiores.

Lo anterior debe complementarse con recursos didácticos adecuados a la enseñanza de los conceptos matemáticos, operaciones básicas con números fraccionarios, en este caso. Por su parte, Vargas-Murillo (2017) define como recurso didáctico:

“Conjunto de medios materiales que intervienen y facilitan el proceso de enseñanza-aprendizaje. Estos materiales pueden ser físicos o virtuales, los cuales son diseñados con la intención de despertar el interés de los estudiantes, adecuándose a las características físicas y psíquicas de los mismos, además deben facilitar la actividad docente, al servir de guía” (p.69).

Diseño metodológico

El estudio tuvo un enfoque cualitativo del tipo investigación-acción, que surge a partir de la reflexión de la práctica del docente, como lo indican Gutiérrez-Rico, Almaraz-Rodríguez y Bocanegra-Vergara (2019). En este tipo de investigación, es el docente quien la problematiza y adopta una postura de experimentación frente a las situaciones problema, buscando comprender las causas, de manera que pueda diseñar y poner en acción estrategias que conduzcan a cambios satisfactorios, como ha sido propuesto por Jiménez-Espinosa (2019), y Martínez-López y Gualdrón-Pinto (2018).

La población objeto de estudio estuvo constituida por 35 estudiantes del grado 8-02, del colegio Nacionalizado la Presentación. Se trata de una institución de carácter oficial, ubicada en la ciudad de Duitama, Boyacá. Las edades de los estudiantes oscilan entre los 13 y 16 años, en su gran mayoría pertenecientes al sector urbano. La intervención se desarrolló en seis encuentros de dos horas cada uno, durante el segundo y tercer periodo académico de 2019.

La recolección de información se realizó a través de entrevistas, observación participante y no participante, junto con una prueba diagnóstica para establecer el nivel de los estudiantes antes de la intervención. Estas técnicas son frecuentemente empleadas en investigaciones con enfoque cualitativo para acceder a la realidad que se desea explorar en el aula, como lo reportan Jiménez-Espinosa y Sánchez-Bareño (2019), Fierro-Ulloa e Hinojosa-Navarrete (2015), y Calle-Álvarez (2020). A continuación, se describen las fases de la metodología utilizada.

En primer lugar, la coordinadora y los docentes del área de matemáticas fueron entrevistados a profundidad para identificar los problemas asociados al aprendizaje de los estudiantes. Posteriormente, se observaron tres clases: las dos primeras en modo no participante, mientras que en la tercera se dio una observación participante, acompañando al profesor y resolviendo las dudas a los estudiantes, para identificar más a fondo la problemática.

Luego, se diseñó la prueba diagnóstica que fue aplicada a los 35 estudiantes de la muestra. La prueba tiene 7 preguntas divididas en dos secciones: la primera de situaciones en contexto, relacionadas con operaciones entre fraccionarios; en la segunda parte, se indagó sobre el proceso de interpretación gráfica de una fracción. El diagnóstico permitió determinar las falencias específicas sobre números fraccionarios para plantear las actividades con los estudiantes.

En el aula se desarrollaron tres actividades inspiradas en el método Singapur. La primera, denominada rica pizza, tiene como objetivo que los estudiantes vean el uso de las fracciones en un entorno cotidiano, el reparto de una pizza en este caso, e identifiquen el concepto de fracción mediante algo que sea más reconocible en su entorno. Esta actividad también permite que los estudiantes reconozcan sus habilidades, generando una retroalimentación matemática colectiva.

La segunda actividad, dibujando fracciones, se planeó para que los estudiantes pasaran de lo concreto a lo pictórico. Una vez que los estudiantes se familiarizaron con el concepto de fracción, se pasó a representaciones gráficas donde pudieran relacionar y resolver operaciones con números fraccionarios tales como: suma, resta, multiplicación y división, todo ello a través del uso de la representación gráfica.

La tercera actividad, denominada “tú tienes, yo tengo”, permitió que los estudiantes pasaran de lo pictórico a lo abstracto. En este caso, el estudiante debe llevar información pictórica al concepto abstracto, mostrando que ha asimilado el concepto a partir de lo que puede reconocer en su contexto.

Resultados y discusión

Diagnóstico

La entrevista a la coordinadora del colegio tuvo como objetivo conocer el grado en que se presenta mayor deficiencia en el área de matemáticas, permitiendo establecer que los problemas se presentan principalmente en el grado octavo, por lo cual se seleccionó para la intervención. En la entrevista a los profesores del área de matemáticas del grado octavo, se identificó que el tema que presenta mayor dificultad a los estudiantes son las operaciones básicas con números fraccionarios.

En la observación de la clase, realizada en tres sesiones, se estableció que los estudiantes del grado octavo ya tenían conocimiento de los números fraccionarios por haber trabajado el tema en grados anteriores. La clase comenzó recordando los conjuntos numéricos, a saber: el conjunto de los números naturales y el conjunto de los números enteros, para ahora enfocarse en los números fraccionarios. Estos últimos se encuentran dentro del conjunto de los números racionales y se expresan de la forma a/b o como una expresión decimal periódica (García-Quiroga, Coronado & Giraldo-Ospina, 2017).

Luego, el docente presentó los desempeños a trabajar, tomados de los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006), que son:

- Representar correctamente fracciones.
- Reconocer la simplificación y la complicación en el proceso de determinación de fracciones equivalentes.
- Realizar operaciones aditivas con fracciones.
- Realizar operaciones multiplicativas con fracciones.
- Resolver expresiones en las cuales se involucran operaciones con fracciones.

La introducción a la temática se realizó a través de una historia basada en los números fraccionarios tomada del libro “El hombre que calculaba”, del autor Malba Tahan. La historia consiste en un problema de repartición de camellos entre 3 hermanos, que le permitió al docente identificar los puntos más relevantes de la historia para explicar, paso a paso, cómo se solucionó el problema. En la observación de las clases, se pudo determinar que las falencias de los estudiantes, en cuanto a los números fraccionarios, radican en que no saben representarlos en su forma pictórica y se les dificultan bastante las operaciones de suma, resta, multiplicación y división.

La prueba diagnóstica se realizó para determinar los errores cometidos por los estudiantes en el tema de números fraccionarios. Los resultados de dicha prueba evidencian que 18 estudiantes (52%) no saben representar gráficamente un número fraccionario y 25 estudiantes (83%) presentan errores a la hora de sumar fracciones, debido a que no saben utilizar el algoritmo de la suma. En cuanto a las fracciones equivalentes, 13 alumnos (37%) no comprenden este concepto. Por otra parte, se evidencia que 31 de los 35 estudiantes (88%) hacen la representación decimal de un número fraccionario. Del mismo modo, 26 estudiantes (74%) no comprenden la división de números fraccionarios debido a que tienden a confundirla con la multiplicación. En el ejercicio de completar la suma de fraccionarios, 23 estudiantes (65%) no completaron la secuencia o la realizaron de manera errónea. En cuanto al problema de contexto que se resolvía utilizando números fraccionarios, ninguno de los estudiantes presentó la solución. Al revisar la totalidad de las evaluaciones de los estudiantes, se evidenció que: i) La mayoría de los estudiantes no sabe representar pictóricamente un número fraccionario; ii) La mayoría de los estudiantes no aplica adecuadamente las operaciones matemáticas para resolver la suma, resta, multiplicación y división de números fraccionarios; iii) Algunos estudiantes creen que es imposible que el numerador sea más grande que el denominador en un número fraccionario; iv) La mayoría de estudiantes asigna arbitrariamente una representación pictórica a un número decimal, lo que sugiere un desconocimiento de la utilidad y de su significado en situaciones problemáticas.

Intervención pedagógica

En esta sección se describen los resultados de la secuencia didáctica, diseñada a partir de las actividades mencionadas en la metodología. Dichas actividades buscan llevar a los estudiantes desde el concepto concreto de los números fraccionarios, pasando por su representación gráfica, hasta llegar al concepto abstracto de los mismos.

Actividad rica pizza. Se basa en un material concreto que consta de 8 porciones de pizza y varias fichas que corresponden a los ingredientes de una pizza como: champiñones, cebolla, tomates y pimentones. También existen tarjetas de 3 colores donde: el verde debe preparar una pizza con las fracciones indicadas, el azul debe memorizar el contenido de la tarjeta para armar una pizza, mientras que el amarillo debe resolver el problema que le indica la tarjeta.

La actividad consiste en formar grupos de 5 estudiantes, donde uno saca al azar una tarjeta y, dependiendo del color, se establece la acción que debe realizar; así hasta finalizar todas las tarjetas. Inicialmente, se observó que el material despertó la curiosidad y la sorpresa en los estudiantes, sirviendo como detonante de la motivación, situación que ha sido reportada por otros investigadores al usar material concreto (Ordóñez-Ortega, Gualdrón-Pinto & Amaya-Franky, 2019; Sepúlveda-Delgado, 2015; Ojeda-Ojeda, 2019).

Actividad dibujando fracciones. La actividad se realiza individualmente, el estudiante recibe la tarjeta de una pizza que debe llevarse a una representación pictográfica simple. Además, se deben representar de forma gráfica las diferentes relaciones y operaciones de los números fraccionarios. En esta actividad se pasa de lo concreto a lo pictórico, donde el estudiante no necesita el material concreto para manipular y comprender los conceptos asociados a los números fraccionarios. En este caso, el estudiante puede observar cómo la pizza se representa por círculos, con las porciones requeridas, lo cual permite mantener la motivación, a la vez que se desarrollan las nociones matemáticas.

Actividad tú tienes, yo tengo. Esta actividad implica formar grupos de 2 estudiantes, entregando 24 tarjetas a cada grupo -12 por estudiante-, junto con una hoja para que resuelvan los problemas enunciados en cada tarjeta. El juego consiste

en que un estudiante selecciona una tarjeta, en la cual hay un problema para resolver en su hoja de respuestas. La respuesta al problema se encuentra en una de las otras tarjetas, quien la tenga lee la situación problema de su tarjeta y así, sucesivamente, hasta completar todas las tarjetas.

La actividad termina con una retroalimentación, donde cada grupo selecciona la tarjeta que les presentó mayor dificultad e indican el porqué. Luego, resuelven en el tablero esa tarjeta, mientras los compañeros presentan las soluciones dadas por ellos. En este sentido, los mismos estudiantes encuentran soluciones a los problemas planteados, realizando una construcción colectiva del conocimiento.

Los resultados indican que la mayoría de los estudiantes logró asimilar correctamente los conceptos de números fraccionarios. Es decir, los participantes lograron asimilar el procedimiento sugerido para resolver las situaciones problema, cumpliendo con los desempeños de: representar correctamente fracciones, realizar operaciones aditivas y multiplicativas, a la vez que se resuelven expresiones en las cuales se involucran operaciones con fracciones. A manera de ejemplo, en la Figura 1 se observa la producción de un estudiante, quien logra representar correctamente las fracciones en su forma pictográfica.

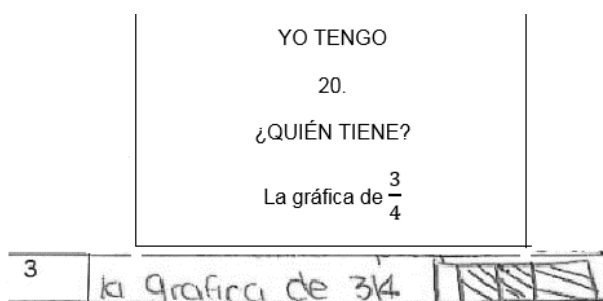


Fig. 1. Respuesta de un estudiante a la actividad “tú tienes, yo tengo”.

En la Figura 2 se observa que otro estudiante usa correctamente el algoritmo de la suma, a la vez que se establece la comprensión del concepto de fracciones equivalentes, simplificando la fracción a su mínima expresión.

YO TENGO
 $\frac{6}{11}$
¿QUIÉN TIENE?
El resultado de: $\frac{1}{8} + \frac{3}{4}$

2 $\frac{1}{8} + \frac{3}{4} = \frac{4}{8} + \frac{6}{8} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$

Fig. 2. Respuesta del estudiante 2, actividad “tú tienes, yo tengo”.

La importancia de esta actividad se puede visualizar en dos sentidos: en cuanto al estudiante, le permite pasar de lo pictórico a lo abstracto, mientras que al docente le permite evaluar la apropiación de conocimiento de sus estudiantes. Si bien la actividad posee aspectos pictóricos, el estudiante debe llevar esta información al formato abstracto para demostrar que ha asimilado el conocimiento desde lo que puede reconocer, como lo es un ejemplo del entorno.

Discusión

La prueba diagnóstica permitió establecer que los estudiantes traen conceptos erróneos sobre los temas trabajados con anterioridad, y, por ende, se les dificulta comprender las nuevas temáticas. Esta situación es común en la enseñanza de diversos conceptos matemáticos y en diferentes niveles de formación, como ha sido reportado en múltiples investigaciones (Barrera-Mesa, Fernández-Morales & Duarte, 2017; Villamil-Rincón, Aldana-Bermúdez & Wagner-Osorio, 2018; Salcedo-Ramírez, Fernández-Morales & Duarte, 2017).

El uso de material concreto, como el de la actividad rica pizza, sirvió para captar la atención de los estudiantes. A partir de ahí, fue posible desarrollar construcciones con creatividad y activar los conocimientos previos. En este sentido, los estudiantes pueden ver el uso de las fracciones en un entorno cotidiano y fácil de identificar, a la vez que reconocen sus habilidades y generan una retroalimentación matemática colectiva, como lo reportan diversos autores: Niño-Vega, Morán-Borbor & Fernández-Morales (2019), Vázquez-Romero (2016), Rojas-Rojas (2019) y Ducuara-Amado et al. (2020).

El manejo del material concreto favorece la construcción y la asimilación de conceptos y la comprensión de propiedades, en este caso de los números fraccionarios, como lo indican Moreno-Lucas (2015), y Molano-Garavito y Cely-Rojas (2017). Asimismo, los modelos que se construyen durante la actividad de dibujo permiten ampliar el registro de representaciones, transitando del lenguaje concreto al pictórico.

En este punto, vale la pena destacar la importancia de las estrategias didácticas basadas en la solución de problemas del contexto, fundamento del método Singapur, ya que permiten un aprendizaje más significativo por parte de los estudiantes, como lo indican Vesga-Bravo y Escobar-Sánchez (2018), Hernández-Gil & Jaramillo-Gaitán (2020) y Fonseca-Barrera, Niño-Vega y Fernández-Morales (2020). Esto debido a que el mismo estudiante va construyendo su propio conocimiento para luego aplicarlo a su cotidianidad. Además, este tipo de actividades captan la atención de los estudiantes, lo cual mejora su empatía por las temáticas que se abordan, incrementando la motivación y el deseo de aprender.

Conclusiones

Los hallazgos de la prueba diagnóstica indican que la mayoría de los estudiantes desconoce los conceptos de números fraccionarios, no sabe cómo resolver las operaciones básicas, además de no aplicarlas en contexto, lo que impide la resolución de situaciones matemáticas. La mayoría de estudiantes asigna arbitrariamente una representación pictórica a un número decimal, lo que sugiere un desconocimiento de su significado.

La incorporación de la secuencia didáctica en el proceso de enseñanza y aprendizaje permitió a los estudiantes abordar los objetos matemáticos abstractos de una manera significativa. Esto debido a que el material concreto sirve como mediador entre la construcción del conocimiento y los estudiantes, potenciando el desarrollo de los conceptos matemáticos abstractos a través de la manipulación de objetos a los cuales se les puede asignar un significado real.

Lo anterior se evidencia en que hubo un incremento en cuanto al aprendizaje y la asimilación de conceptos sobre los números fraccionarios, ya que los resultados

de la última actividad fueron mejores que los de la prueba diagnóstica. Además, las actividades propuestas tuvieron un impacto positivo en el aprendizaje de las matemáticas, ya que los estudiantes estuvieron más motivados en la realización de las diversas actividades.

En cuanto al método Singapur, se puede concluir que facilita la asimilación de los conceptos al estudiante. Esto debido a que, al iniciar con un objeto concreto que el estudiante puede manipular, se hace más fácil la apropiación de los conceptos asociándolos a su vida cotidiana.

Referencias

- Barrera-Mesa, M., Fernández-Morales, F. H., & Duarte, J. E. (2017). Aprendizaje basado en proyectos colaborativos mediados por TIC para el desarrollo de competencias en estadística. *Saber, Ciencia y Libertad*, 12 (2), 220-232. <https://doi.org/10.18041/2382-3240/saber.2017v12n2.1590>
- Berdugo-Portilla, D. J., Duarte, J. E., & Fernández-Morales, F. H. (2018). Desarrollo de un ambiente de aprendizaje mediado con TIC para la enseñanza de la educación económica financiera. *Revista Colombiana de Tecnologías de Avanzada*, 1 (31), 160-167. <https://doi.org/10.24054/16927257.v31.n31.2018.2778>
- Bernate, J. A., García-Celis, M. F., Fonseca-Franco, I. P., & Ramírez-Ramírez- N. E. (2020). Prácticas de enseñanza y evaluación en una facultad de educación colombiana. *Revista de Investigación, Desarrollo e Innovación*, 10 (2), 339-349. <https://doi.org/10.19053/20278306.v10.n2.2020.10721>
- Calle-Álvarez, G. Y. (2020). La rúbrica de autoevaluación como estrategia didáctica de revisión de la escritura. *Revista de Investigación, Desarrollo e Innovación*, 10 (2), 325-337. <https://doi.org/10.19053/20278306.v10.n2.2020.10628>
- Campoverde-Cabrera, M. F., & Villacrés-Plaza, D. J. (2019). *Grupos interactivos: implementación de una secuencia didáctica lúdica y materiales concretos para la enseñanza aprendizaje de las operaciones básicas con números fraccionarios de 5to y 6to de educación básica* (Tesis de pregrado). Universidad Nacional de Educación, Azogues, Ecuador
- Ducurara-Amado, L. Y., Rodríguez-Hernández, A. A., Niño-Vega, J. A., & Fernández-Morales, F. H. (2020). Material educativo gamificado para la enseñanza-aprendizaje de conceptos de ecología en estudiantes de educación media. *Revista Boletín Redipe*, 9(6), 144-156. <https://doi.org/10.36260/rbr.v9i6.1008>
- Escudero-Trujillo, R. et al., (2017). *PRISMA: Implementación del Método Singapur: Una experiencia del profesorado de Primer Ciclo Básico de una Escuela Municipal*. Bogotá, Colombia: X-Press

- Fernández-Guerrero, M. M., & González-Ferro, V. (2017). Enseñar, el arte de transformar y crecer. *Saber, Ciencia y Libertad*, 12 (2), 167-174. <https://doi.org/10.18041/2382-3240/saber.2017v12n2.1584>
- Fierro-Ulloa, I., & Hinojosa-Navarrete, M. (2015). La importancia de las técnicas de toma de notas para los estudiantes de interpretación. *Saber, Ciencia y Libertad*, 9(2), 205-216. <https://doi.org/10.22525/sabcliber.2014v9n2.205216>
- Fonseca-Barrera, C. C., Niño-Vega, J. A., & Fernández-Morales, F. H. (2020). Desarrollo de competencias digitales en programación de aplicaciones móviles en estudiantes de noveno grado a través de tres estrategias pedagógicas. *Revista Boletín Redipe*, 9(4), 179-191. <https://doi.org/10.36260/rbr.v9i4.958>
- García-Quiroga, B., Coronado, A., & Giraldo-Ospina, A. (2017). Implementación de un modelo teórico a Priori de competencia matemática asociado al aprendizaje de un objeto matemático. *Revista de Investigación, Desarrollo e Innovación*, 7(2), 301-315. <https://doi.org/10.19053/20278306.v7.n2.2017.6072>
- Gutiérrez, H. (2000). *Resolución de problemas en Matemáticas*. Buenos Aires, Argentina: Planeta.
- Gutiérrez-Rico, D., Almaraz-Rodríguez, O. D., & Bocanegra-Vergara, N. (2019). Concepciones del docente en sus formas de percibir el ejercicio de la investigación desde su práctica. *Revista de Investigación, Desarrollo e Innovación*, 10 (1), 149-161. <https://doi.org/10.19053/20278306.v10.n1.2019.10019>
- Hernández-Gil, C., & Jaramillo-Gaitán, F. A. (2020). Laboratorio de innovación social: hibridación creativa entre las necesidades sociales y las experiencias significativas de los estudiantes de administración de empresas. *Revista de Investigación, Desarrollo e Innovación*, 10 (2), 267-281. <https://doi.org/10.19053/20278306.v10.n2.2020.10518>
- Jaramillo-Naranjo, L. M., & Puga-Peña, L. A. (2016). El pensamiento lógico-abstracto como sustento para potenciar los procesos cognitivos en la educación. *Sophia, colección de Filosofía de la Educación*, 21(2), 31-55. <https://doi.org/10.17163/soph.n21.2016.01>
- Jiménez-Espinosa, A. (2019). La dinámica de la clase de matemáticas mediada por la comunicación. *Revista de Investigación, Desarrollo e Innovación*, 10 (1), 121-134. <https://doi.org/10.19053/20278306.v10.n1.2019.10016>
- Jiménez-Espinosa, A., & Sánchez-Bareño, D. M. (2019). La práctica pedagógica desde las situaciones a-didácticas en matemáticas. *Revista de Investigación, Desarrollo e Innovación*, 9 (2), 333-346. <https://doi.org/10.19053/20278306.v9.n2.2019.9179>
- Juárez-Eugenio, M., & Aguilar-Zaldívar, M. (2018). El método Singapur, propuesta para mejorar el aprendizaje de las Matemáticas en Primaria. *Números: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 98, 75-86
- Kunhardt, E. (2019). Invención dentro del curriculum: sugerencias de un innovador. *Ciencia y Educación*, 3 (3), 43-52. <https://doi.org/10.22206/cyed.2019.v3i3.pp43-52>

Método Singapur aplicado a la enseñanza de operaciones básicas con números fraccionarios en estudiantes de grado octavo

- López-Gaitán, M. A., Morán-Borbor, R. A., & Niño-Vega, J. A. (2018). Prácticas experimentales como estrategia didáctica para la comprensión de conceptos de física mecánica en estudiantes de educación superior. *Infometric@ - Serie Ingeniería, Básicas y Agrícolas*, 1 (1), 1-14
- López-González, E. M., Guerrero, A., Carrillo-Yáñez, J., & Contreras-González, L. (2015). La resolución de problemas en los libros de texto: un instrumento para su análisis. *AIEM: Avances de Investigación en Educación Matemática*, 8, 73-94. <https://doi.org/10.35763/aiem.v1i8.122>
- Martínez-López, L. G., & Gualdrón-Pinto, E. (2018). Fortalecimiento del pensamiento variacional a través de una intervención mediada con TIC en estudiantes de grado noveno. *Revista de Investigación, Desarrollo e Innovación*, 9 (1), 91-102. <https://doi.org/10.19053/20278306.v9.n1.2018.8156>
- Ministerio de Educación Nacional, MEN. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. Bogotá, Colombia
- Molano-Garavito, L., & Cely-Rojas, M. (2017). La inclusión en la escuela, una oportunidad para aprender juntos. *Pensamiento y Acción*, (22), 112-129
- Molina-Jiménez, F. E., Corredor-Sánchez, M. E., & Casnanzuela-Pachucho, I. A. (2019). Didactic material in the process of teaching triangles. *Espirales: Revista Multidisciplinaria de investigación*, 3 (29), 1-19. <https://doi.org/10.31876/er.v3i29.587>
- Moreno-Lucas, F. M. (2015). La utilización de los materiales como estrategia de aprendizaje sensorial en infantil. *Opción: Revista de Ciencias Humanas y Sociales*, (2), 772-789
- Niño-Vega, J. A., Fernández-Morales, F. H., & Duarte, J. E. (2019). Diseño de un recurso educativo digital para fomentar el uso racional de la energía eléctrica en comunidades rurales. *Saber, Ciencia y Libertad*, 14 (2), 256-272. <https://doi.org/10.18041/2382-3240/saber.2019v14n2.5889>
- Niño-Vega, J. A., Morán-Borbor, R. A., & Fernández- Morales, F. H. (2019). Educación inclusiva: Un nuevo reto para la labor docente en el siglo XXI. *Infometric@-Serie Sociales*, 1 (2), 74-94
- OCDE (2016), *Education in Colombia, Reviews of National Policies for Education*, OECD Publishing, París. <https://doi.org/10.1787/9789264250604-en>
- Ojeda-Ojeda, J. (2019). Técnicas activas y su contribución al aprendizaje de la matemática en estudiantes de séptimo grado. *Cienciasmatría*, 5(9), 517-535. <https://doi.org/10.35381/cm.v5i9.211>
- Ordóñez-Ortega, O., Gualdrón-Pinto, E., & Amaya-Franky, G. (2019). Pensamiento variacional mediado con baldosas algebraicas y manipuladores virtuales. *Revista de Investigación, Desarrollo e Innovación*, 9 (2), 347-362. <https://doi.org/10.19053/20278306.v9.n2.2019.9180>
- Revelo-Rosero, J. E., Lozano, E., & Bastidas-Romo, P. (2019). La competencia digital docente y su impacto en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática. *Espirales: Revista Multidisciplinaria de investigación*, 3 (28), 156-171. <https://doi.org/10.31876/er.v3i28.630>
- Riscanevo-Espitia, L. (2016). La teoría de la práctica social del aprendizaje en la formación de profesores de matemáticas. *Revista de Investigación, Desarrollo e Innovación*, 7(1), 93-110. <https://doi.org/10.19053/20278306.v7.n1.2016.5635>

- Rojas, C. (2019). Dificultades de aprendizaje en edad escolar. *Pensamiento y Acción*, (26), 85-99
- Ruiz-Macías, E., & Duarte, J. E. (2018). Diseño de un material didáctico computarizado para la enseñanza de oscilaciones y ondas, a partir del estilo de aprendizaje de los estudiantes. *Revista de Investigación, Desarrollo e Innovación*, 8 (2), 295-309. <https://doi.org/10.19053/20278306.v8.n2.2018.7966>
- Salcedo-Ramírez, R. Y., Fernández-Morales, F. H., & Duarte, J. E. (2017). Unidad didáctica para la enseñanza de probabilidad mediada por un OVA, orientada a un colegio rural del municipio de Paipa. *Revista Colombiana de Tecnologías de Avanzada*, 2 (30), 1-10. <https://doi.org/10.24054/16927257.v30.n30.2017.2739>
- Sepúlveda-Delgado, O. (2015). Estudio del conocimiento didáctico - matemático del profesor universitario: un marco teórico de investigación. *Revista de Investigación, Desarrollo e Innovación*, 6 (1), 29-43. <https://doi.org/10.19053/20278306.4048>
- Timarán-Pereira, R., Caicedo-Zambrano, J., & Hidalgo-Troya, A. (2019). Árboles de decisiones para predecir factores asociados al desempeño académico de estudiantes de bachillerato en las pruebas saber 11°. *Revista de Investigación, Desarrollo e Innovación*, 9(2), 363-378. <https://doi.org/10.19053/20278306.v9.n2.2019.9184>
- Vargas-Murillo, G. (2017). Recursos educativos didácticos en el proceso enseñanza aprendizaje. *Cuadernos Hospital de Clínicas*, 58(1), 68-74
- Vargas-Vargas, N. A., Niño-Vega, J. A., & Fernández-Morales, F. H. (2020). Aprendizaje basado en proyectos mediados por tic para superar dificultades en el aprendizaje de operaciones básicas matemáticas. *Revista Boletín Redipe*, 9(3), 167-180. <https://doi.org/10.36260/rbr.v9i3.943>
- Vázquez, J. (2016). Inclusión de personas con discapacidad. *Pensamiento y Acción*, (21), 7-23
- Vesga-Bravo, G. J., & Escobar-Sánchez, R. E. (2018). Trabajo en solución de problemas matemáticos y su efecto sobre las creencias de estudiantes de básica secundaria. *Revista de Investigación, Desarrollo e Innovación*, 9 (1), 103-114. <https://doi.org/10.19053/20278306.v9.n1.2018.8270>
- Villamil-Rincón, D., Aldana-Bermúdez, E., & Wagner-Osorio, G. (2018). Análisis de contenido del concepto de área en educación superior. *Revista de Investigación, Desarrollo e Innovación*, 8(2), 265-278. <https://doi.org/10.19053/20278306.v8.n2.2018.7964>