

# Desarrollo del pensamiento numérico. Una estrategia: el animaplano<sup>\*</sup>

*Ruth Cárdenas-Soler*<sup>\*\*</sup>

*Sandra Piamonte-Contreras*<sup>\*\*\*</sup>

*Patricia Gordillo-Catellanos*<sup>\*\*\*\*</sup>

Recepción: 22 de agosto de 2017

Aprobación: 26 de octubre de 2017

## Resumen

Promover un aprendizaje significativo en el área de las matemáticas ha sido una continua preocupación de los docentes que persistentemente buscan diversas estrategias pedagógicas para que los estudiantes, de una manera creativa y lúdica, desarrollen las competencias necesarias. El pensamiento numérico, como capacidad matemática para interpretar los números, sus símbolos, sus significados y sus relaciones, posibilita la realización de actividades cognitivas (configuración numérica, análisis de fenómenos, cuestiones y problemas que emplean elementos numéricos) que estructuran procesos complejos de pensamiento que le servirán al sujeto para comprender otros aspectos matemáticos. Es así como el *animaplano* es una propuesta metodológica diseñada por el grupo de investigación “Didáctica y Matemáticas”, como una herramienta para desarrollar el pensamiento numérico de forma divertida. Una de las conclusiones de este artículo es la necesidad de desarrollar competencias en pensamiento numérico, que le permitirán al sujeto tener un mejor desenvolvimiento en su vida cotidiana y serán la base sobre la cual se estructure el conocimiento matemático general. Este artículo de revisión fue realizado con base en la investigación llevada a cabo entre 2016 y 2017 con estudiantes de grado cuarto de Básica Primaria en la Institución Educativa Simón Bolívar de Soracá (Boyacá, Colombia), sede Centro (urbana) y Quebrada Grande (rural). El propósito de la

\* Artículo de revisión producto del proyecto de investigación “El *animaplano* como propuesta pedagógica para el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas”, realizado con estudiantes de grado cuarto de Básica Primaria en la Institución Educativa Simón Bolívar de Soracá, Boyacá, Colombia.

\*\* Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia. Grupo de investigación CACAENTA.  ORCID: 0000-0003-4997-4116 ruth.cardenas@uptc.edu.co

\*\*\* Institución Educativa Simón Bolívar de Soracá (Boyacá, Colombia) sandy1407@hotmail.es

\*\*\*\* Institución Educativa Simón Bolívar de Soracá (Boyacá, Colombia) lipago77@gmail.com

investigación era tomar el *animaplano* como una herramienta que posibilitara el trabajo interdisciplinario, desde el aprendizaje de las matemáticas (comprensión lectora, pensamiento numérico, habilidad estética).

**Palabras clave:** matemáticas, enseñanza-aprendizaje, pensamiento numérico, estrategia lúdica, animaplano.

## Development of Numerical Thought. A Strategy: Animaplano Desenvolver o pensamento numérico. Uma estratégia: animaplano

### Abstract

Promoting mathematics meaningful learning has been a constant concern of teachers, who persistently seek different pedagogical strategies so that students, in a creative and playful way, develop the necessary skills. Numerical thought, as a mathematical ability to understand numbers, their symbols, their meanings and their relations, enables the realization of cognitive activities (numerical configuration, analysis of phenomena, questions and problems that employ numerical elements), that structure complex processes of thought which will serve the subject to understand other mathematical aspects. This is how the *animaplano* is a methodological proposal designed by the research group “Didactics and Mathematics”, as a tool to develop numerical thought in a fun way. One of the conclusions is the real need to develop competences in numerical thought, which will allow students to have a better development in their daily lives and will be the basis on which general mathematical knowledge is structured. This review article is a product of the research developed between 2016 and 2017 with students of fourth grade of School in Institución Educativa Simón Bolívar of Soracá (Boyacá, Colombia). The purpose of this research was to take the *animaplano* as a tool that would enable interdisciplinary work, from learning mathematics (understanding reader, numerical thought, aesthetic skill).

**Keywords:** Mathematics, teaching-learning, numerical thought, playful strategy, animaplano.

## Introducción

El uso continuo de estrategias dinámicas en el aula favorece la labor de enseñanza de los maestros y beneficia el aprendizaje de los estudiantes. Gallego (1997), sostiene que el aprendizaje requiere contextualización y que los alumnos deben trabajar con tareas novedosas y significativas que les permitan resolver problemas con sentido.

Bajo esta perspectiva, el alumno adquiere aprendizajes significativos cuando para él es divertido aprender, si participa y comparte, si actúa, si se le estimula y, para ello, el maestro debe experimentar con los discentes la aventura de aprender y emplear variadas estrategias de enseñanza-aprendizaje (Bermejo & Vieira, 2007; Terán & Pachano, 2009).

El aprendizaje significativo de las matemáticas surge a partir del desarrollo de situaciones que superen el aprendizaje pasivo, es decir, que los estudiantes sean capaces de generar contextos basados en sus intereses y capacidades, que les permita “definir interpretaciones, identificar problemas, formular soluciones y usar adecuadamente materiales manipulativos, representativos y tecnológicos” (Úsuga, 2014, p. 27). En el transcurrir del desarrollo del niño se va observando la forma en la que empieza a asociar la realidad circundante con el pensamiento numérico, cuando realiza operaciones complejas, como discernir una cantidad, comparar elementos y agrupar mentalmente una serie de objetos, de acuerdo con sus rasgos o características. Así mismo, es usual que se valga de sus manos u otros elementos creados por él mismo para poder representar cantidades o llevar cuentas (Martínez, 2012).

Paenza (2012), comenta que en los últimos años la didáctica de la matemática se ha provisto de juegos, retos, concursos, pruebas y acertijos, entre otro tipo de estrategias lúdicas, para motivar a las personas a utilizar su pensamiento numérico. En el estudio de los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, el error se convierte en el eje para reconocer cuáles son las dificultades de comprensión que tienen los estudiantes dentro de un aula de clase, aunque muchas veces no es aprovechado como un elemento que puede incrementar el éxito de las prácticas pedagógicas de los docentes (Rico & Castro, 1994).

La Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), menciona una serie de indicadores que caracterizan y describen el nivel de vida de una sociedad, y uno de ellos es la calidad del sistema educativo, validada a partir del rendimiento académico de los estudiantes. Es así como, a través de las pruebas PISA (Programme for International Student Assessment), se generan indicadores para los países en los que se aplica el instrumento de evaluación estandarizada con carácter internacional. La prueba evalúa los conocimientos y habilidades necesarias para la participación de los ciudadanos en la sociedad del conocimiento, y comprende competencias en lectura comprensiva, matemáticas y ciencias, a partir de la resolución de problemas prácticos de la vida cotidiana (Rico, 2006). De esta forma, la OCDE admite el desempeño en matemáticas como una de las competencias básicas para el eficaz desenvolvimiento de cualquier ciudadano del mundo.

Para el caso colombiano, según los resultados presentados por PISA, en 2015 el 50 % de los jóvenes de 15 años no contaba con las competencias básicas, lo cual representa

casi medio millón de individuos, aun considerando que fue uno de los países de la región que redujo el porcentaje de estudiantes con bajo desempeño en matemáticas y ciencias (Bos, Elías, Vegas & Zoido, 2016).

## Desarrollo de competencias en el área de matemáticas

Luego de plantear los lineamientos curriculares para el área de matemáticas, el Ministerio de Educación Nacional de Colombia estableció los Estándares Básicos de Competencia en el área de matemáticas (2006), donde se indica qué debe saber y saber hacer el estudiante una vez culmine su proceso formativo de educación básica y media. La política gubernamental admite que estas habilidades no se generan espontáneamente, sino que requieren de ambientes de aprendizaje que faciliten la adquisición de la competencia. De esta forma, las estrategias empleadas por los docentes son fundamentales para alcanzar los niveles de conocimiento y habilidad deseados. Vásquez (2011), sostiene que el desarrollo de la competencia matemática va ligado al de la competencia comunicativa, ya que esta última posibilita entender los enunciados matemáticos y determinar la clase de procedimiento que se requiere para solucionar el ejercicio planteado.

Posteriormente, la misma entidad gubernamental presenta los derechos básicos de aprendizaje (DBA), una estructuración temática por cada grado de escolaridad. Los DBA enuncian las unidades básicas y fundamentales de conocimiento que requiere aprender un estudiante colombiano, así como las bitácoras de enseñanza. El Ministerio ha provisto plataformas tecnológicas con recursos de apoyo, en cada área, que pueden ser utilizadas por los maestros para el desarrollo de sus clases (Medina, 2017).

Para incrementar el nivel de competencia en matemáticas se requiere tener en cuenta dos aspectos en el proceso enseñanza-aprendizaje, al igual que sucede en cualquier otra área de conocimiento: la naturaleza de las matemáticas (su epistemología, características y desarrollo) y el rol del estudiante, que dentro del aula de clase debe ocupar el papel principal y no simplemente limitarse a ser un receptor pasivo (Pons, González-Herrero & Serrano, 2008). Es así como las estrategias constructivistas facilitan el aprendizaje, generan actitudes positivas y promueven el trabajo cooperativo, independiente y autónomo (Herrera, Montenegro & Poveda, 2012; Meza, Valdés-Ayala y García, 2010; Terán y Pachano, 2009). Un ejemplo de esta clase de estrategias es el aprendizaje basado en problemas (ABP), a partir del cual el estudiante moviliza su accionar hacia consultar, indagar, organizar e intercambiar información con el fin de definir y solucionar un problema práctico de su realidad circundante (García, 2015).

En el conocimiento matemático se distinguen el conocimiento conceptual y el conocimiento procedimental, relacionados con las respuestas a los interrogantes ¿Qué debe saber? ¿Qué debe saber hacer? y ¿Cómo, cuándo y por qué lo debe hacer?, y que perfilan la formación de un estudiante competente en el área de las matemáticas, desde el desarrollo de cinco pensamientos: numérico y sistemas numéricos; espacial y sistemas geométricos; métrico y sistemas de medidas; aleatorio y sistemas de datos; y variacional y sistemas algebraicos y analíticos (Ministerio de Educación Nacional, 2006).

De igual manera, Marquínez (2013), manifiesta que se debe partir del desarrollo del pensamiento como eje transversal para tener un dominio de las competencias en matemáticas que permitan que el estudiante pueda analizar, razonar y responder eficazmente a problemáticas de la realidad, que le ayuden a interpretar variadas tareas matemáticas en una diversidad de contextos.

Herrera *et al.* (2012), explican que la mayor dificultad en el proceso de aprendizaje de las matemáticas radica en las acciones didácticas desarrolladas por aquellos docentes que continúan anquilosados a prácticas tradicionales, mecánicas y memorísticas, que carecen de reflexión y de la adecuada contextualización, situación que provoca rechazo y desmotivación por parte del alumnado. Por su parte, Granada (2011), afirma que el principal inconveniente en el aprendizaje de las matemáticas radica en el factor motivacional, seguido por el tratamiento metodológico que los docentes dan a los contenidos temáticos, ya que se privilegia el aspecto operativo y se deja de lado la construcción analítica. Otras situaciones observadas por el autor son la dependencia del libro de texto, que dificulta la profundización en los contenidos y el desarrollo argumentativo de los estudiantes para explicar determinada acción matemática; así como el desarrollo de ejercicios y operaciones descontextualizadas; y la falta de una realimentación de los errores presentados.

## El pensamiento numérico

El uso de los números ha sido considerado como una de las principales habilidades cognitivas y competencias con las que debe contar cualquier sujeto en el mundo, ya que se entiende como un factor que interfiere en la adaptación del individuo a la sociedad y al entorno cultural, a partir de la realización de diversas actividades cotidianas (Cardoso & Cerecedo, 2008). Por esta razón, el estudio de la forma como se originan y se conceptualizan los números por parte del individuo sigue siendo materia de análisis, en especial por ciertas ciencias que intentan explicar la forma como se ha conceptualizado esta realidad abstracta en la mente del ser humano y, por su puesto, por la didáctica de la matemática (Aldana-Bermúdez & López-Mesa, 2016; González, 2004).

El desarrollo del pensamiento numérico se evidencia en el dominio progresivo de un conjunto de procesos, conceptos, proposiciones, modelos y teorías en diversos contextos, los cuales configuran las estructuras conceptuales y usos de los diferentes sistemas numéricos (Villarroel, 2009). En este mismo sentido, Lupiáñez y Rico (2009), exponen que las investigaciones al respecto de los procesos de enseñanza y aprendizaje en la matemática deben ser abordadas desde diferentes puntos de vista y contextos, teniendo en cuenta fenómenos tales como la comprensión de las diversas nociones matemáticas por parte de los escolares, así como las dificultades de aprendizaje que tienen los estudiantes, las técnicas docentes, el uso de recursos educativos, el tratamiento de los temas matemáticos en libros de texto, y la formación de profesores. De esta forma es posible realizar un estudio investigativo profundo sobre qué es y cómo se trabaja el pensamiento numérico en el aula de clase, considerando que el alumno en el mundo exterior al aula, en la interacción con pares y con adultos, ya ha iniciado el desarrollo de su pensamiento numérico (Obando & Vásquez, 2008).

De manera general, la investigación en pensamiento numérico aborda el estudio de los diferentes sistemas cognitivos usados por los individuos para asignar sentido a las estructuras numéricas (Rico, Castro, Castro, Coriat & Segovia, 1997), al uso del número y a las relaciones aritméticas que se pueden establecer, las magnitudes, las cantidades y las medidas. Es así como el pensamiento numérico posibilita que el sujeto emita juicios matemáticos y plantee estrategias pertinentes de cálculo y estimación (Montoya, 2016).

Se puede decir que desde la diversidad multidisciplinar de las áreas que han trabajado el pensamiento numérico, se ha intentado revisar la forma como el ser humano interpreta y utiliza los símbolos numéricos. Entre estas disciplinas se encuentran: la psicología, la antropología, las neurociencias, la lingüística y la didáctica de las matemáticas. Autores como Berg (2008); Campbell y Linette (2004); De Cruz (2006); y Klessinger, Szczerbinskia y Varley (2007), han estudiado el pensamiento numérico y hacen sus aportaciones sobre la forma como se maneja este tipo de conocimiento, desde la misma capacidad de pensar y la realidad del ser humano.

Según Villarroel (2009), el pensamiento matemático ha evolucionado y cambiado de perspectiva, considerando en primera instancia estudios relacionados con casos médicos, enfermedades, síndromes, lesiones, y el desarrollo cognitivo y cerebral de los individuos; por tanto, no es acertado decir que el pensamiento numérico surge esencialmente de las matemáticas. El desarrollo de las capacidades cognitivas para potenciar el pensamiento numérico se presenta en los primeros años del niño. Piaget y Szeminska (1965), aseguraron que el desarrollo del pensamiento numérico se produce a partir de la realización de actividades tales como el conteo y la relación palabra-número, vinculado todo ello con el procesamiento de la información. Por

tanto, el proceso enseñanza-aprendizaje debe ser oportuno, pertinente y significativo para el estudiante, sin olvidar que el pensamiento numérico no está solamente relacionado con la didáctica matemática y que, por consiguiente, pueden existir otros factores que se deben tener en cuenta a la hora de enseñarlo.

Rico y Castro (1995), definen el pensamiento numérico como el estudio de los diferentes procesos cognitivos y culturales en los que los seres humanos comparten significados, utilizando diversas estructuras numéricas. Es así como el pensamiento numérico se sitúa en el manejo de sistemas simbólicos, el desarrollo de actividades cognitivas relacionadas con configuraciones numéricas y el análisis de fenómenos, cuestiones y problemas que emplean elementos numéricos y exigen procesos complejos de pensamiento.

El problema que usualmente se presenta en el aprendizaje del pensamiento numérico está relacionado con la dicotomía que existe entre el mundo de los objetos representantes y el mundo de los objetos representados; el mundo de las operaciones mentales y el mundo de las operaciones físicas; y las representaciones internas y las representaciones externas que se tienen del mundo (Romero, 2000). En este sentido, para que los estudiantes comprendan y manejen adecuadamente su pensamiento numérico, es necesario que aprendan a reconocer las actividades relacionadas con los sistemas de representación que deben emplear en determinado caso. Esta meta exige que el docente emplee diversas actividades de enseñanza, que le permitan al estudiante decodificar el lenguaje matemático, acorde con sus propias representaciones de la realidad, a través de diversos sistemas de representación. De esta forma, el estudiante será capaz de interiorizar y conceptualizar los conocimientos mínimos que necesita manejar sobre el pensamiento numérico.

Un claro ejemplo de la transformación en la enseñanza de las matemáticas lo presenta Rodrigues (2012), quien hace un recuento de cómo se ha sucedido la evolución de la enseñanza de este saber en Brasil, obedeciendo a una política nacional que le apostó a una educación moderna, con un movimiento surgido hacia la década de 1940. De esta forma, la concepción de número pasó de ser algo cuantificable o medible a una representación del pensamiento en un nivel simbólico, comenzando por el manejo de relaciones algebraicas para luego pasar a las relaciones meramente aritméticas. Es más importante reconocer el manejo de propiedades de los conjuntos, que el número que generalmente representan estos elementos. El autor manifiesta que para llevar a cabo esta transformación fueron tenidos en cuenta estudios realizados desde la psicología educativa.

Así mismo, Ramírez (2014), quien hizo un estudio en Colombia, manifiesta, en concordancia con Rodrigues (2012), que en ocasiones las matemáticas son vistas como una ciencia exacta y abstracta, de difícil acceso. Asimismo, expone Ramírez

(2014), que en las instituciones educativas se empieza a trabajar con símbolos matemáticos establecidos, inamovibles, aplicados en algoritmos, pero no se les permite a los estudiantes que los construyan, que los descubran, que los manipulen, y especialmente que los interpreten. Se comienza con procesos aritméticos sin realizar un análisis algebraico de la realidad.

Según el planteamiento de Guzmán (2013), el conocimiento algebraico puede presentarse antes del dominio aritmético, valiéndose de diversas actividades que permitan, por ejemplo, identificar regularidades, patrones y relaciones; formular hipótesis y hacer generalizaciones. De esta forma, se potencia, a partir del uso del lenguaje natural, el desarrollo de estrategias cognitivas valiosas para el pensamiento matemático, pasando de un conocimiento al otro con mayor facilidad.

La propuesta de Ramírez (2014), se vale de situaciones o problemas reales, que se convierten en una oportunidad para que el estudiante analice y posteriormente realice los procesos aritméticos a que haya lugar, luego de haberse sucedido la apropiación de las representaciones del pensamiento numérico. Además, como establece Arcavi (2016), es importante cultivar la sensibilidad de los estudiantes frente a toda la información numérica que se encuentra en el mundo que los rodea, que generalmente se da por sobreentendida, y a la que no se le presta demasiada atención. Al analizar ejemplos de situaciones numéricas se pueden plantear interrogantes y problemas que admiten desarrollar miniinvestigaciones que enriquecen el uso, incluso sofisticado y desconocido, que se le puede dar a los números.

En los primeros años de escolarización se pueden desarrollar capacidades de pensamiento numérico, por ejemplo al identificar y comparar la equivalencia de cantidades, valiéndose de colecciones de objetos. También se pueden hacer conteos, aprendiendo las palabras de la secuencia numérica; se trata de la habilidad para realizar una sucesión numérica convencional. El conteo de objetos tiene que ver con la secuencia numérica y la coordinación visual, verbal y manual. Posteriormente, se puede hacer uso de la aritmética temprana, que se relaciona con operaciones básicas de adición y sustracción; y finalmente, la resolución de problemas, en la que los alumnos son capaces de resolver un gran rango de tipos de problemas utilizando objetos reales que representan los datos, y en los que se perciben las relaciones posibles entre ellos (Castro, Cañadas, Castro-Rodríguez, 2013).

## Experiencias pedagógicas para desarrollar el pensamiento numérico

El número (sus diversos sistemas y operaciones aritméticas) se puede vincular a la solución de diversos problemas presentes en la vida cotidiana de los individuos. Por

esta razón, docentes e investigadores se han interesado en analizar las implicaciones que tiene el pensamiento numérico en el desarrollo cognitivo de los sujetos. De esta forma, se ha podido establecer que se trata de una habilidad esencial para potenciar los procesos de aprendizaje de las matemáticas en temáticas más complejas (Rico & Castro, 1995). Este artículo pretende presentar a los lectores algunas propuestas pedagógicas que propendan al desarrollo del pensamiento numérico, para ser tenidas en cuenta como una posibilidad en el aula de clase.

En este sentido, Buitrago (2014), planteó una propuesta pedagógica para el trabajo de las matemáticas en la Básica Primaria. Dicha propuesta se sustentaba en el uso de las matemáticas, la estadística y el proceso investigativo aplicados en situaciones de la vida cotidiana. La estructura de la propuesta contempla la formación de habilidades de pensamiento, tales como razonamiento lógico, análisis, interpretación e indagación; y el desarrollo y fortalecimiento de competencias en el pensamiento numérico y aleatorio, con base en la utilización de números para dar resultados exactos de las investigaciones de los estudiantes, y de esta forma determinar necesidades, intereses y expectativas de la sociedad, conceptos que resultan relevantes para que el estudiante los maneje y domine, dentro del área de matemáticas. Una de las estrategias utilizadas en esta propuesta es la realización de encuestas, tabulación, representación gráfica, socialización de resultados y gestión ante los líderes comunitarios, por parte de los estudiantes, para que de esta manera se conviertan las matemáticas en una herramienta idónea y fehaciente para explicar ciertos fenómenos que ocurren en el entorno, consiguiendo un aprendizaje significativo de este saber.

Así mismo, Hoyos (2014), estructuró diversas estrategias con el objetivo de trabajar el pensamiento numérico en estudiantes de Básica Primaria, haciendo uso de otros sistemas más complejos: tablas de multiplicar de doble entrada (con el fin de transformar el pensamiento numérico a la noción de exponenciación); el geoplano y las multifichas (para establecer una relación entre el pensamiento numérico, los conceptos geométricos y la abstracción al concepto de cuadrado de un número). El desarrollo de estas estrategias posibilita la interacción de los cinco pensamientos matemáticos, enmarcados en un tema específico como lo es la exponenciación de los números naturales. Un proyecto similar fue desarrollado por Carvajal (2004), quien concluyó que uno de los contenidos centrales de la escuela primaria es el conocimiento matemático, puesto que se trata de un saber que no solo se trabaja dentro del aula de clase, sino que se desplaza a otros diferentes contextos y circunstancias cotidianas.

Por otra parte, Tangarife (2013), empleó los *algeblocks* (también llamados bloques de *dienes*, usados para explicar conceptos algebraicos), como estrategia didáctica que se vale de un conocimiento concreto para llegar a uno abstracto, ya que pasa de un modelo geométrico a una representación algebraica. Así, a través del juego y la asociación, los estudiantes se apropian de los conceptos abstractos requeridos

para comprender y desarrollar operaciones algebraicas. Un planteamiento similar es presentado por Molina (2009), quien a través de una propuesta de cambio curricular pretende trabajar la aritmética de modo algebraico con estudiantes de básica primaria. Esta autora considera que el trabajo algebraico en este nivel de formación se constituye en un nicho de investigación importante para plantear cambios estructurales en la enseñanza de las matemáticas, atendiendo a la pertinencia y la coherencia de los saberes con las necesidades de los sujetos que los aprenden.

Pineda (2013), por su parte, presenta una propuesta para la enseñanza de las estructuras aditivas, cuyo propósito es generar cambios significativos en la forma como los docentes y los estudiantes perciben los procesos de enseñanza, procurando una estrategia flexible que les permita revisar sus perspectivas, modelos de pensamiento, concepciones y paradigmas, para reconocer y evaluar la manera como aprenden los discentes. En esta misma línea de pensamiento, Obando y Vásquez (2008), sugieren que se trabajen los siguientes aspectos en la educación básica: conocer los variados usos de los números; contar y hacer uso de estrategias para operar a través del conteo; comprender las relaciones entre los números y las operaciones; comprender el sistema de numeración decimal; desarrollar el sentido de número y estimación; y trascender los números naturales. Estos autores manifiestan que el papel del docente de matemática no se limita a enseñar las actividades piagetianas de seriación, clasificación y ordenación, sino que traspasa las fronteras del aula, al proponer actividades de interacción con el contexto real, donde las competencias matemáticas se vinculan con las competencias lingüísticas, pragmáticas y conceptuales, favoreciendo una formación integral e interdisciplinar de los alumnos.

Tal y como lo expone Jiménez (2016), mientras más significativa sea la utilización de los números por parte del discente, más se evoluciona en el pensamiento numérico. En este aprendizaje, los aspectos formales no son lo verdaderamente importante, por lo cual el uso de material manipulativo puede ser una estrategia positiva, mediante la cual los estudiantes tengan la posibilidad de “jugar” con los materiales, con la orientación del profesor. Este autor recuerda que esta era una de las estrategias Montessori (Guichot, 1998), quien sugería trabajar con espacios y materiales con propósitos educativos, tomando en cuenta la edad, formas de aprendizaje y madurez de los alumnos. También se menciona a Canals (Sotos, 2013), seguidora de Montessori, quien ha hecho importantes aportaciones a la didáctica de la matemática, especialmente en lo que tiene que ver con materiales manipulativos. En este tipo de estrategia (material manipulativo) se emplean actividades algebraicas que más adelante serán tenidas en cuenta en el manejo aritmético.

Camacho (2013), basándose en los postulados y teorías de Pólya, propone una estrategia para el desarrollo del pensamiento numérico, con base en el planteamiento de situaciones problema. Es así como parte de las actividades que se tienen que hacer

son las relacionadas con una empresa familiar dedicada a la venta de productos. El autor manifiesta que las situaciones problema pueden generar en el estudiante una adecuada movilización del pensamiento, motivando su proceso de aprendizaje, en este caso, de las matemáticas. En la solución de problemas matemáticos se deben considerar cuatro pasos primordiales: 1. Comprender el problema; 2. Concebir un plan; 3. Ejecutar el plan; y 4. Tener una visión retrospectiva con el fin de mejorar.

A partir de la revisión de estas propuestas es posible concluir que la innovación en los procesos de enseñanza, el cambio de las prácticas pedagógicas dentro del aula de clase y la motivación en el proceso educativo son aspectos fundamentales a la hora de potenciar en los estudiantes las competencias en matemáticas, en especial, las relacionadas con el pensamiento numérico. De manera general, los estudiantes recurren a sus conocimientos previos y a los saberes adquiridos de su entorno para hacer razonamientos, constituyéndose en la base sobre la cual estructuran sus ideas y sus nuevos saberes. Es así como el nuevo conocimiento se aprehende si se encuentra pertinencia y coherencia con los saberes previos (Pachón, Parada & Chaparro, 2016).

## La lúdica y el juego en el desarrollo del pensamiento numérico

Generalmente, se relaciona la lúdica con el juego, sin embargo, como lo expresa Jiménez (2009), la lúdica incluye el juego, además del ocio y las actividades placenteras, que contemplan la expansión de lo simbólico y lo imaginativo. En la lúdica van incluidas la creatividad, la imaginación, la complejidad, la emotividad, la individualidad y la socialización. Dentro de las actividades lúdicas se incluyen todas aquellas que permiten el desarrollo psicomotriz, emocional, afectivo y bilógico del ser humano. En este sentido, el juego se convierte en una estrategia compleja de aprendizaje de la realidad y de la cotidianidad (Jiménez, 2015), de manera que llega a ser una herramienta poderosa para el maestro.

Como un ejemplo de aplicación lúdica de la matemática, Ramirezparis (2009), presenta los resultados de una investigación realizada con estudiantes de educación básica y media, con los cuales pretendía superar algunas dificultades detectadas e incrementar el desempeño académico de los estudiantes en esta área. Es así como propuso implementar estrategias lúdicas tales como: “alcance la estrella”, “escaleras”, “ruletas”, “la papa caliente”, “desafíos matemáticos”, etc. El principal resultado de este trabajo es la motivación que se genera en los discentes para seguir aprendiendo conceptos matemáticos, y la satisfacción que les produce darse cuenta de que son capaces de realizar ejercicios matemáticos.

El juego es un elemento esencial en la vida del ser humano, y puede ser abordado desde dos perspectivas: el juego libre e imaginativo y el juego controlado y manejado por reglas, que es el que generalmente se utiliza en los procesos de aprendizaje (Jiménez, 2015). En este sentido, lo más apropiado es emplear de manera significativa ambas perspectivas, con el fin de conseguir mejores resultados dentro del aula de clase, potenciando procesos de generalización (Guzmán, 2013).

Otro ejemplo de aplicabilidad de la estrategia lúdica es presentado por Aristizábal, Colorado y Gutiérrez (2016), quienes usaron el juego para desarrollar el pensamiento numérico en las cuatro operaciones básicas. A través de esta estrategia fortalecieron distintas habilidades de cálculo, para familiarizarse y reafirmar el conocimiento de las operaciones básicas, de forma divertida y creativa. Se trataba de una investigación experimental, con un grupo control, en el que aplicaron una estrategia de enseñanza-aprendizaje tradicional, y el grupo experimental, con el que realizaron diversas actividades lúdicas, entre las que se encontraban: *trangram*, laberintos y juegos de mesa. Los autores concluyen que efectivamente el grupo experimental obtuvo mejores resultados académicos y de apropiación de conceptos, además de evidenciarse situaciones favorables de integración, liderazgo, confrontación de ideas, etc., que facilitaron la resolución de los desafíos planteados.

El trabajo de Ramírez (2014), hace referencia a las regletas de *cuisenaire*, un material diseñado a manera de reglas de diversos tamaños y colores, para que los niños entiendan la composición y descomposición de los números. Las regletas tienen diversas funciones y permiten al estudiante emplear el pensamiento numérico de distintas maneras, por ejemplo para realizar series, establecer relaciones mayor y menor, hacer reparticiones, iniciar operaciones básicas, sistematización y dominio de estructuras, etc. (Montoya, 2016; Nava, Rodríguez, Romero & Vargas, 2010).

## El *animaplano* como posibilidad pedagógica

*Animaplano* es el nombre que se le ha dado a una serie de cartillas para matemática recreativa, que tienen por emblema “calcula, ubica y grafica”, “agilidad para el cálculo numérico mental y habilidad en orientación y ubicación espacial”, siendo estos los procesos que debe seguir el estudiante para resolver los ejercicios que se proponen en cada uno de los módulos. Las cartillas son producidas por la Editorial DM Didáctica y Matemáticas, y diseñadas por un grupo de investigación interdisciplinario colombiano, denominado Didáctica y Matemáticas (2010). Básicamente, los textos proponen hacer la ubicación de puntos en un plano bidimensional con base en el resultado de un cálculo numérico, ejercicio que despierta el interés en los estudiantes para resolver operaciones aritméticas, porque con sus acertadas operaciones y orientación en el espacio, podrán descubrir una llamativa forma de algún objeto, persona o animal. La premisa básica de este trabajo es la motivación permanente

de quien desarrolla el ejercicio, que requiere su atención, concentración, precisión numérica, seguridad, confianza, orientación en el espacio y creatividad, entre otras habilidades personales y cognitivas (Anzola & Abril, 2010).

Producto de diversos trabajos investigativos, el grupo Didáctica y Matemáticas presenta un portafolio de ayudas didácticas para los diferentes niveles de educación (preescolar hasta educación media), los cuales se dan a conocer a la comunidad educativa acompañados de continuas asesorías. El *animaplano* está diseñado de la siguiente manera: para el nivel preescolar de jardín presenta dos propuestas, aprestamiento numérico e inteligencia espacial, con las cuales se pretende preparar la aprehensión del concepto de número y desarrollar habilidades perceptivas y cognitivas; para el nivel preescolar de transición está la cartilla “Contando ando”, que contiene diferentes actividades de preparación prenumérica mental, para desarrollar habilidades de percepción visual, establecer relaciones de orden y equivalencia, de cardinalidad y cantidad, y de cálculo mental. Para los niveles de primaria y secundaria se presentan 15 módulos visoespaciales (relaciones topológicas, proyectivas y métricas), para ampliar la capacidad de pensamiento y la ubicación espacial (Anzola & Abril, 2010).

Este material ha sido compartido con un amplio número de instituciones educativas de Bogotá, D.C. y de toda Colombia, por lo cual varios docentes han incorporado en sus prácticas de aula esta herramienta (Arévalo, 2015; Garcés, 2015; Pachón, Parada & Chaparro, 2016; Rueda & Angulo, 2015). En este sentido, Rueda y Angulo (2015), manifiestan que la propuesta *animaplanos* se orienta en tres sentidos: 1) está estructurada a partir de un conjunto limitado de hechos numéricos; 2) hace sus planteamientos conforme expresiones numéricas que familiarizan al estudiante con métodos relativamente sofisticados (compensación, descomposición, recolocación, redondeo, factorización, combinaciones numéricas, etc.); y por último, 3) la dificultad de los cálculos es graduable, por el tipo y tamaño de las operaciones involucradas, y la aplicación de propiedades numéricas algebraicas y geométricas acordes a los contenidos que se abordan en cada grado.

El cálculo mental ha visto rezagada su importancia debido a la incursión de medios tecnológicos tales como la calculadora. Sin embargo, es uno de los aspectos de desempeño a través de los cuales el docente puede determinar el grado de dominio que tiene el estudiante frente a las concepciones numéricas (Gálvez et al., 2011). En este sentido, el aspecto interesante de las cartillas de *animaplanos* radica en su forma interesante, agradable y divertida de centrar la atención del estudiante en el cálculo mental y en el desarrollo de habilidades de graficación y ubicación espacial, añadiendo el aspecto estético de la figura, que es otorgado por el alumno en el momento de descubrir la imagen resultante.

Un ejemplo de aplicación práctica de las cartillas *animaplano* es presentado por Gordillo y Piamonte (2016), quienes estructuraron una propuesta pedagógica interdisciplinaria basada en la utilización de las figuras del *animaplano*. Esta propuesta, que integra los componentes de pensamiento numérico, comprensión lectora y apreciación estética, surge a partir de la observación que las autoras hacen del desempeño de sus estudiantes, quienes se notan motivados cuando realizan las actividades propuestas en el *animaplano* y que, sin embargo, presentan problemas en la comprensión lectora. A partir de esta observación, las autoras organizan guías didácticas (talleres) a través de las cuales los estudiantes deben realizar ejercicios de comprensión lectora (realizar una lectura y contestar las preguntas enunciadas), de resolución de problemas (buscar vocabulario desconocido presente en los enunciados de los ejercicios) y de elaboración de figuras con base en un plano bidimensional, para posteriormente construir la imagen a escala ampliada en diferentes materiales, considerando criterios estéticos de trazado y uso del color.

Este es uno más de los ejemplos de las herramientas que puede utilizar el docente en el aula de clase para despertar el interés de los estudiantes en el conocimiento matemático (el pensamiento numérico específicamente), así como para movilizar los saberes del alumnado por diferentes contextos y áreas de aplicación.

## Conclusiones y discusión

En correspondencia con los hallazgos de Friz, Sanhueza, Sánchez, Samuel y Carrera (2009), es posible afirmar que el uso de cualquier rudimento metodológico en el aula de clase, con fines pedagógicos, genera curiosidad y a su vez motiva la manipulación por parte de los alumnos y favorece la aprehensión de conceptos y el desarrollo de habilidades personales y cognitivas. En el caso de la enseñanza de las matemáticas, el profesor se puede valer de diversos materiales didácticos tales como los expuestos aquí (regletas de Cuisenaire, tangramas, *animaplanos*, etc.), con el propósito de enriquecer los procesos de enseñanza y aprendizaje, entendiendo que la lúdica es una herramienta dinamizadora de conocimiento.

Tal y como lo expresan Herrera *et al.* (2012), la apropiación del conocimiento matemático transcurre por la reflexión, la comprensión, la construcción y la evaluación, que propician la adquisición y el desarrollo de habilidades y actitudes para un adecuado desempeño matemático en la sociedad. De esta forma, si los conocimientos adquiridos son memorísticos o meramente funcionales, el proceso de transferencia que realicen los estudiantes será vertiginoso, poco significativo y disfuncional (Barallobres, 2016).

Los procesos de enseñanza-aprendizaje en matemáticas pueden resultar bastante complejos si el profesor no identifica y apropia estrategias y herramientas didácticas

coherentes con las necesidades y capacidades de los estudiantes, con el propósito de facilitar el desarrollo de sus competencias en el área. El desarrollo de las habilidades de pensamiento numérico no se limita a considerar las innovaciones pedagógicas en el aula, sino que incluye las variadas oportunidades que ofrece la multidisciplinariedad.

La lúdica y el juego se convierten en estrategias privilegiadas, útiles y con potencial de incrementar los resultados positivos en los procesos de aprendizaje de las matemáticas. En esta medida, a través del uso de diversas estrategias didácticas, actividades o juegos, se estimulan y desarrollan habilidades de pensamiento numérico en los estudiantes, sin que ellos sean conscientes de lo que está sucediendo en el ámbito neurológico. Por esta razón, desde los primeros años de escolarización se debe iniciar el manejo de conceptos algebraicos, junto con los aritméticos.

La revisión teórica expuesta en este documento pone en evidencia la imperiosa necesidad de desarrollar competencias en pensamiento numérico, ya que estas serán la base sobre la cual se estructure el conocimiento matemático general, además que son esas habilidades las que le permitirán al sujeto tener una mejor capacidad para desenvolverse en su vida cotidiana. De igual manera, el uso de herramientas didácticas tales como el *animaplano* puede convertirse en un importante aliado para motivar el desarrollo de habilidades matemáticas.

## Referencias

- Aldana-Bermúdez, E. & López-Mesa, J. (2016). Matemáticas para la diversidad: un estudio histórico, epistemológico, didáctico y cognitivo sobre perímetro y área. *Revista de Investigación, Desarrollo e Innovación*, 7(1), 77-92.
- Anzola, J. & Abril, P. (2010). *Animaplanos*. Bogotá: DM Didáctica y Matemáticas.
- Arcavi, A. (2016). Miradas matemáticas y pensamiento numérico. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 9, 11-19.
- Arévalo, S. R. (2015). *Experiencia de cualificación docente en la enseñanza de la física en el Colegio Magdalena Ortega de Nariño*. (Trabajo de grado). Universidad Distrital José de Caldas, Colombia.
- Aristizábal, J. H., Colorado, T. H. & Gutiérrez, Z. H. (2016). El juego como una estrategia didáctica para desarrollar el pensamiento numérico en las cuatro operaciones básicas. *Sophia*, 12(1), 117-125.
- Barallobres, G. (2016). Diferentes interpretaciones de las dificultades de aprendizaje en matemática. *Educación Matemática*, 28(1), 39-68.
- Berg, D. H. (2008). Working Memory and Arithmetic Calculation in Children: The Contributory Roles of Processing Speed, Short-Term Memory, and Reading. *Journal of Experimental Child Psychology*, 99(4), 288-308.
- Bermejo, B. & Vieira, I. C. (2007). El aprendizaje de las matemáticas en la enseñanza secundaria. *Pixel-Bit. Revista de Medios y Educación*, 30, 119-141.
- Bos, M. S., Elías, A., Vegas, E. & Zoido, P. (2016). Latin America and the Caribbean in PISA 2015: How Many Students are Low Performers? *OECD Results Excellence and Equity in Education*, 1.

- Buitrago, O. H. (2014). *"Detectives matemáticos": una propuesta metodológica para la enseñanza de las matemáticas en la básica primaria*. (Tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia.
- Camacho, J. M. (2013). *Estrategia didáctica para la enseñanza de algunos conceptos matemáticos propios del nivel de quinto grado de la Institución Educativa de María (Sede Pedro Pablo Betancur) de Yarumal que favorezcan el desarrollo de los pensamientos numérico-variacional y la resolución de problemas*. (Tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia.
- Campbell J. I. & Linette, J. (2004). An Encoding-Complex Approach to Numerical Cognition Next Term in Chinese-English Bilinguals. *Canadian Journal of Experimental Psychology*, 58(4), 229-244.
- Cardoso, E. O. & Cerecedo, M. T. (2008). El desarrollo de las competencias matemáticas en la primera infancia. *Revista Iberoamericana de Educación*, 47(5), 1-11.
- Carvajal, A. L. (2004). Las matemáticas en la escuela primaria: construcción de sentidos diversos. *Educación Matemática*, 16(3), 79-101.
- Castro, E., Cañadas, M. C. & Castro-Rodríguez, E. (2013). Pensamiento numérico en edades tempranas. *Educación Matemática en la Infancia*, 2(2), 1-11.
- De Cruz, H. (2006). Why Are Some Numerical Concepts More Successful than Others? An Evolutionary Perspective on the History of Number Concepts. *Evolution and Human Behavior*, 27(4), 306-323.
- Didáctica y Matemáticas. (2010). *Descubre cómo la matemática puede ser muy divertida*. Recuperado de: <http://www.didacticaymatematicas.com.co>
- Friz, M., Sanhueza, S., Sánchez, A., Samuel, M. & Carrera, C. (2009). Concepciones en la enseñanza de la matemática en educación infantil. *Perfiles Educativos*, 31(125), 62-73.
- Gallego, R. (1997). *Discurso sobre constructivismo*. Bogotá: Magisterio.
- Gálvez, G., Cosmelli, D., Cubillos, L., Leger, P., Mena, A., Tanter, E., Flores, X., Luci, G., Montoya, S. & Soto-Andrade, J. (2011). Estrategias cognitivas para el cálculo mental. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 14(1), 9-40.
- Garcés, S. P. (2015). *Articulación de situaciones problema, proyecto de aula y TIC en la enseñanza de la función exponencial*. (Tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia.
- García, J. A. (2015). El lenguaje ordinario: la clave para el aprendizaje de las matemáticas basado en problemas. *Revista Electrónica Actualidades Investigativas en Educación*, 15(1), 1-24. Recuperado de: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=44733027021>
- González, J. L. (2004). *Competencias básicas en educación matemática*. Málaga, España: Didáctica de la Matemática, Universidad de Málaga.
- Gordillo, L. P. & Piamonte, S. T. (2016, oct.). El animaplano como propuesta pedagógica integral (pensamiento numérico, comprensión lectora, apreciación estética). En *Precongreso de Investigación y Pedagogía V Nacional y IV Internacional*. Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Tunja, Boyacá, Colombia.
- Granada, O. (2011). *Dificultades en el aprendizaje y la enseñanza de la matemática en educación básica*. (Tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia.
- Guichot, V. (1998). De la medicina a la educación: María Montessori (1870-1932) y Ovide Decroly (1871-1932). Dos metodologías educativas al servicio de la infancia. En *VI Congreso Nacional de Educación Comparada. Atención a la Infancia y Espacios Educativos*. (pp. 233-242). Universidad de Sevilla. Departamento de Teoría e Historia de la Educación y Pedagogía Social.
- Guzmán, N. A. (2013). *Una propuesta para desarrollar pensamiento algebraico desde la básica primaria a través de la aritmética generalizada*. (Tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia.
- Herrera, N. L., Montenegro, W. & Poveda, S. (2012). Revisión teórica sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, 35, 254-287. Recuperado de: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=194224362014>

- Hoyos, O. A. (2014). *Diseño de estrategias para la construcción de una unidad didáctica que permita la movilización en el pensamiento numérico de la noción de exponenciación en el conjunto de los números naturales, hacia su conceptualización a través de los mediadores didácticos: tabla de multiplicar de doble entrada, multifichas y geoplano, con los estudiantes del grupo 5-01 de la I.E León XIII del municipio de El Peñol*. (Tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia.
- Jiménez, C. A. (2009). *Pedagogía de la creatividad y de la lúdica*. Bogotá: Mesa Redonda, Magisterio.
- Jiménez, C. A. (2015). *Pedagogía lúdica*. Tunja: Editorial Juan de Castellanos.
- Jiménez, L. M. (2016). *Proyecto de aula para fortalecer el pensamiento numérico a través de la utilización de material manipulativo en los niños de preescolar de la I.E.V.S Sede Fidel Antonio Saldarriaga*. (Tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia.
- Klessinger, N., Szczerbinska, M. & Varley, R. (2007). Algebra in a man with severe aphasia. *Neuropsychologia*, 45(8), 1642-1648.
- Lupiáñez, J. L. & Rico, L. (2009). Investigación en educación matemática: pensamiento numérico. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 7(17), 239-242. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=293121936012>.
- Marquinez, H. I. (2013). *Una propuesta de desarrollo de competencias en el plan curricular del área de matemáticas de la IE Siete de Agosto en el primer ciclo de educación básica*. (Tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia, Palmira, Colombia.
- Martínez, M. H. (2012). *Implementación y creación de herramientas didácticas que afiancen las cuatro operaciones básicas de la aritmética de los números naturales*. (Tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia.
- Medina, A. C. (2017). DBA Derechos básicos de aprendizaje. *Ruta Maestra Santillana*, 18(1), 61-64.
- Meza, L., Valdés-Ayala, Z. & García, P. (2010). Actitud de maestras y maestros hacia el trabajo cooperativo en el aprendizaje de la matemática. *Revista Electrónica Educare*, 14(1), 113-129.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias en matemáticas*. Recuperado de [http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articles-116042\\_archivo\\_pdf2.pdf](http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articles-116042_archivo_pdf2.pdf)
- Molina, M. (2009). Una propuesta de cambio curricular: integración del pensamiento algebraico en educación primaria. *PNA*, 3(3), 135-156.
- Montoya, M. L. (2016). *Aprendizaje lúdico y aplicación contextual del pensamiento numérico en primer grado de básica primaria*. (Tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia, Manizales, Colombia.
- Nava, M. F., Rodríguez, L. M., Romero, P. & Vargas, M. E. (2010). *Fortalecimiento del pensamiento numérico mediante las regletas de cuisenaire*. Bogotá: Instituto para la Investigación Educativa y el Desarrollo Pedagógico, IDEP. Alcaldía Mayor de Bogotá.
- Obando, G. & Vásquez, N. (2008). Pensamiento numérico del preescolar a la educación básica. En *9º Encuentro Colombiano de Matemática Educativa*. *Valledupar, Colombia*. Recuperado de: <https://core.ac.uk/download/pdf/12341457.pdf>
- Pachón, L. A., Parada, R. A. & Chaparro, A. Z. (2016). El razonamiento como eje transversal en la construcción del pensamiento lógico. *Praxis & Saber*, 7(14), 219-243.
- Paenza, A. (2012). *Matemática para todos*. Buenos Aires: Sudamericana.
- Piaget, J. & Szeminska, A. (1965). *The Child's Conception of Number*. London: Routledge and Kegan Paul.
- Pineda, J. D. (2013). *Unidad didáctica para la enseñanza de las estructuras aditivas en los grados tercero y quinto de básica primaria*. (Tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia, Manizales, Colombia.
- Pons, R. M., González-Herrero, M. E. & Serrano, J. M. (2008). Aprendizaje cooperativo en matemáticas: un estudio intracontenido. *Anales de Psicología*, 24(2), 253-261. Recuperado de: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=16711589008>.
- Ramírez, N. (2014). *Diseño de una unidad didáctica mediada por una situación problema para la enseñanza aprendizaje de las operaciones básicas (suma, resta y multiplicación) con números enteros*,

- para jóvenes con necesidades educativas especiales. (Tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia.
- Ramirezparis, X. (2009). La lúdica en el aprendizaje de las matemáticas. *Zona Próxima*, 10(1), 138-145.
- Rico, L. & Castro, E. (1994). *Errores y dificultades en el desarrollo del pensamiento numérico*. Documento no publicado (informe). Granada: Universidad de Granada.
- Rico, L. & Castro, E. (1995). *Pensamiento numérico en educación secundaria obligatoria*. En H.F. Callejo; P. Bolea; E. Cid; L. Rico; E. Castro (eds.), *Aspectos didácticos de matemáticas* (pp. 163-182). Zaragoza, España: Universidad de Zaragoza.
- Rico, L., Castro, E., Castro, E., Coriat, M. & Segovia, I. (1997). *Bases teóricas del currículo de matemáticas en educación secundaria*. Madrid: Síntesis.
- Rico, L. (2006). Marco teórico de evaluación en PISA sobre matemáticas y resolución de problemas. *Revista de Educación*, (n.º extraord.), 275-294.
- Rodrigues, W. (2012). O que é número? Produção, circulação e apropriação da matemática moderna para crianças. *Boletim de Educação Matemática*, 26(44), 1417-1441. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=291226280014>.
- Romero, I. (2000). Representación y comprensión en pensamiento numérico. En N. Climent; L.C. Contreras; J. Carrillo (eds.), *Cuarto Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 35-46). Huelva: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática SEIEM.
- Rueda, M. & Angulo, M. Y. (2015). Una experiencia de aula potencializando las habilidades de pensamiento matemático con Animaplanos. *Revista Colombiana de Matemática Educativa*, 1(1), 703-707. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/8636/1/Angulo2015Experiencia.pdf>.
- Sotos, M. (2013). El uso de las historias de vida en la investigación sobre el profesorado: el caso de María Antonia Canals. *Épsilon, Revista de Educación Matemática*, 30(1), 25-34.
- Tangarife, D. (2013). *Transición del pensamiento numérico al pensamiento algebraico a través de la estrategia didáctica-algeblocks*. (Tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia, Manizales, Colombia.
- Terán, M. & Pachano, L. (2009). El trabajo cooperativo en la búsqueda de aprendizajes significativos en clase de matemáticas de la educación básica. *Educere*, 13(44), 159-167.
- Úsuga, O. A. (2014). *Diseño de una unidad didáctica para la enseñanza aprendizaje de la multiplicación de números naturales en el grado tercero de la Institución Educativa Antonio Derka Santo Domingo del municipio de Medellín*. (Tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia.
- Vásquez, C. (2011). *Construcción de sistemas de representación numérica en el aula de clase potenciando la competencia comunicativa*. (Tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia.
- Villarroel, J. (2009). Origen y desarrollo del pensamiento numérico. Una perspectiva multidisciplinar. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 7(1), 555-604. Recuperado de: [http://www.investigacion-psicopedagogica.com/revista/articulos/17/espagnol/Art\\_17\\_283.pdf](http://www.investigacion-psicopedagogica.com/revista/articulos/17/espagnol/Art_17_283.pdf)