



**Alfonso Jiménez Espinosa**

[alfonso.jimenez@uptc.edu.co](mailto:alfonso.jimenez@uptc.edu.co)

[ajimenezs@hotmail.com](mailto:ajimenezs@hotmail.com)

*Doctor en Educación*

*Profesor Titular de la Escuela de Matemáticas y Estadística – Facultad de Ciencias y Maestría en Educación de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia.*

**Nury Yolanda Suárez Ávila**

[nuryolanda@yahoo.es](mailto:nuryolanda@yahoo.es)

*Estudiante de la Maestría en*

*Educación de la Universidad*

*Pedagógica y Tecnológica de Colombia.*

*Docente de matemáticas, Universidad Santo Tomás, Tunja – Boyacá.*

**Sandra María Galindo Mendoza**

[smgm82@hotmail.com](mailto:smgm82@hotmail.com)

*Estudiante de la Maestría en*

*Educación de la Universidad*

*Pedagógica y Tecnológica de Colombia.*

**Grupo de Investigación Pirámide**

Artículo de reflexión

Fecha de recepción:

20 de septiembre de 2010

Fecha de aprobación:

2 de noviembre de 2010

Praxis  
&  
Saber

Revista de Investigación y Pedagogía  
Maestría en Educación. Uptc

## LA COMUNICACIÓN: EJE EN LA CLASE DE MATEMÁTICAS

COMMUNICATION: A CENTRAL FOCUS IN  
MATHEMATICS CLASS

A COMUNICAÇÃO: EIXO NA AULA A  
MATEMÁTICAS

LA COMMUNICATION: AXE DANS LE  
COURS DE MATHÉMATIQUES

## Resumen

La comunicación ha sido considerada un aspecto fundamental para el conocimiento de las cosas y para la relación con las personas; de ahí la importancia que cobra en los procesos de enseñanza y aprendizaje. En este sentido, el artículo desarrolla aspectos relacionados con el aprendizaje y la enseñanza en la clase de matemáticas, teniendo como foco central la comunicación, entendida como un proceso de interacción social en el que se favorecen la negociación de significados, el consenso, el diálogo y el debate, acciones mediante las cuales se alcanzan procesos esenciales para el desarrollo del pensamiento matemático, como la conjeturación y la argumentación. También se analizan diferentes estrategias que permiten convertir el aula de clase en un ambiente vivo de interacciones, donde el sujeto se dota de significado en su interrelación con la cultura del grupo; dichas estrategias se basan en el uso de espacios para el trabajo en grupo, en el debate y la confrontación de interpretaciones y narrativas, y en los cuestionamientos permanentes del profesor.

**Palabras clave:** Comunicación, matemáticas, lenguaje, trabajo en grupo, interacción, aprendizaje.

## Abstract

Communication has been considered a fundamental aspect for knowledge of things and relationship with people; from here we can deduce its importance in learning and teaching processes. This article develops aspects related to learning and teaching in the mathematics' classroom, focusing on communication, understood as a process of social interaction that favors negotiation of meaning, consensus, dialogue and debate. By means of the previous actions, essential processes for the development of mathematical thought can be reached, such as conjecturation and argumentation. We also analyze different strategies that transform the classroom into a vital atmosphere of interaction, where subjects acquire meaning in their interaction with the group culture; these strategies are based on the use of spaces for group work, debate and confrontation of interpretations, narratives and permanent questions by the teacher.

**Key words:** Communication, mathematics, language, group work, interaction, learning.

## Résumé

La communication a été considérée un aspect fondamental pour la connaissance des choses et pour le rapport avec les personnes ; d'où l'importance que celle-là acquiert dans les processus d'enseignement et apprentissage. Dans ce sens, l'article développe des aspects liés à l'apprentissage et l'enseignement dans le cours de mathématiques, en ayant comme cible central la communication, entendu comme un processus d'interaction social dans lequel on favorise la négociation des signifiés, le consensus, le dialogue et le débat ; des actions à travers lesquelles on atteint des processus essentiels pour le développement mathématique, comme la conjecture et l'argumentation. On analyse aussi de différentes stratégies qui permettent que la salle de classe devienne un environnement vivant d'interactions, où le sujet est porteur du signifié dans son interaction avec la culture du groupe ; ces stratégies-là se basent sur l'utilisation des espaces pour le travail en équipe, sur le débat et la confrontation des interprétations narratives et sur la mise en question permanente du professeur.

Mots clés: Communication, mathématiques, langage, travail en équipe, interaction, apprentissage.

## Resumo

A comunicação tem sido considerada como um dos fundamentos essenciais para o conhecimento das coisas e a relação com as pessoas, daí a sua importância nos processos de ensino e da aprendizagem. Neste sentido o artigo, pretende desenvolver aspectos relacionados com o ensino e a aprendizagem na aula de matemática, tendo como foco central a comunicação, entendida como processo de interação social, onde se favorecem a negociação de significados, o consenso, o diálogo e o debate. As anteriores são ações mediante as quais se atingem processos essenciais para o desenvolvimento do pensamento matemático, como a conjecturação e a argumentação. Avaliam-se também diferentes estratégias que permitem transformar a sala de aula em ambiente vivo de motivação de interações, onde o sujeito logra significado na sua interação com a cultura do grupo; essas estratégias baseiam-se no uso de espaços para o trabalho em grupo, o debate e a confrontação de interpretações, as narrativas e os questionamentos permanentes do professor.

Palavras chave: Comunicação, matemática, linguagem, trabalho em grupo, interação, aprendizagem.

## INTRODUCCIÓN

Este texto es producto de la reflexión y de algunos avances de una investigación en curso sobre la transformación de la clase de matemáticas en un ambiente de interacción y trabajo colectivo. En primer lugar se analizan algunos elementos de la comunicación en la clase de matemáticas, señalando las dificultades más frecuentes que se manifiestan en su desarrollo, así como las estrategias más usadas por los docentes para hacer posible la comprensión de los temas y su manera de entender la matemática.

En segundo lugar se señalan las principales características del enfoque de investigación conocido como Interaccionismo Simbólico (I.S.), bajo el cual se analiza el papel que desempeñan los actores de la cultura escolar: docente, estudiantes y conocimientos. Según Godino y Llinares (2000), una parte sustancial de la investigación en educación matemática se ocupa de estudiar las relaciones entre el profesor, los estudiantes y la tarea matemática en las clases. De ahí se destaca la importancia de investigar las prácticas que se generan en el ambiente escolar, ya que comprender los fenómenos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas permitirá (re)dirigir los objetivos que se persiguen con su enseñanza, y, en consecuencia, mejorar el ambiente de la clase. Lo anterior permite entender la matemática como algo natural y cercano a la vida de los estudiantes. Una transformación en los procesos de la enseñanza de la matemática es posible mediante el conocimiento amplio de las prácticas que ocurren en el aula; en palabras de Stenhouse (1986), “para transformar la escuela hay que conocerla”; en consecuencia, se muestra un análisis de los diferentes patrones de interacción que se llevan a cabo en el aula de clase y el papel que cobra el lenguaje en el aprendizaje.

En tercer lugar se explicita la importancia de la pregunta como técnica de enseñanza, y de la respuesta como técnica de apoyo en el aprendizaje de la matemática; se describen algunas estrategias adecuadas a la postura interaccionista, como las narrativas, el trabajo en grupo y manejo de situaciones problemáticas, y, finalmente, se relata una experiencia de clase centrada en el trabajo en grupo, donde se reúnen los elementos descritos en el enfoque interaccionista, tales como el dialogo, la negociación de significados, la discusión y la conjeturación, entre otros.

## DIFICULTADES EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA

Durante mucho tiempo, las matemáticas han sido percibidas como difíciles de aprender, y los resultados de los estudiantes en su rendimiento académico parecen confirmarlo. Según Menezes y Ponte (2006), varias han sido las propuestas tendientes a mejorar los procesos de enseñanza y de aprendizaje, pero la situación parece no modificar o, en todo caso, se ha modificado muy poco.

Convertir la clase de matemáticas en algo significativo es, sin lugar a dudas, uno de los grandes desafíos de los profesores y de los investigadores en educación matemática. La enseñanza tradicional de la matemática se ha dedicado durante mucho tiempo a la transmisión de contenidos ya sistematizados en lenguaje simbólico, el mismo usado para la comunicación universal entre especialistas del área, pero que, como se sabe, no es apropiado para la comunicación en la clase, lo cual ha tenido como consecuencia que esta disciplina se vea como algo exótico, difícil y poco atractiva (Muniz y Borges, 2008). Esta es una de las razones por la que la inmensa mayoría considera la matemática como algo incomprensible, complicado y sin significado alguno; de esta manera, es necesario profundizar sobre la problemática existente en el aprendizaje de ella.

Según Ponte *et al.* (1997), la clase está influenciada por factores que dependen de los estudiantes, del contexto escolar y de las acciones del profesor. En cuanto a los alumnos, influyen sus concepciones y actitudes relacionadas con las matemáticas, sus conocimientos y experiencias previas de trabajo con la matemática y, de forma general, su forma de encarar la escuela. La influencia del contexto está relacionada con el ambiente de trabajo escolar y social, la organización y el funcionamiento de la escuela, los recursos existentes y las expectativas de los padres y la comunidad. La forma de orientar la clase depende también, naturalmente, del propio profesor, de su conocimiento y competencia profesional, y muy especialmente del modo como introduce las diferentes tareas y apoya a los alumnos en su realización.

Es indispensable tener en cuenta el entorno de donde proviene el estudiante; muchas veces se trata de niños y jóvenes que viven en zonas con altos índices de vulnerabilidad, sectores invadidos por la violencia y la pobreza, donde predomina la desintegración familiar; de este modo, los niños son educados en la calle, en esa cultura. En otros casos, por las ocupaciones

de los padres, los niños se “educan” con los medios de comunicación, específicamente la televisión.

Culturalmente, han sido muchas las creencias que giran alrededor de la educación. Los jóvenes y padres de familia, especialmente de estratos bajos, tienen la idea de que la educación no es importante para su progreso; lo importante para ellos es conseguir una fuente de ingresos que mejore sus condiciones de vida de forma inmediata; así, son muchos los niños y jóvenes que abandonan las aulas en busca de algún ingreso, incrementando así los índices de analfabetismo y deserción. En cuanto a la matemática, ha sido considerada una materia difícil, desconectada de la vida del estudiante y con poca aplicabilidad; esto, seguramente, por la repetición mecánica de fórmulas y operaciones sin sentido, que produce en el estudiante cierto grado de incredulidad y apatía hacia su aprendizaje, situación a la que el docente debe enfrentarse a diario.

Los problemas relacionados con el ambiente escolar son definitivos para cualquier aprendizaje. Paradójicamente, en la llamada *sociedad del conocimiento* se observa cómo algunos docentes se empeñan en enseñar aquellos conocimientos que creen importantes, pero que al estudiante no le interesan, pues la forma de hacerlo el profesor los desmotiva. En muchas clases el conocimiento matemático es introducido por el profesor, y los alumnos tienen simplemente un papel de meros receptores de información. La escuela se ha desvinculado del mundo de la vida, pues pareciera que todo aquello que el profesor cree importante, al alumno no le interesa, y lo que le llama la atención al estudiante no es importante para la escuela. Seguramente los métodos y estrategias de enseñanza no son pertinentes, lo que conlleva una profunda desmotivación y resistencia del estudiante a aprender. Ante esta problemática la comunicación parece ser un elemento definitivo para establecer un diálogo entre estos dos mundos: el de la escuela (profesor-institución) y el de la vida (estudiante-sociedad). Obsérvese cómo el estudiante parece ajeno a la escuela; va allí porque debe ir, alguien lo obliga.

De acuerdo con Menezes y Ponte (2006), son muchas las investigaciones que giran alrededor del mejoramiento de los procesos de enseñanza y de aprendizaje desde diversas áreas, en particular desde la matemática. Durante mucho tiempo se ha pretendido establecer pautas que permitan tanto al estudiante como al docente un mejor desarrollo de sus roles, evidenciando así que la comunicación juega un papel principal en dichos procesos.

Este artículo pretende establecer puntos de análisis alrededor de la comunicación en la clase de matemáticas, para reflexionar sobre cuestiones referentes a temas como, por ejemplo, ¿de qué herramientas se vale el docente para hacer comprender lo que desea enseñar?, ¿en qué medida comprenden los alumnos el lenguaje usado por el docente?, ¿qué acciones son necesarias para una adecuada interacción entre el docente y el estudiante?, ¿el lenguaje es claro y pertinente para lo que se quiere decir? Como se ve, son muchas las cuestiones que giran en torno al tema de la comunicación en la clase de matemáticas. Empezar a reflexionar sobre estas cuestiones puede dar pistas para mejorar los procesos de comunicación y disminuir las dificultades en el aprendizaje de la matemática. Es indudable que la comunicación juega un papel clave en el logro del aprendizaje matemático, de ahí la importancia de estudiarla.

## LA COMUNICACIÓN EN LA CLASE DE MATEMÁTICAS

En la actualidad, tras las reformas educativas, se le ha establecido un papel predominante a la comunicación en la clase. En esa perspectiva, los *Lineamientos Curriculares y Estándares Básicos* conciben la comunicación como actividad fundamental para el proceso mismo de aprendizaje y no solo para la expresión de lo aprendido –las respuestas en las evaluaciones– (MEN, 2000). Por medio de la comunicación se espera que el estudiante construya significados, reflexione, analice e intercambie interpretaciones; proceso que además le permitirá, a través de la confrontación de conjeturas, expresarlas con el lenguaje propio de la matemática. En particular, se supone que en el ejercicio de justificar su solución a un problema, con el posible desacuerdo de algunos compañeros, todos ganan comprensión del asunto matemático implicado, al considerarlo desde varios puntos de vista y relacionarlo con el propio.

La comunicación desempeña un papel importante en la clase de matemáticas, pero a condición de que no sea entendida simplemente como la transcripción de un lenguaje simbólico a través del cual el profesor, poseedor de códigos –los del lenguaje matemático–, intenta “comunicárseles” a sus estudiantes, cuyo rol se limita a ser simplemente receptores, o de que las interacciones orales y escritas que se dan en la clase no se reduzcan simplemente a que el alumno dé pequeñas respuestas de sí y no a preguntas formuladas por el profesor. Cuando la comunicación es

deficiente, en general, la clase se puede reducir a la transcripción de un lenguaje simbólico que carece de sentido; esto no permite que los estudiantes desarrollen su pensamiento matemático, a través de los procesos de particularizar, generalizar, conjeturar y convencer (Mason *et al.*, 1998). Con la práctica de una buena comunicación se desarrollan procesos de pensamiento donde los estudiantes son estimulados a utilizar su propio lenguaje, de tal manera que el lenguaje de la matemática surge como un proceso de construcción y no como una imposición del profesor. Según Lappan (citado en Menezes y Ponte, 2006), en cualquier clase de matemáticas se deben incorporar “espacios” donde el alumno analice y comunique sus propias ideas; es decir, es necesario mejorar las prácticas, por ejemplo, formulando situaciones problémicas y brindando el tiempo necesario para que los alumnos exploren entre ellos mismos, argumenten, construyan sus propias conjeturas y las puedan poner en cuestionamiento del grupo.

La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas exige, como hemos visto, que los alumnos interactúen entre sí y con el profesor. Para una buena interacción, la comunicación tiene una importancia capital, pues es la negociación de significados la que debe primar. Según Ponte *et al.* (1997), la comunicación se refiere a la interacción entre los diversos sujetos que hay en una clase, empleando un lenguaje propio, que es una mezcla del lenguaje cotidiano y del matemático. Cuando hay interacción comunicativa, la negociación de significados aparece de manera natural, la cual se refiere al modo en que los alumnos y el profesor exponen unos a otros su forma de entender los conceptos y los procesos matemáticos, los perfeccionan y los ajustan al conocimiento matemático.

### ¿Qué se entiende por comunicación?

Según Díaz (1998), la palabra *comunicación* proviene del latín *comunicatio*, y éste, a su vez, procede del sustantivo *comunico*, cuya traducción al castellano es “participar en algo común”. Tanto el sustantivo *comunicación* como el verbo *comunicar* tienen su origen en la palabra *communis*, raíz castellana de la palabra *comunidad*, que significa la participación o relación que se da entre individuos. El término *comunicación*, como concepto, se presta a muchas interpretaciones, que dependen del momento histórico, así como de las exigencias políticas, económicas, culturales y sociales del medio en el cual han surgido, lo cual ha dado origen a una gran variedad de conceptos (Díaz, 1998). Según Ponte *et al.*,

sea que se refiera a la comunicación en general, o a la comunicación matemática en particular, pueden ser entendidas según diferentes perspectivas. [...] en especial la comunicación como organización y transmisión de informaciones, o la comunicación como un proceso de interacción social. Cada una de estas perspectivas sobre la comunicación está asociada a una perspectiva sobre la Matemática y sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje<sup>1</sup> de la Matemática (2007, p. 41).

Lo anterior depende, en gran medida, de la forma como se crea o se asuma la matemática por el profesor –concepciones epistemológicas–: si es como un conjunto de verdades absolutas, objetivas, inmutables, preexistentes e independientes de los individuos, o si se asume como una práctica social en el proceso de construcción de ese conocimiento. Jiménez (2010) afirma al respecto que la concepción que se tenga de la matemática tiene consecuencias directas, a veces dramáticas, en el accionar del profesor en su clase; así, por ejemplo, cuando el profesor cree que la matemática es un conjunto de verdades absolutas, la comunicación es simplemente un monólogo del profesor, transcribiendo unos contenidos; al contrario, cuando el profesor cree que la matemática es una construcción social, un producto cultural, la comunicación cobra sentido y ahí todos participan e interactúan.

Según Ponte *et al.* (2007), en el primero de los casos, cuando la matemática se considera un conjunto de verdades absolutas, la comunicación en la clase será un proceso lineal, donde hay un emisor –el profesor–, un mensaje –el conocimiento matemático– y unos receptores –los estudiantes–, y la preocupación del profesor estará centrada en hacer comprensible su mensaje, y para ello buscará evitar a toda costa interferencias en la transmisión; aquí el profesor comprueba el éxito de su “comunicación” por medio de preguntas que hace al estudiante, y, si es del caso, intenta reforzar el proceso de transferencia con repetición del mensaje. En el segundo caso, cuando la matemática se asume como proceso de construcción cultural, la comunicación se convierte en un proceso de interacción y de negociación de significados entre quienes intervienen en la clase; aquí se requiere que el ambiente de clase esté mediado por

<sup>1</sup> Al respecto de la expresión “proceso de enseñanza-aprendizaje”, preferimos decir proceso de enseñanza y proceso de aprendizaje, pues consideramos que esto no es un proceso lineal con el esquema de estímulo-respuesta de la psicología, como aquella expresión parece sugerir.

actividades diversas y no rutinarias que promuevan el intercambio de múltiples interpretaciones y la negociación de significados; en este ambiente, las prácticas discursivas de la clase se vuelven muy importantes y aparece de manera natural el cuestionamiento del profesor sobre si promueven o no la comprensión de significados del lenguaje de la matemática en los estudiantes.

Desde la filosofía del lenguaje, para Bakhtin, en una concepción no mecanicista, la comunicación se entiende como un proceso complejo donde “el oyente que recibe, interpreta y comprende el significado de un discurso (enunciado) adopta simultáneamente para con este discurso una actitud de respuesta activa” (citado en Jiménez, 2005, p. 74). Para que este tipo de comunicación se dé, es necesario entender la clase como un foro de discusión y no un espacio de simple “traspaso” de contenidos.

Otros autores prefieren hablar de “discurso”, en lugar de comunicación; es el caso de Orlandi (citado en Jiménez, 2005). En la práctica del discurso pueden suceder tres situaciones: el objeto del discurso se mantiene como tal y los interlocutores se exponen a él; el objeto se encubre por lo que dice algún hablante que lo domina, o el objeto se constituye en una disputa entre los interlocutores que lo quieren dominar. Según la forma como se establezca esta relación con el objeto del discurso, se puede tipificar como:

*Discurso lúdico.* Cuando la reversibilidad –interacción en doble vía– entre interlocutores es total, el objeto del discurso se mantiene y de esto resulta la polisemia abierta. En este tipo de comunicación, la participación está abierta y no hay temores para hacerlo.

*Discurso polémico.* Cuando la reversibilidad se mantiene bajo ciertas condiciones, el objeto del discurso está presente bajo perspectivas particulares de los participantes, resultando así una polisemia controlada.

*Discurso autoritario.* Cuando la reversibilidad tiende a ser nula y el objeto del discurso se oculta por el modo de expresarse de alguien, impidiendo así la emergencia de polisemia.

El profesor que con su postura hace creer que sabe mucho, el que simplemente expone todo el tiempo, el que considera la matemática como conjunto de verdades absolutas, es decir, aquel profesor con concepciones platónicas de la matemática es quien, justamente, tiene un discurso

autoritario. Aquel otro profesor que percibe la matemática como construida socialmente y que convierte la comunicación en un proceso de interacción social, permite en su clase un discurso lúdico o polémico. El discurso lúdico se da en el momento que cada estudiante puede expresar libremente su interpretación, su conjetura o solución a una situación, mientras que el discurso polémico empieza cuando se confrontan las diversas interpretaciones y soluciones, teniendo que iniciarse un proceso de negociación de significados y de búsqueda de consenso.

Otro aspecto importante que debe convertirse en objetivo del currículo de matemáticas, especialmente en los niveles de educación básica y media, es el desarrollo de la capacidad de comunicación oral y escrita de los estudiantes. Para Ponte *et al.* (2007), el lenguaje oral sirve de soporte al pensamiento e, incluso, es a través de él que se desarrollan los aspectos esenciales de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática; sin embargo, el lenguaje escrito, incluyendo todo tipo de registro escrito, simbólico o representación iconográfica, es una forma complementaria de comunicación y un medio importante que permite a los alumnos reflexionar sobre su comprensión matemática, y hacer explícitas las conexiones entre diversos conceptos. Según estos autores, esta es la forma como los estudiantes desarrollan su capacidad de comunicarse matemáticamente, entre ellos y con el profesor.

La capacidad de comunicación de los alumnos depende, en gran medida, de la forma como los profesores organizan sus actividades; según Shepherd (citado en Menezes y Ponte, 2006), en esta intervienen diversos factores como: presentación de materiales adecuados, selección de tareas que sean relevantes e interesantes, formulación de preguntas que fomenten el pensamiento divergente y creativo, y el trabajo en grupo.

El trabajo en grupo es una de estas formas de organización de las actividades de clase, para lo cual es aconsejable que los estudiantes tengan la oportunidad de presentar sus puntos de vista, de controvertirlos y de llegar a consensos. Aquí, aprender a expresarse y a escuchar (lenguaje oral) son dos dimensiones necesarias en el desarrollo de las clases de matemáticas, ya que la conjeturación y la argumentación son parte integral del desarrollo del pensamiento matemático. Una condición necesaria para que se vayan cimentando los conceptos y significados matemáticos es que los estudiantes tengan libertad para comunicarse, es decir, que el tabú de la matemática como disciplina rígida, como generalmente es entendida (un curso disciplinado es

el que permanece en completo silencio), debe romperse, de tal forma que los estudiantes vayan autorregulándose y participando de forma apropiada. Según Ponte *et al.*,

La discusión, al suponerse una cierta igualdad, envuelve tanto a los alumnos como al profesor, en un espacio donde se comparten significados e ideas matemáticas, construidos oralmente en la clase, valorizando la argumentación, ya sea en la defensa de ideas matemáticas individuales, o en la construcción de contraejemplos, con el fin de confirmar o descartar relaciones o conjeturas matemáticas, generalmente en la búsqueda de estrategias de resolución de problemas o en la exploración de nuevos caminos (2007, p. 48).

Para la resolución de problemas, por ejemplo, la comprensión lectora es fundamental; además, la escritura está íntimamente relacionada con la lectura, así que la escritura asume un papel importante, debido a que, de alguna manera, un escrito es una sucesión de ideas ordenadas coherentemente, aspecto que en matemáticas hace parte de su estructura. Aprender a comunicarse en la lengua materna es imprescindible para un buen desempeño en matemáticas, dado que estas tienen su lenguaje simbólico propio. Como prueba de la importancia de la comunicación en la clase, recientemente

algunos programas de formación incluyen cursos o disciplinas sobre la problemática de la comunicación educativa. En los últimos años, la comunicación, especialmente la escrita, ha ganado una visibilidad creciente en la enseñanza de la Matemática, surgiendo como uno de los objetivos curriculares de esta disciplina, ya sea en los documentos oficiales o en las pruebas y exámenes (Ponte *et al.*, 2007, p. 40).

Para desarrollar la habilidad de escribir, un recurso valioso en la clase de matemáticas son las narrativas, que, según Souza, son

una forma de expresión que aproxima lenguaje y experiencia, o sea, la narrativa supone el placer de contar y oír historias; historias que se alimentan de los acontecimientos que permean la vida de narradores y oyentes. [...] Por tanto, la narrativa puede definirse como una forma de expresión que concilia el lenguaje con la vida de las personas, tanto en su dimensión colectiva como individual (citado en Jiménez, 2002, p. 50).

Las narrativas, como constató Jiménez (2002), exigen organizar las ideas para producir un texto, y cuando estos textos son leídos en grupo, al permitirse la discusión, comienza un proceso de (re)lectura que obliga al autor a aclarar lo que él mismo escribió, permitiendo nuevos significados y nuevas interpretaciones mediante un proceso dialógico –de diálogo abierto– entre los participantes, que al final lleva a que no haya una distinción clara entre el significado del autor del texto y el significado dado por los demás<sup>2</sup>. Bakhtin expresa esto diciendo que “las palabras se dividen para cada uno de nosotros en dos categorías, mis palabras y las palabras del otro, pero las fronteras entre esas categorías pueden ser fluctuantes, siendo en las fronteras entre esas dos categorías que se da un fuerte combate dialógico<sup>3</sup>” (2000, p. 384).

Sin embargo, ¿cómo escribir narrativas y desarrollar habilidades de escritura si no se tienen de lectura? Muniz y Borges (2008, p. 380) destacan que para el desarrollo de habilidades de lectura en las clases de matemáticas, el profesor tiene varios recursos, que están ahí, pero que generalmente no se usan, como los relatos históricos que traen los libros didácticos, las mismas definiciones y enunciados de los problemas, los artículos de periódicos y artículos científicos. Hacer que los estudiantes lean una definición o el enunciado de un problema y que expresen con sus palabras lo que entendieron, y confrontarlo con lo que entendieron los demás, es sin duda una buena estrategia, tanto para mejorar la comprensión lectora, como para desarrollar la argumentación, ya que una de las grandes dificultades en la resolución de problemas es que no se entiende el enunciado. Una vez hecho este ejercicio de forma oral, se puede pedir que inmediatamente lo escriban y luego lo lean y pregunten a los demás estudiantes sobre qué entendieron.

<sup>2</sup> Este proceso que permite replantear lo que cada uno sabe hasta llegar a construir un concepto, Jiménez (2002) lo llamó (re)significación.

<sup>3</sup> El término dialógico, se refiere al diálogo.

Ahora, una vez resuelto un problema por el estudiante, al dar la oportunidad de discutir las explicaciones a los procesos de solución, escritas y leídas, o en la consolidación de algún concepto, se terminan discutiendo las diferentes conjeturas que cada alumno da, y la negociación lleva a buscar la mejor conjetura, que normalmente debe ser la del conocimiento matemático disciplinar. La mejor conjetura es justamente la hallada a través del consenso, mediante la argumentación, y se encuentra, como dice Bakhtin, en la frontera de las diferentes interpretaciones. Este puede ser un camino para permitir que se abra paso a que el estudiante aprenda a argumentar, aspecto fundamental en matemáticas, pues no es posible llegar a demostrar sin una habilidad argumentativa.

Siguiendo en orden creciente de dificultad, aparece la demostración. Resulta curioso que la argumentación y la validación, siendo elementos esenciales en matemáticas, no sean el núcleo de la clase, y sí, la repetición y memorización de algoritmos. La complejidad y dificultad de la demostración ha generado cambios drásticos en los currículos. Con la llegada del Movimiento de la Matemática Moderna, en la década de los sesenta, la simbolización, el lenguaje abstracto y la demostración rigurosa, por ejemplo, entraron en el currículo de la educación básica y media; esa excesiva rigurosidad, como bien es sabido, trajo mayores dificultades al aprendizaje de la matemática en este nivel, hasta el punto de que algunos críticos consideran ese programa un fracaso (Vasco, 1994; Miorin, Miguel e Fiorentini, 1993). Con las nuevas reformas curriculares en los años ochenta, yendo de un extremo a otro, la demostración prácticamente desapareció del lenguaje de la matemática en ese nivel; con ese nuevo enfoque curricular se valoriza el trabajo empírico, que, dicho sea de paso, en el nivel de la educación básica y media es fundamental, pues es el que permite, a partir de casos y constataciones particulares, buscar la generalización y la conjeturación, para luego sí intentar la demostración o, en palabras de Mason *et al.* (1998), “el convencer”. Ahora, el desarrollo del currículo que simplemente repite algoritmos, enunciados o conceptos, y ‘experimenta’ casos particulares sin analizar su validez, genera también problemas, pues la esencia de la matemática desaparece.

Según Soares y Pereira, “esa posición es tan perjudicial al alumno como la postura anterior [la de la Matemática Moderna], ya que él no participa de una de las características de la actividad matemática. El ejercicio de ver con los estudiantes cómo se configura una conjetura en matemáticas, y que además puede validarse, hará que él perciba la diferencia de la matemática de otras ciencias” (2008, p. 633); de esta forma, las pequeñas (o más complejas) demostraciones

de conjeturas o proposiciones matemáticas que se hagan en el nivel básico van más allá de que el profesor ‘reproduzca las demostraciones’, y pasan a que, mediante un buen proceso de comunicación dirigida, se construya la demostración. Según estos autores, parece haber consenso entre los investigadores sobre la relevancia de la demostración en la educación básica, sin embargo, consideramos que se debe ampliar el significado de la demostración, en el sentido de que se comience valorizando las verificaciones empíricas en casos particulares y se pase al cuestionamiento y a la posibilidad de elaborar conjeturas, refutaciones y búsqueda de contraejemplos, todo lo cual requiere que se asuma la comunicación como proceso de interacción social, como ya fue discutido.

La prueba o demostración en matemáticas se presenta como una sucesión finita de proposiciones, encadenadas por inferencias lógicas. Se parte de los axiomas –enunciados que se asumen verdaderos– y de estos se derivan proposiciones que han sido ya deducidas de los axiomas por inferencias lógicas o por reglas tautológicas. Puede pensarse que la demostración se asume solo en el nivel superior –solo para “los matemáticos”–, sin embargo, ¿cómo aprender a demostrar si desde los primeros niveles no se fomenta la argumentación? En la mayoría de los casos, incluso para quienes estudian una carrera profesional en matemática, no se va más allá de tener que memorizar las demostraciones, o en todo caso el desgaste es enorme para llegar a alcanzar este nivel, pues no se ha aprendido a argumentar. Es aquí donde el fomento de una buena comunicación en la clase de matemáticas se convierte en un elemento indispensable y puede hacer la diferencia.

Pero volvamos a la demostración. Aceptar una proposición como verdadera implica que sea demostrada. Según Carnelli *et al.*,

la validación matemática [demostración], al igual que otros tipos de validaciones científicas o tecnológicas, resulta de una serie de tradiciones y “acuerdos” en el seno de una comunidad, en este caso la matemática, sobre lo que es correcto y verdadero, y sobre los medios, lógicos y simbólicos, que permiten aceptarlo. [...] Este carácter “institucional”<sup>4</sup> que tiene la validación, le confiere una componente

<sup>4</sup> El término “institucional” se refiere a la matemática aceptada como disciplina, como la Ciencia Matemática.

social y comunicativa que se pone en juego al momento de aceptar como matemáticamente válido un cierto conocimiento, pues para ello debe existir una teoría consolidada, comunicada y científicamente aceptada, capaz de explicarlo (2008, p. 26).

Si a la demostración de una conjetura o proposición se llega “por acuerdos en el seno de una comunidad –la comunidad matemática–”, se espera que la clase de matemáticas siga el mismo procedimiento. Cuando un concepto, definición o enunciado de una proposición se da simplemente como algo ya acabado, listo, sin discusión, no se está haciendo matemáticas, pues todo resulta como *verdades reveladas* por seres extraños –a veces divinizados, y algunos se lo creen–, así se digan profesores.

Esta característica de la matemática para la aceptación o validación de un concepto le confiere un componente social, que se pone en juego, justamente, en el momento de aceptar como matemáticamente válido un cierto conocimiento. Es la misma característica que en un verdadero ambiente de aprendizaje asume la clase de matemáticas.

En un ambiente de aprendizaje centrado en la comunicación, cada estudiante, a través de la argumentación, puede mostrar si su conjetura es válida o no, y escuchando los argumentos de sus compañeros puede llegar a consensos, replanteando sus argumentos y conjeturas, o simplemente a aceptar que su conjetura es falsa. Lo importante aquí es el proceso realizado para llegar a la validación de una conjetura, hasta convertirse en proposición.

## INTERACCIONISMO SIMBÓLICO EN LA CLASE DE MATEMÁTICAS

Según Sierpinska y Lerman (en Godino y Batanero, 1994), el *interaccionismo* es una de las aproximaciones a la investigación sobre el desarrollo intelectual, el cual promueve una visión sociocultural sobre las fuentes y el crecimiento del conocimiento; este enfoque de la comunicación enfatiza como foco de estudio las interacciones entre individuos dentro de una cultura, en lugar de centrarse sobre cada individuo en particular.

Los fundamentos de la perspectiva interaccionista, según Sierpinska y Lerman, indican que el aula se convierte en un ambiente de aprendizaje que favorece la discusión, la pregunta, la concertación y la negociación de significados, y que al maestro le corresponde propiciar el ambiente interactivo del aula, de tal manera que tanto docente como estudiantes sean interlocutores activos en un espacio vivo, en el cual se llevan a cabo relaciones entre los individuos, adoptando sus propias normas, privilegiando la negociación de significados, el consenso y el respeto por la subjetividad de las construcciones personales. Este ambiente interactivo permite que el individuo realice sus propios constructos y se dote de significado mediante la participación en los procesos sociales que se derivan no solo del aprendizaje individual, sino de la interacción social, ya que este hecho hace que, de las ideas individuales, se construyan conocimientos compartidos y validados por el grupo.

Desde la teoría interaccionista, según Voigt (citado en Godino y Batanero, 1994, p. 30), “la interacción social no funciona como un vehículo que transforma el conocimiento objetivo en conocimiento subjetivo, sino que, de hecho, la interacción social hace posible que las ideas subjetivas lleguen a ser compatibles con la cultura y con el conocimiento intersubjetivo como el de las matemáticas”. Según Godino, el conocimiento es el resultado de la construcción personal del sujeto enfrentado a situaciones problemáticas, involucrando de forma directa la interacción con otras personas, en este caso los mismos compañeros, pero el docente juega un papel fundamental como experto, orientador y generador de aprendizajes.

Cuando se habla de interacción, necesariamente está implícita la interpretación; para que exista una adecuada comunicación en la interacción, los sujetos deben comprender y compartir significados, interpretar palabras, símbolos, gráficos, etc. Dado que la matemática usa un lenguaje específico y es una forma de ver el mundo, la perspectiva interaccionista defiende el carácter discursivo del conocimiento; discurso que depende en gran medida de la comunicación y construcción de significados en los diversos contextos. De la misma manera, para la perspectiva interaccionista el lenguaje se usa no como transportador de sentido, sino como una práctica social que favorece la reflexión y la negociación.

En el aprendizaje, el lenguaje es, por excelencia, la forma de conocer, que se da en la interacción y la participación de todos en la clase. Así, la aprehensión de los conceptos y el desarrollo del pensamiento matemático se dan por la constitución de una práctica social interactiva. De

acuerdo con lo anterior, la construcción de significados emerge de procesos interactivos e interpretativos, y la acción del sujeto se orienta a través de las interpretaciones elaboradas en la relación con otros, es decir, en la concertación de significados (Yackel, citado en Godino y Batanero, 1994).

Por consiguiente, en las perspectivas interaccionistas, el significado está en el uso de las palabras, gestos, frases, signos y símbolos, más que en los sonidos o representaciones. De ahí la importancia dada al lenguaje concebido como “un moldeador activo de la experiencia” (Yackel, citado en Godino y Batanero). Si se tiene en cuenta que la matemática se considera una forma particular de lenguaje, de discurso, con esta forma de trabajo centrada en la comunicación la clase deja de verse solamente como un transporte de significados y una representación objetiva de las cosas y del mundo, para convertirse también en acción social, en práctica social.

De este modo, el objetivo central del interaccionismo simbólico utilizado en la clase de matemáticas es analizar y comprender mejor las situaciones tal como ocurren en la clase. A través de la negociación de significados e interpretaciones, el estudiante construye y comparte sus conceptos intersubjetivamente con la ayuda de los otros y así puede comprender, interpretar y contrastar, a través de la discusión y el debate.

Según la teoría de la instrucción (preferimos decir de la educación) matemática significativa, de Juan Godino (1994), se plantea como aprendizaje interaccionista el que tiene en cuenta o atribuye un papel clave a la interacción social, la cooperación, el discurso, la comunicación, además de la interacción del sujeto con las situaciones problemáticas.

De acuerdo con estudios de Godino sobre la construcción del significado de los objetos matemáticos, en ella intervienen los significados institucionales –los de la matemática disciplinar vistos en ese nivel (el currículo)–, los significados dados por los docentes y los personales de los estudiantes, considerados como una conjunción; esto es, los elementos del triángulo didáctico. En estas condiciones, la interacción de significados disciplinares, docentes y personales de los estudiantes se da sobre el conocimiento (concepciones epistemológicas y culturales) y los recursos usados para tal fin, llamados por Godino *Interacción Didáctica*.

## LA COMUNICACIÓN EN MATEMÁTICAS SEGÚN ALGUNAS TEORÍAS DE APRENDIZAJE

Para Menezes y Ponte (2006), la naturaleza y el papel de la comunicación en la clase de matemáticas hacen que el espacio de esta sea sustancialmente diferente al propuesto en otras teorías de aprendizaje.

Sierpinska (citado en Godino y Batanero, 1994) contrasta los diferentes papeles que la comunicación puede desempeñar en las clases de matemáticas que adoptan una orientación constructivista, socio-histórica o interaccionista. Para describir una clase de corte constructivista, inspirada en la escuela piagetiana, propone la siguiente metáfora: *los alumnos hablan, el profesor escucha*; esta clase adopta una pedagogía centrada en el alumno, donde el profesor asume el papel de oyente atento y también de cuestionador, dispuesto a clarificar las diversas interpretaciones de los estudiantes; de este modo, Sierpinska cree que “la comunicación es un problema, en el sentido de que es difícil explicar cómo es que se hace posible” (p. 3), señalando que el salón de clase puede ser un punto de encuentro de un conjunto de mentes que a través del lenguaje vinculan sus pensamientos individuales. En una clase basada en la orientación socio-histórica, la comunicación matemática puede ilustrarse por la siguiente metáfora: *los profesores hablan, los estudiantes escuchan*; en esta perspectiva, inspirada en la Escuela de Vigoski, el aprendizaje es una *enculturación* sobre estructuras sociales preexistentes, siendo el lenguaje un medio de transmisión cultural de conocimientos y valores a las nuevas generaciones; así, el lenguaje es fundamentalmente un instrumento de comunicación unidireccional, y esta es entendida como un hecho cultural. Para caracterizar la perspectiva interaccionista de la comunicación en la clase de matemáticas, Sierpinska presenta una tercera metáfora: *profesores y alumnos en diálogo*; en esta perspectiva, tanto en los procesos individuales de atribución de sentido como en los procesos sociales, la comprensión personal se da a través de su participación en la negociación de las normas y los significados en clase.

Con lo discutido anteriormente se puede evidenciar que la interacción en cualquier ambiente es una constante social, y en una clase la situación no es diferente. Siempre que nos relacionamos con nuestros semejantes, necesariamente subyacen patrones de interacción; aunque a veces no sean tan evidentes, dichas interacciones surgen del contacto con el mundo que nos rodea, del contexto.

Para Godino y Llinares (2000), el tipo de discurso, o sea, la comunicación oral o escrita en el aula, realizada por el profesor y los alumnos, es un aspecto central y determinante de lo que los alumnos aprenden en matemáticas. Si el docente se empeña en usar un patrón de interacción *unidireccional*, donde el principal protagonista de la clase es él, y se tienen como recursos didácticos solo el tablero, el marcador y, en últimas, el libro de texto, el significado de las matemáticas será muy diferente al que se concebiría en una relación rica de interacción entre docente, estudiantes y saber matemático. En este sentido, si en el triángulo didáctico (profesor-conocimiento-estudiante) se permite una verdadera interacción, la clase de matemáticas es un núcleo de aprendizaje.

En el *patrón extractivo* surge una actividad ambigua; los estudiantes tratan de dar solución a una pregunta, problema o situación problémica planteada; el profesor examina las respuestas con el fin de orientar donde se presenten divergencias; se reflexiona sobre lo obtenido, y la solución del problema es el fin de la actividad. Lo contrario ocurre con *el patrón de discusión*, donde el conjunto de interpretaciones y soluciones son el medio fundamental para que surja la explicación; el docente formula una situación problémica; después de discutir su solución en grupos, se procede a explicar las diferentes formas de solución obtenidas, a examinar dónde se apoyan, se rebaten y se validan ideas; semejante al patrón de *afirmación-prueba*.

Sierpinska (citado en Godino y Batanero, 1994) propone dos tipos o patrones de interacción, uno *afirmativo* y el otro *interrogativo*, que en su traducción al español pueden interpretarse por los términos ¿eso es! y ¿está seguro?, respectivamente. Desde esta perspectiva se propone hacer que el estudiante entre en duda constante, teniendo como herramienta didáctica la pregunta, para suscitar procesos analíticos, reflexivos y argumentativos; de este modo se origina en el estudiante un deseo por comprobar y no solo por encontrar la respuesta, que es lo habitual.

En síntesis, en cuanto a las interacciones generadas en contextos de enseñanza y aprendizaje, podría decirse que existen muchas; cada docente crea, fruto de su exploración y experiencia, su propio patrón de interacción con él mismo, con el educando, con la didáctica y con el saber, evidenciando relaciones unidireccionales, bidireccionales o multidireccionales, según lo crea conveniente.

## El profesor y la pregunta

El arte de preguntar ha sido defendido en la metodología de la matemática como una herramienta que el profesor debe implementar para mejorar la participación de sus estudiantes en la clase. A continuación se presentan aportes, al respecto de la pregunta, en la clase de matemáticas.

Según Ponte *et al.* (2007), el discurso del profesor constituye, en la perspectiva interaccionista, una práctica social, y como tal, el sistema lingüístico es el medio de comunicación social y cognitivo. Hacer preguntas es una de las principales formas que el profesor tiene para dirigir su clase, manteniendo control sobre el proceso de comunicación.

Para Menezes (2004), los beneficios que se obtienen al hacer preguntas son, entre otros, detectar dificultades de los estudiantes, ayudar al alumno a pensar, obtener información que no se tiene, provocar indirectamente la realización de acciones, orientar a los estudiantes a organizar la información relativa a un saber, validar la cantidad y calidad de conocimiento de los alumnos y motivar.

Una opción sobre el cuestionamiento en la clase de matemáticas, pero ahora centrada en el estudiante, es decir, haciendo que sea el propio estudiante quien se cuestione, es sugerida por Johnn Mason *et al.* (1998). Según estos autores, una forma inteligente de proceder cuando estás atascado en la solución de un problema –ya sea el estudiante, el profesor o cualquier otro solucionador– es concentrar la atención, tratando de estudiar los razonamientos que sugieren preguntas claves como: ¿qué es lo que sé?, ¿qué es lo que quiero?, ¿cómo puedo comprobarlo? Cuando se hacen este tipo de preguntas en clases de matemáticas, el profesor permite que sus estudiantes identifiquen problemas, hace poner en duda sus afirmaciones y los hace acercarse a la terminología propia de la matemática, permitiendo que sean capaces de hacer conjeturas, de buscar argumentos que justifiquen o refuten sus respuestas y de llevarlos a la comprobación. De esta forma se hace que el estudiante sea autocrítico y que pueda evaluar distintos enfoques que lo lleven a redefinir y cambiar de dirección cuando sea del caso; Mason *et al.* (1998) denominan “atmósfera de pensamiento matemático” a este proceso, que consiste en preguntar, desafiar y reflexionar.

El papel que las preguntas desempeñan en el discurso del profesor es destacado también por el NCTM:

en la medida que los profesores acojan las recomendaciones aquí presentadas, en esta visión de la enseñanza, esperamos que los profesores pregunten y estimulen a los estudiantes a formular preguntas como las siguientes: ¿Qué piensan de lo que Janine dice?, ¿conducen?, ¿o no están de acuerdo?, ¿alguien da la misma respuesta, más explícita o de manera diferente?, ¿quiere hacer esa pregunta al resto del grupo?, ¿cómo llegó a esa conclusión?, ¿eso tiene sentido?, ¿en caso contrario? (1994, pp. 3-4).

Polya (1992) presenta una visión sobre la solución de problemas en la clase de matemáticas, según la cual el papel cuestionador del profesor es extremadamente importante, pues con sus preguntas, que pudieran haber surgido en el propio estudiante, ayuda a sus alumnos a salir de los bloques.

Para Menezes (2004), al momento de hacer preguntas se debe tener cuidado en aspectos como la claridad y la concisión; variar el nivel de dificultad, involucrando a la mayoría del grupo; formular las preguntas a todo el grupo y después individualizarlas; evitar responder el mismo profesor las preguntas; luego de la respuesta de un alumno preguntar por qué y hacer preguntas abiertas, brindando un tiempo de pausa después de la pregunta. Es de destacar que es la calidad de las preguntas formuladas por el profesor, y no la cantidad de ellas, lo que puede dinamizar las clases. Por otro lado, también es importante que el profesor plantee situaciones problemáticas para propiciar espacios de mayor discusión.

Hay preguntas relacionadas con la regulación del aprendizaje; según Menezes (1995), son para confirmar o probar los aprendizajes de los estudiantes. Como en este caso tienen una característica evaluativa, cuando un estudiante no responde o la respuesta no es la apropiada, la pregunta se hace a otro, de tal manera que se va focalizando el tema con nuevas preguntas o reformulaciones de la primera pregunta, hasta obtener la respuesta esperada. Ahora, formular preguntas que no tengan el fin anterior y que sean interesantes es más difícil para el profesor, ya que deben desencadenar el pensamiento de los estudiantes y retarlos a encontrar respuestas, lo que requiere formación específica sobre comunicación, como proceso de interacción social.

## La pregunta como técnica de enseñanza

La pregunta del profesor siempre ha desempeñado un papel importante en la enseñanza de las diversas materias. El empleo de la pregunta, por sus potencialidades, cumple con propósitos como facilitar el proceso de comunicación, porque en forma inmediata puede hacer retroalimentación; es una forma de buscar el consenso en los argumentos que se plantean producto de un análisis; contribuye a deshacer planteamientos incorrectos; impulsa o frena la participación, según el caso, y posibilita el control del grupo y su conducción hacia el objetivo.

Menezes (1995) señala dos razones para que el profesor centre la atención en las preguntas. La primera, porque inhibe que el profesor hable por largo tiempo, y la segunda, porque dadas las potencialidades la pregunta se puede aumentar y mejorar la participación de sus alumnos en clase. Teniendo en cuenta la primera razón, se considera que los profesores, en la mayoría de las veces, hablan más que los alumnos –en verdad, a veces solo hablan ellos– y cuando se dirigen a ellos lo hacen en forma de preguntas, cuya respuestas requieren de memorización y, muchas veces, del desarrollo de algoritmos, entre otros. Teniendo en cuenta la segunda razón acerca de las potencialidades de la pregunta, se considera que los docentes, por lo general, cuando formulan preguntas no saben cuál es el objetivo, no dan el tiempo necesario para la respuesta o las utilizan como norma de conducta para aquellos estudiantes que se encuentran distraídos; pero es indiscutible que el profesor debe evitar realizar preguntas dirigidas a herir susceptibilidades o a poner de manifiesto la ignorancia de algún alumno interrogado.

## La pregunta del profesor como objeto de estudio

Varios estudios destacan la importancia de la pregunta del profesor. Gallagher (citado en Menezes, 2004) señala que más de la mitad de las preguntas hechas por el profesor requieren de la memorización, y menos de un quinto requieren de una reflexión cuidadosa y de un buen raciocinio de los alumnos. Además, argumenta que las preguntas hechas por el profesor determinan en gran parte la creatividad y la capacidad de sus alumnos. Davis e Tinsley (1967), Bartolomé (1969) y Gall (1970), entre otros, (citados en Menezes, 2004) recomiendan que en las clases de matemáticas se involucren preguntas que provoquen el pensamiento de los alumnos, y se disminuya el número de preguntas que tengan como principal finalidad el recuerdo de hechos o de algoritmos.

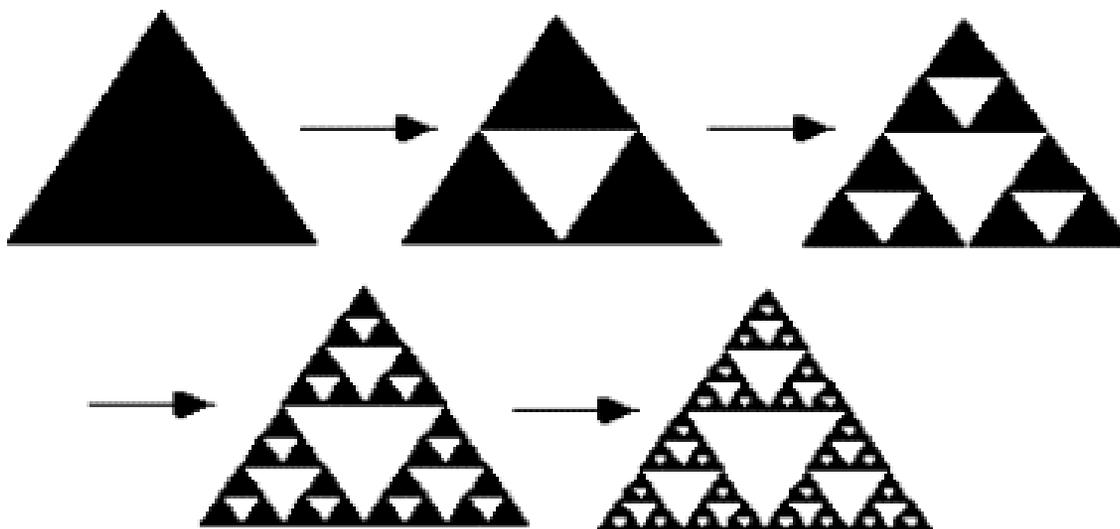
## La respuesta como técnica de apoyo

Una de las habilidades que debe tener el profesor es manejar la técnica de la respuesta, la cual requiere saber escuchar, para así procesar su respuesta de manera tal que interprete, reflexione, amplíe, resuma y reconstruya o ejemplifique lo que los estudiantes de la clase plantean. Cualquiera que sea el caso, se debe llevar al estudiante a justificar su respuesta, de tal manera que esté en correspondencia con la finalidad y el objetivo de la clase; esto puede ser orientado por el profesor a través de preguntas como: ¿qué razones tienes para...? y ¿por qué crees que...?

Es importante destacar que los profesores necesitan entender cómo preguntar, saber cuál es la finalidad del cuestionamiento que hacen en sus aulas y tener claro cuál es el propósito. Ainley investigó las percepciones que los alumnos tenían sobre los propósitos de las preguntas hechas por el profesor, y concluyó que existe un desfase entre el propósito que el profesor tiene en mente cuando lanza la pregunta y la percepción que los alumnos tienen de las finalidades de esa pregunta. Es también de señalar la existencia de enunciados que, bajo la forma interrogativa, no presuponen cualquier respuesta del alumno, porque ésta es obvia y porque el profesor no concede el tiempo necesario o no hace una pausa después de la pregunta.

### UNA EXPERIENCIA

Para generar un ambiente apropiado en clase de matemáticas, el trabajo en grupo es fundamental. La experiencia indica que el trabajo en grupos de tres estudiantes (parece el número más apropiado) es muy productivo, para luego realizar plenarias, donde cada grupo defiende sus respuestas, sus soluciones o sus conjeturas. Aquí el profesor se convierte en moderador que dinamiza el trabajo de discusión y argumentación hacia la búsqueda de consensos. A continuación se muestra un ejemplo de una actividad de clase en un grupo de estudiantes de licenciatura en matemáticas (Suárez y Monroy, 2007, p. 42).



Para iniciar se planeó una clase sobre fractales<sup>5</sup>, como inducción para el desarrollo de la actividad. Lo que aquí se presenta se hizo sobre el Triángulo de Sierpinski, trabajo organizado en grupos de tres estudiantes, con un coordinador en cada uno. Los grupos desarrollaron una guía-taller de trabajo sobre la construcción del fractal y luego se efectuó una plenaria para discutir las soluciones.

El triángulo de Sierpinski parte de un triángulo equilátero de lado unidad (figura cero), seguidamente se toman los puntos medios de cada lado y a partir de ellos se construye un triángulo equilátero invertido (figura 1). Ahora se repite el proceso con cada uno de los tres triángulos nuevos (figura 2). Al repetir indefinidamente el proceso se obtiene una figura fractal denominada Triángulo de Sierpinski<sup>6</sup> (Suárez y Monroy, p. 15).

En el desarrollo de la plenaria, el profesor interviene<sup>7</sup>:

<sup>5</sup> Los fractales son objetos geométricos autosemejantes, que por su irregularidad no pertenecen a la geometría tradicional. La estructura básica de los fractales se repite a diferentes escalas. La autosimilitud se refiere a que las partes tienen la misma estructura del todo.

<sup>6</sup> En el taller las figuras estaban numeradas, El triángulo inicial era la figura 0 (cero).

<sup>7</sup> Para los personajes de esta historia se utilizaron nombres ficticios.

*Profesor:* ¿De cuántas formas encontraron que se puede hallar el área de un triángulo sin colorear en la figura 1?

**Diana:** De una sola forma<sup>8</sup>.

*Lina:* ¿Alguien encontró más de una forma?

*Daniel:* Sí, ¿quién me dice de cuántas formas se puede hallar el área de un triángulo sin colorear? Le gasto onces al que diga, y si ninguno la encuentra me tienen que gastar todos onces.

*Lina:* ¡Listo!

La intervención de Daniel fue muy importante en el desarrollo de esta actividad, ya que en cada uno de los grupos se vio el interés por encontrar la o las otra(s) forma(s) de hallar el área. La tarea se convierte en un desafío para sus colegas. Después de unos minutos el grupo de Lina dijo haber encontrado la otra forma.

*Lina:* Una forma es aplicar la fórmula para hallar el área de un triángulo. Teniendo en cuenta que la longitud de lado mide  $1/2$ , hago lo mismo para cada triángulo. Pero como en la figura 1 todos los triángulos son congruentes, entonces divido el área del triángulo grande (figura 0) en cuatro, y el resultado es el área del triángulo sin colorear o inclusive también del coloreado.

*Profesor:* ¿Hay otra forma diferente, Daniel?

*Daniel:* Creo que no, las que había pensado fueron las mismas que Lina dedujo”.

*Lina:* ¡Me gane las onces!

*Profesor:* Efectivamente, Lina tiene razón.

Continuando con el desarrollo del taller, las figuras fueron de gran ayuda para que los estudiantes determinaran los patrones geométricos, y a la vez se les facilitó hacer las descripciones que se

---

<sup>8</sup> Dado el nivel en donde se desarrollaba el taller, no se hizo explícito el procedimiento del cálculo del área, el cual implicaba conocer el Teorema de Pitágoras.

planteaban en el taller. Otro grupo de preguntas se referían a la búsqueda de un patrón en la segmentación de los triángulos.

*Profesor:* ¿Qué procedimiento usaron para hallar el área de cada uno de los triángulos sin colorear en la figura 2?

*Carlos:* El numerador del área es siempre  $\sqrt{3}$

*Lina:* Tiene razón, y si observamos el [los] denominador[es], tienen todas las potencias de 4 es decir,  $4^1, 4^2, 4^3, 4^4 \dots \dots 4^n$

*Profesor:* ¿Tuvo en cuenta el número de la figura?

*Lina:* El número de la figura es el exponente de 4 que está en el denominador.

*Carlos:* Sí, Lina, pero al exponente de 4, le tenemos que sumar uno.

*Lina:* ¡No entendí!

*Carlos:* Observe la tabla y mire la secuencia que se lleva del área de una figura a otra.

*Carolina:* [...] Lina, lo que pasa es que el exponente de 4 es el número de la figura más uno, por ejemplo, para la figura 1, en el denominador tenemos:  $4^{1+1}=4^2$

*Daniel:* Como les quedó para la figura n.

*Carlos:* Todo está dicho; el numerador es  $\sqrt{3}$  y el denominador  $4^{n+1}$ .

*Profesor:* Muy bien.

En general se observó que el trabajo en grupo es una estrategia metodológica que ayudó a que los estudiantes debatieran varios puntos de vista; también se observó que en las plenarios los estudiantes expresaban sus ideas libremente, notando que tienen dificultades para escribir lo que piensan, mas no para decirlo verbalmente. De cualquier forma, este tipo de actividades favorecen la comunicación en la clase y efectivamente se convierten en el eje central del proceso de aprendizaje.

A partir de la actividad anterior, el profesor introdujo los conceptos de sucesión y de límite de una sucesión. Aquí la sucesión surge como algo con sentido y no simplemente como objeto abstracto sin referencia alguna, como expresión algebraica. Al contrario de lo acostumbrado en las clases rutinarias, que parten de dar la definición, en esta actividad se llega a ella, además que se percibe e intuye fácilmente su convergencia.

En este tipo de trabajo cada estudiante comparte la responsabilidad de la decisión y de la acción en su grupo. Las respuestas surgen de manera consensuada por el grupo, y el papel del profesor en la clase es de mediador de las discusiones y de organizador del discurso dado por los estudiantes y de las tareas de los distintos grupos, asegurando que no se den casos en que alumnos más avanzados opaquen la participación de los demás (Carnelli *et al.*, 2008).

## REFERENCIAS

- AINLEY, J. (1988). *Perceptions of Teachers Questioning Styles. Proceedings of the 12th International Conference - Psychology of Mathematics Education*. Vol. 1. Hungary.
- BAKHTIN, M. (2000). *Estética da criação verbal*. Terceira edição. São Paulo: Martins Fontes.
- CARNELLI, G.; Falsetti, M.; Formica, A. y Rodríguez, M. (2008). “Un estudio del aprendizaje de validación matemática a nivel pre-universitario en relación con distintas interacciones en el aula”. *Revista SUMA*, N.º 58, junio de 2008, pp. 25-40. Instituto del Desarrollo Humano. Universidad Nacional de General Sarmiento Buenos Aires. Consultado el 16/07/2010 en: [//www.revistasuma.es/index.php?option=com\\_content&view=category&layout=blog&id=30&Itemid=32&limitstart=6](http://www.revistasuma.es/index.php?option=com_content&view=category&layout=blog&id=30&Itemid=32&limitstart=6).
- DÍAZ, N. (1998). *Lenguaje y comunicación*. Consultado el 01/05/2010 en <http://pdf.rincondelvago.com/origen-elementos-y-tipos-de-comunicacion.html>.
- GODINO, J. D. (s.f.). *Hacia una teoría de la instrucción matemática significativa. Documento de trabajo del curso de doctorado “Teoría de la educación Matemática”*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. APM. Consultado el 14/05/2010 en: <http://www.ugr.es/loca/jgodino/articulos.htm>.

- GODINO, J. D. y Batanero, C. (1994). “Significado institucional y personal de los objetos matemáticos”. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(3): 325-355.
- GODINO, J. D. y Llinares, S. (2000). “El interaccionismo simbólico en educación matemática”. *Educación Matemática*, 12(1): 70-92. [En línea] Recuperado el 14/02/2010 de <http://www.ugr.es/local/jgodino>.
- JIMÉNEZ E., A. (2002). *Quando professores de Matemática da escola e da universidade se encontram: re-significação e reciprocidade de saberes. Tese de doutorado*. Campinas (São Paulo - Brasil): FE/ Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP).
- JIMÉNEZ E., A. (2005). *Formación de profesores de matemática: aprendizajes recíprocos escuela-universidad*. Tunja: Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia. Búhos Editores.
- JIMÉNEZ E., A. (2010). “La naturaleza de la matemática, las concepciones y su influencia en el salón de clase”. Tunja: Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia. [En prensa].
- MASON, J.; Burton, L. y Stacey, K. (1998). *Pensar matemáticamente*. Barcelona: Centro de Publicaciones del MEC y Editorial Labor. Traducción de Martínez, M.
- MENEZES, L. (1995). *Concepções e práticas de professores de Matemática: Contributos para o estudo da pergunta*. Tese de Mestrado, Universidade de Lisboa.
- MENEZES, L. (2004). *A importância da pergunta do professor na aula de Matemática*. Escola Superior de Educação de Viseu. Consultado el 10/09/2009 en: <http://sites.google.com/site/luismenezes2009/> - 37k.
- MENEZES, L. & Ponte, J. P. (2006). *Da reflexão à investigação: Percursos de desenvolvimento profissional de professores do 1.º ciclo na área de Matemática*. Escola Superior de Educação de Viseu e Centro de Investigação em Educação, Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa. Departamento de Educação e Centro de Investigação em Educação, Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.
- MIORIN, A.; Miguel, A. e Fiorentini, D. (1993). “Ressonâncias e Dissonâncias do movimento pendular entre álgebra e geometria no currículo escolar brasileiro”. *Revista Zetetiké*, 1(1): 19-40.

- MUNIZ, Valéria e Borges, Fábio. (2008). *Utilização da Linguagem Matemática como instrumento para reflexão sobre o ensino-aprendizagem: o caso da redação Matemática*. Campinas: Anais do Segundo Seminário de Histórias de/em Aulas de Matemática (SHIAM), pp. 377 - 387.
- NCTM. National Council of Teachers of Mathematics (1994). *Normas profissionais para o ensino da matemática*. Lisboa: APM e IIE (Trabalho original publicado em 1991).
- NCTM . National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Normas para o currículo e a avaliação em matemática escolar*. Lisboa: APM e IIE (Trabalho original publicado em 1989).
- POLYA, George. (1992). *Cómo plantear y resolver problemas*. Segunda edición. México: Editorial Trillas.
- PONTE, J. P.; Boavida, A.; Graça, M., e Abrantes, P. (1997). *Didáctica da matemática. Capítulo 4*. Ministério da Educação, Departamento do Ensino Secundário. Traducción de Pablo Flores. Profissional de professores do 1.º ciclo na área de Matemática. Consultado el 10/02/2010 en: <http://www.ugr.es/local/jgodino/>.
- PONTE, J.P. Da *et al.* (2007). “A comunicação nas práticas de jovens professores de Matemática”. *Revista Portuguesa de Educação*, 20(2): 39-74. Universidade de Lisboa, Faculdade de Ciências. Recuperado el 09/08/2010 de: <http://www.educ.fc.ul/docentes/jponte>.
- REPÚBLICA DE COLOMBIA (2000). *Lineamientos curriculares para la educación básica y media*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- SOARES, C. y Pereira, M. (2008). “Argumentações, provas e demonstrações na matemática escolar”. *Anais do Segundo Seminário de Histórias de/em Aulas de Matemática (SHIAM)*, pp. 632 - 645. Campinas.
- STENHOUSE, L. (1986). *La investigación como base de la enseñanza*. Madrid: Morata.
- SUÁREZ A., N. y Monroy, F. (2007). *Haciendo matemáticas a través de algunos fractales*. Monografía de grado, Licenciatura en Matemáticas, dirigida por Jiménez E., Alfonso. Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia. Tunja.
- Vasco, C. (1994). *Un nuevo enfoque para la didáctica de las matemáticas*, volúmenes I y II. Múnera, O. (comp.). Bogotá: Ministerio de Educación Nacional, Dirección General de Capacitación y Perfeccionamiento Docente.