

IMPORTANCIA DE LA SÚPER FÓRMULA EN LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA FRACTAL¹

Camilo Andrés García Pinilla²

Resumen

El proyecto busca orientar los conceptos básicos de la Geometría Euclidiana que tienen los estudiantes del Colegio de Educación Formal Flexible San Mateo, en este sentido se analizaron diferentes representaciones de la naturaleza por medio de la súper fórmula de Lame Gielis, como estrategia para el aprendizaje de la geometría fractal, haciendo uso de la herramienta virtual geogebra. Su desarrollo metodológico se fundamenta desde un paradigma cualitativo (Sandoval Casilimas, 2002) el cual enfocó su desarrollo hacia la comprensión y análisis de los diferentes comportamientos que tienen los individuos objeto de estudio, desde las siguientes fases metodológicas: Fase de observación, Fase de creación, Fase de aplicación y Fase de sustentación.

Palabras claves: Práctica pedagógica, matemáticas, aprendizaje, geometría fractal, geogebra.

1 Artículo de Investigación.

2 Estudiante de la Maestría en Didáctica de la Matemática. Licenciado en Educación Básica con énfasis en Matemáticas, Humanidades y Lengua Castellana de la Facultad de Estudios a Distancia y Licenciado en Matemáticas de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia. Especialista en Educación Inclusiva, Fundación Universitaria Juan de Castellanos E-mail: camilo.garcia02@uptc.edu.co

Cómo citar este artículo / To reference this article / Para citar este artigo:

López, H. (2021). Importancia de la súper fórmula en la enseñanza de la geometría fractal. *Revista Rastros y rostros del saber*, 6 (10), pp. 17 - 29

Fecha de recepción: 01 de junio de 2020
Fecha de aprobación: 10 de noviembre de 2020





IMPORTANCE OF THE SUPER FORMULA IN THE TEACHING OF FRACTAL GEOMETRY

Summary

The objective of the work seeks to guide the basic concepts of Euclidean Geometry that students of the Colegio de Educación Formal Flexible San Mateo have, in this sense to be able to analyze different representations of nature through the super Lamé Gielis formula, as a strategy for learning fractal geometry, making use of the Geogebra virtual tool. Its methodological development is based on a qualitative paradigm (Sandoval Casilimas, 2002) which focuses its development on the understanding and analysis of the different behaviors that individuals study from the following phases Methodological: Observation phase, Creation phase, Application phase and Sustaining phase



Keywords: Pedagogical practice, mathematics, learning, fractal geometry, geogebra.

IMPORTÂNCIA DA SUPER FÓRMULA NO ENSINO DA GEOMETRIA FRACTAL

Sumário.

O objetivo do projeto visa nortear os conceitos básicos de Geometria Euclidiana que os alunos do San Mateo Flexible Formal Education College têm, neste sentido, diferentes representações da natureza foram analisadas através da super fórmula de Lamé Gielis, como estratégia de aprendizagem fractal. Geometria, usando a ferramenta geogebra virtual. O seu desenvolvimento metodológico assenta num paradigma qualitativo (Sandoval Casilimas, 2002) que centrou o seu desenvolvimento na compreensão e análise dos diferentes comportamentos que os indivíduos do estudo têm a partir das seguintes fases metodológicas: Fase de Observação, Fase de Criação, Fase de Aplicação e Elevação

Palavras-chave: Prática pedagógica, matemática, aprendizagem, geometria fractal, geogebra.



INTRODUCCIÓN

El Colegio de Educación Formal Flexible San Mateo, se caracteriza por su lema "*Deber antes que vida*" institución de carácter privado reglamentada por licencia de funcionamiento según *Resolución No. 2690 del 2001* emitida por la secretaría de Educación departamental de Boyacá. Se destaca su enfoque Humanístico en su Proyecto Educativo Institucional (PEI), el cual tiene como objetivo una educación en valores y la no violencia.

En este mismo sentido, es una Institución de Educación Formal nivel básico y medio para jóvenes y adultos, estructurada según el *decreto 3011 de diciembre 19 de 1997 "por el cual se establecen normas para el ofrecimiento de la educación de adultos y se dictan otras disposiciones"*, en el cual se establecen los objetivos de educación para adultos dentro su Artículo 4°. El Colegio de Educación Formal Flexible San Mateo inició sus actividades en las ciudades de Bogotá y Tunja el 9 de enero de 2001 ofreciendo los ciclos I, II, III, IV, V, en las jornadas mañana, noche y sábados, siendo una de las primeras instituciones en ofrecer educación por ciclos.

Las directivas y cuerpo docente del Colegio San Mateo, han estructurado como meta una formación integral de sus estudiantes, que favorezca las diferentes dimensiones que constituyen una formación social, tal como se plantea en el Modelo Pedagógico del colegio (PEI, 2018). En este sentido el proyecto de aula "*Importancia de la Súper Fórmula en la enseñanza de la geometría fractal*" centralizó todo su desarrollo a la interacción social, del cómo la geometría se puede observar en nuestro entorno, y desde ahí reflexionar sobre el aprendizaje de la geometría fractal.

Según D'Amore (2008) en su libro *Matemática en todo*, presenta la súper fórmula de Lamé-Gielis, la cual permitió fundamentar el proceso desarrollado en el curso de Ciclo III, de la institución educativa. Durante la fase de observación se evidencia que los estudiantes logran reconocer y dominar algunas nociones básicas de la geometría (punto, línea, segmento, elementos de un polígono, etc.) sin embargo, al momento de buscar las formas aplicativas de esta, no lograban transpolar estos conocimientos a la vida diaria, es así como la problemática abordada y contexto educativo en el cual se evidencia, tuvo como herramienta didáctica la aplicación Geogebra 5.0 en la enseñanza de la geometría fractal, haciendo uso de la súper fórmula.

Por consiguiente, el proyecto tuvo como finalidad analizar diferentes representaciones de la naturaleza por medio de la súper fórmula de Lamé Gielis, como estrategia para el aprendizaje de la geometría fractal, la interacción directa con la fórmula y los procesos algorítmicos que esta desarrolla, permitió que los estudiantes analizaran diferentes variables de cambio de valores

iniciales en la estructuración y gráfica de las fotografías de su medio natural (Camargo & Acosta, 2012). En este sentido la aplicabilidad de la intervención pedagógica fue guiada desde la estructuración de diferentes talleres pedagógicos que fomentaron el desarrollo dentro del aula formativa sobre la geometría fractal, desde las cuatro fases metodológicas: 1) *fase de observación*. 2) *fase de creación*. 3) *fase de aplicación* y 4) *fase de sustentación*; las cuales permitieron a los estudiantes aprender a partir del trabajo colaborativo, la interacción (experiencia) con la súper fórmula y la herramienta virtual una forma de aprendizaje y representaciones presentes en la naturaleza.

CONSIDERACIONES TEÓRICAS

Matemática presente en nuestro entorno

La súper fórmula. El matemático e ingeniero francés Gabriel Lamé (1795-1870) (citado por D'Amore, 2008) elaboró una fórmula $\left[\left(\frac{x}{a}\right)^m + \left(\frac{y}{b}\right)^m = 1, \text{ con } m \text{ racional}\right]$ que tiene como objetivo representar simultáneamente una gran familia de curvas modificando algunos parámetros; esto, desde un punto de vista científico, constituye al máximo una curiosidad, ya que no parece representar un invierno matemático digno de pasar a la historia. Sin embargo, en 2003, el botánico belga Johan Gielis (de la Universidad de Nijmegen) la modificó a fin de poder representar *formas de la naturaleza*, ya sean seres vivos o inertes. El artículo de Johan Gielis fue publicado en el número 90 (2003) de *American Journal of Botany*.

La fórmula de Lamer-Gielis se le denomina la *súper fórmula*:

$$\frac{1}{r} = \sqrt[n_1]{\left|\frac{1}{a} \cos\left(\frac{m}{4}\varnothing\right)\right|^{n_2} + \left|\frac{1}{b} \sen\left(\frac{m}{4}\varnothing\right)\right|^{n_3}}$$

Geometría Fractal

El término fractal proviene del vocablo latino *fractus* que se traduce como "quebrado, fragmentado, etc." y fue acuñado por el francés Benoit Mandelbrot. Por otro lado, un concepto para tener en cuenta es el relativo a la "geometría fractal", también llamada "geometría de la naturaleza" y que en palabras de Braña:

"es un conjunto de estructuras irregulares y complejas descritas a través de algoritmos matemáticos y computacionales; los cuales reemplazan a los puntos, rectas, circunferencias y demás figuras provenientes de la matemática tradicional. Estos objetos tienen como características fundamentales las propiedades de autosimilitud y la de convivir con extraños paisajes formados por dimensiones fraccionarias" Se hará la distinción entre un "conjunto fractal" y "fractal natural". Conjunto fractal lo podemos definir como un ente

matemático, cuyas características pueden definirse rigurosamente (como figuras creadas), mientras que el fractal natural se representa a través de objetos naturales que tienen ciertas regularidades (que pueden ser nubes, estructura de árboles, costas) (2003, p.6).

En este sentido, debemos orientar los aprendizajes desde diferentes momentos y etapas para su enseñanza, ya que la población objeto (unidad de análisis), está comprendida en un 0.3% en la etapa de adultez, por ende, debemos de incursionar en el estudio de la andragogía, ciencia la cual orienta el aprendizaje del adulto.

Andragogía

La educación en la actualidad tiene que ser entendida como la formación desde la diferencia y diversidad de saberes y al mismo tiempo de edades, de acuerdo con Caraballo, a lo largo de la historia la andragogía ha sido conceptualizada como:

Una ciencia (Adam, 1970), un conjunto de supuestos (Brookfield, 1984), un método (Lindeman, 1984), una serie de lineamientos (Merriman, 1993), una filosofía (Pratt, 1993), cuerpo, campo de conocimiento, disciplina (Brandt, 1998), una teoría (Knowles et al., 2001), y como proceso de desarrollo integral del ser humano (Marrero, 2004), un modelo educativo (UNESR, 1999a), (2007, p. 107).

Por consiguiente, la educación andrágica según Roque L. Ludojoski (1971), en su obra *Andragogía. Educación del adulto* reconoce que esta teoría pedagógica surge de la necesidad de tomar conciencia de la insuficiencia existente en el campo educación para analizar e intervenir en los procesos de educación de los adultos. Por ello la andragogía tendría como finalidades:

- Formular los conceptos que permitan reconocer las particularidades de la personalidad de los seres humanos en su edad adulta y la especificidad de sus procesos educativos.
- Diseñar los lineamientos de una metodología didáctica apropiada para establecer procesos de enseñanza y de aprendizaje entre adultos.

Según los fundamentos se pretenden reconocer y conocer en el aula formativa del Colegio San Mateo, en la cual la población oscila entre los 15 y 45 años.

METODOLOGÍA

El proyecto de aula se constituyó desde un enfoque cualitativo (Casilimas, 2002), dentro del cual busca el conocimiento de la realidad social que viven los sujetos objeto de estudio y el sistema estudiado. Según Corbeta (2010), se convierten en aspectos relevantes en el proceso de investigación ya que

permite visualizar la importancia sobre las experiencias educativas de los individuos, en este sentido Casilimas (2010) permite interaccionar y ver la muestra no como seres humanos ajenos si no, por el contrario, establecer como expresan, desarrollan, analizan, utilizan, escriben su sistema de conteo, aplicado a la enseñanza y educación matemática.

De modo que el proyecto se estructuró desde las siguientes fases metodológicas:

1. Fase de observación
2. Fase de creación
3. Fase de aplicación
4. Fase de sustentación

RESULTADOS

Reflexiones de aprendizaje desde el aula formativa

Según Jiménez y Sánchez (2019) la enseñanza de la educación matemática no debe estar orientada a un proceso de mecanización y repetición, por ello cuando hablamos de enseñanza de la geometría nos remitimos usualmente a la que hemos venido utilizando desde nuestra formación básica primaria, básica y media referida a la geometría euclidiana, la cual recibe el nombre del griego matemático Euclides.

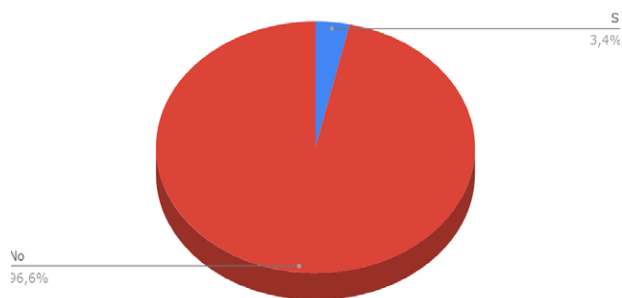
En este sentido la investigación de aula tomó algunos elementos geométricos para poder visualizarlos por medio de la Súper Fórmula de Lamé-Gielis, hacia la formación formal y práctica de la geometría. Según Camargo y Acosta (2012) se logra percibir en un primer momento, que los estudiantes tienden a tener dos puntos de vista al momento de comprender; uno de ellos el dominio empírico o enseñando que han venido utilizando y por otro lado, el aprendizaje teórico que están recibiendo, por consiguiente se presenta una contraposición al momento de hacer verificación (sistemas de evaluación) su accionar se ve afectado por los métodos empíricamente aprendidos en su vida diaria y el dominio teórico, ya que el estudiante argumenta y analiza los sistemas lógicos de la geometría en el campo experimental, en este sentido el proyecto de investigación se orientó para fomentar el desarrollo del pensamiento espacial y sistemas geométricos en los estudiantes del Ciclo III del Colegio San Mateo de la ciudad de Tunja, dicho proceso estructural fue evolucionando en las siguientes fases las cuales dan validez a los argumentos expuestos:

Fase de observación o fase apertura

Para Díaz (2011), el conocimiento siempre va estar ligado de la buena observación que el docente realice en su aula formativa; esta fase buscó redireccionar todos los aspectos observados en el aprendizaje de la Geometría, es así como la apertura tuvo como foco la aplicación de un test de geometría euclidiana y una pregunta abierta la cual se orientó hacia si el estudiante conocía el término de geometría fractal o lo había oído en su formación académica, en este sentido se pudo analizar que el 96.6% de la muestra obtenida de la población desconocía el término y un 3,4% lo había escuchado de manera informal, es decir no contaba con un conocimiento formalizado hacia la enseñanza o aprendizaje de la misma, como se observa en el siguiente *gráfico 1*.

Gráfico 1. Conocimiento sobre el término de geometría fractal

¿Conoce el término de Geometría Fractal?



Fuente: Investigador

Braña (2003), brinda diferentes concepciones que se utilizan al momento de estar explicando esta temática, sin embargo, nos referimos a esta área del conocimiento como la "geometría de la naturaleza", para el desarrollo de la intervención pedagógica.

Fase de creación o fase de estructuración

Para Brousseau (2000), en la fase de estructuración y aplicación, el docente debe hacer uso de un lenguaje matemático acorde con el grado de enseñanza, con el fin de evitar confusiones en los estudiantes al momento de la comprensión sobre la geometría y geometría fractal, ya que al ser un área que ellos desconocen el seguimiento y orientación se debe hacer desde la matemática formal.

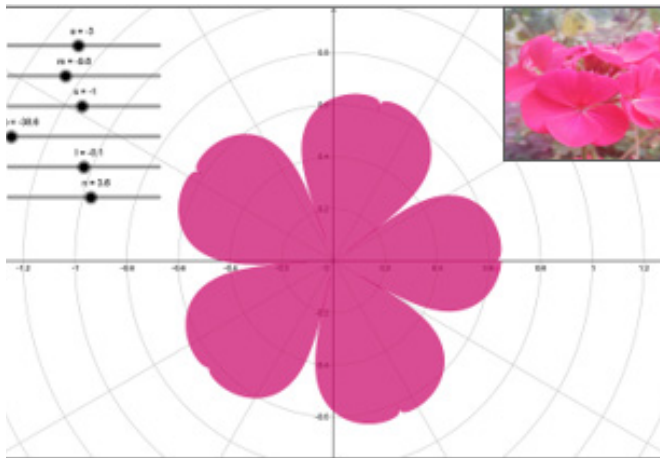
En este orden de ideas, se hace pertinente la estructuración de los diferentes talleres los cuales fueron orientados hacia el reconocimiento y afianzamiento de los conceptos aprendidos en el módulo de geometría durante el tercer periodo académico, teniendo como referente los lineamientos curriculares los cuales brindaron una estructuración secuencial de los mismos, permitiendo precisar algunos procesos generales presentes en toda la actividad matemática que explicitan lo que significa ser *matemáticamente competente*, es decir que la estructuración buscó que los estudiantes fortalecieron sus competencias a nivel de formular y resolver problemas, al mismo tiempo graficar procesos y fenómenos de la realidad por medio de la herramienta virtual Geogebra 5.0 y en este sentido lograr razonar, formular, comparar, ejercitar procedimientos y algoritmos para su posterior comunicación verbal y visual, haciendo uso del lenguaje matemático al momento de brindar la explicación teórica.

Fase de desarrollo y evaluación

En esta fase nos remitimos a nuestra metodología orientada por Casilimas (2002), la cual nos permitió comprender, analizar, orientar e identificar los diferentes comportamientos que tuvieron los estudiantes al momento de la aplicación de los talleres desde el pensamiento variacional, sistemas algebraicos y analíticos e implícitamente sistemas geométricos, ya que la súper fórmula analizó los diferentes valores iniciales los cuales brindarán la posibilidad de visualizar varias representaciones de la naturaleza, logrando argumentar e identificar las características de las diversas gráficas cartesianas (de puntos, continuas, formadas por segmentos, etc.) en relación con la situación que representan y reconocer el conjunto de valores de cada una de las cantidades variables ligadas entre sí en situaciones concretas de cambio (variación).

Se determinó que los estudiantes reconocieron el plano cartesiano como un sistema bidimensional que permite ubicar puntos como sistema de referencia gráfico o geográfico, por medio de asignación de los distintos valores iniciales en la Super Fórmula y al mismo tiempo descubrieron y utilizaron diferentes combinaciones numéricas para lograr graficar las imágenes de su medio natural (ver gráficos 2, 3 y 4), como se evidencio en los diferentes talleres, en este sentido lograron construir por medio de la herramienta virtual Geogebra 5.0 diferentes representaciones geométricas y pictóricas para ilustrar relaciones entre cantidades numéricas.

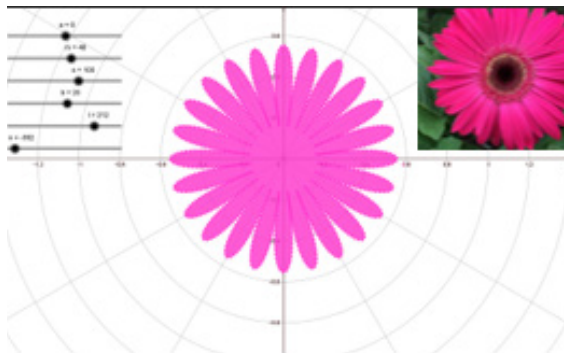
Gráfico 2. Mapeo de la flor de Geranium ssp.



Se evidencia que obtenemos la flor de Geranium spp cuando damos los siguientes valores iniciales: $a, l = 1; m, n = 2; s = -2$ y $b = 0$.

Fuente: José Miguel Míguez Caro.

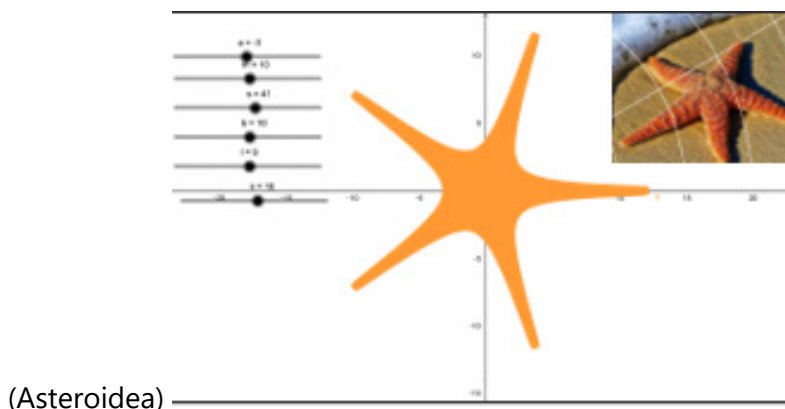
Gráfico 3. Mapeo flor de Gerbera



Se observa que obtenemos la flor de Gerbera cuando damos los siguientes valores iniciales: $a=8; m=48; n=-352; s=100$ $b=20$ y $l= 212$.

Fuente: Karen Sofía Chiquillo.

Gráfico 4. Mapeo estrella de mar



Se puede ver en el gráfico 4, que obtenemos una estrella de mar (Asteroidea) cuando tenemos los siguientes valores iniciales: $a=-3$; $m=10$; $n=18$; $s=43$; $b=24$ y $l=9$.

Fuente: Arguello Salamanca Kevin Smith.

Los estudiantes logran visualizar el comportamiento que va variando en la Súper Fórmula, cada uno de los valores iniciales para obtener las diferentes representaciones, números los cuales se evidencian en la descripción de la gráfica 2, 3 y 4.

CONCLUSIONES

La aplicación del proyecto de aula permitió analizar y reflexionar acerca de la práctica pedagógica investigativa de profundización, que desarrollan los estudiantes adscritos al programa de Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemáticas, Humanidades y Lengua Castellana, ya que dentro de este se logra la articulación con diferentes instituciones educativas las cuales permiten hacer realidad esta formación, en este sentido se logra evidenciar en el Colegio San Mateo en Ciclo III, que al realizar los diagnósticos en el área de geometría los estudiantes no articulaban la enseñanza de esta área con la parte aplicable o experimental.

Por ende, al momento de brindar una orientación pedagógica, debemos tener claridad en la argumentación y explicación que se va a realizar, en este sentido la investigación logró su desarrollo metódico a partir de la herramienta virtual Geogebra 5.0, manejando un lenguaje matemático apropiado, el cual permite no generar en los estudiantes obstáculos didácticos para el aprendizaje de la geometría fractal. No se puede avanzar en la explicación de la matemática formalizada, sin tener las bases para la comprensión.

Por otra parte, se logró analizar que los estudiantes son mucho más receptivos cuando están intrínsecamente analizando y argumentando desde sus saberes previos, haciendo que su aprendizaje se vincule más al espacio de enseñanza. También se evidenció que, al utilizar diferentes herramientas virtuales, al momento de orientar la clase de geometría y geometría fractal, coexiste un trabajo entre los participantes, haciendo esto que todos estén en constante aprendizaje del manejo y uso adecuado de la herramienta virtual. De igual forma se observó cómo desde la matemática formal lograron comprender diferentes explicaciones y argumentaciones del porqué se están presentando las diferentes variaciones en los valores iniciales de la Súper Fórmula, por ende, la representación gráfica de sus fotografías del medio natural.

Por último, cabe resaltar la participación y sustentación del proyecto en los distintos espacios brindados por el Colegio San Mateo, en los cuales participaron docentes, estudiantes y administrativos, generando una reflexión colectiva en pro de la enseñanza de la educación matemática y la geometría, por ello la práctica pedagógica debe orientarse desde la apropiación de las áreas de saber y brindar nuevos escenarios de aprendizaje.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Brousseau, G. (2000). Educación y didáctica de las matemáticas. *Educación Matemática*, 12 (1), 5-38. Recuperado de: <http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/Vol12/1/03Brousseau.pdf>
- Braña, J. (2003). *Introducción a la geometría fractal*. Buenos Aires, Argentina.
- Colegio de Educación Formal Flexible San Mateo. (2018). *Proyecto Educativo Institucional (PEI)*. Tunja, Colombia.
- Camargo, Leonor, & Acosta, Martín. (2012). La geometría, su enseñanza y su aprendizaje. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED*, (32), 4-8. Retrieved November 22, 2019. http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0121-38142012000200001&lng=en&tlng=es
- Caraballo Colmenares, Rosana, (2007), "La andragogía en la Educación Superior", en *Investigación y postgrado*, Caracas, Universidad Pedagógica Experimental Libertador, vol. 22, núm. 2, pp. 187-206. <https://www.redalyc.org/pdf/658/65822208.pdf>
- Corbeta, P. (2010). Metodología y técnicas de investigación cualitativa. Recuperado de: <https://diversidadlocal.files.wordpress.com/2012/09/metodologiac3ada-y-tc3a9cnicas-de-investigac3b3n-social-pierrgiorgio-corbeta.pdf>

- D'Amore, B. (2008). *Matemática en todo: recorridos matemáticos inusuales y curiosos*. Editorial Magisterio. Bogotá.
- Decreto 3011. *El cual se establecen normas para el ofrecimiento de la educación de adultos y se dictan otras disposiciones*. Colombia. 190 de diciembre de 1997.
- Díaz, L. (2011). *La observación*, México, DF. Departamento de publicaciones de la Facultad de Psicología de la UNAM. Recuperado de: http://www.psicologia.unam.mx/documentos/pdf/publicaciones/La_observacion_Lidia_Diaz_Sanjuan_Texto_Apoyo_Didactico_Metodo_Clinico_3_Sem.pdf
- Jiménez-Espinosa, A., & Sánchez-Bareño, D. (2019). La práctica pedagógica desde las situaciones a-didácticas en matemáticas. *REVISTA DE INVESTIGACIÓN, DESARROLLO E INNOVACIÓN*, 9(2), 333-346. <https://doi.org/10.19053/20278306.v9.n2.2019.9179>
- Resolución N° 2690. *Licencia de funcionamiento Colegio San Mateo*. Tunja, Colombia. 2001.
- Sandoval, C. (2002) *Investigación Cualitativa. Programa de especialización en teoría, métodos y técnicas de investigación social*. Bogotá, Colombia. ARFO.