



Explorando la Secuencia de Fibonacci: Naturaleza, Propiedades y Aplicaciones



MONICA ALEJANDRA VELASCO SEGURA ^A

CÓMO CITAR

velasco segura, monica alejandra.
(2024). Explorando la Secuencia
de Fibonacci: Nature, Properties
and Applications. Revista Habitus:
Semilleros de investigación,
4(7). [https://doi.org/10.19053/
uptc.22158391.18090](https://doi.org/10.19053/uptc.22158391.18090)

RESUMEN: Esta investigación formativa (Gómez, 2004) considera la secuencia de Fibonacci desde una perspectiva científica y matemática. El objetivo del estudio es comprender cómo esta secuencia de números, caracterizada por la suma de los dos términos anteriores para obtener el siguiente término, aparece en los fenómenos naturales y las estructuras matemáticas. En esta investigación formativa (Gómez, 2004) se dan aportes hacia la respuesta de la pregunta ¿Cómo se reflejan los números de Fibonacci en el mundo natural y cómo pueden entenderse a través del ente de las matemáticas? Dando un resultado donde muestra que los números de Fibonacci están presentes en las hojas de las plantas, la estructura de las conchas de los moluscos y los patrones de crecimiento de las flores. Además, se destacan las relaciones ocultas matemáticas donde se explican estas observaciones. Este estudio revela la estrecha relación entre los números de Fibonacci y la ciencia el cual destaca su papel fundamental en la comprensión de la estructura y el orden del mundo natural.

PALABRAS CLAVE: Secuencia de Fibonacci, Fenómenos naturales, Estructuras matemáticas, Orden del mundo natural.

RECIBIDO: 03/03/2021 • **EVALUADO:** 15/03/2021

APROBADO: 11/05/2021 • **PUBLICADO:** 03/07/2021



Autor para correspondencia.
monica.velasco01@uptc.edu.co

^A Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia (Colombia).
<https://orcid.org/0009-0006-4465-9335>

HOW TO CITE

velasco segura, monica alejandra.
(2024). Exploring the Fibonacci
Sequence: Nature, Properties and
Applications. Revista Habitus:
Semilleros de investigación,
4(7). [https://doi.org/10.19053/
uptc.22158391.18090](https://doi.org/10.19053/uptc.22158391.18090)

Exploring the Fibonacci Sequence: Nature, Properties and Applications

ABSTRACT: This formative research (Gómez, 2004) considers the Fibonacci sequence from a scientific and mathematical perspective. The objective of the study is to understand how this sequence of numbers, characterized by the addition of the two previous terms to obtain the next term, appears in natural phenomena and mathematical structures. This formative research contributes to the answer to the question: How are Fibonacci numbers reflected in the natural world and how can they be understood through the entity of mathematics? The result shows that Fibonacci numbers are present in the leaves of plants, the structure of mollusk shells and the growth patterns of flowers. In addition, it highlights the hidden mathematical relationships that explain these observations. This study reveals the close relationship between Fibonacci numbers and science which highlights their fundamental role in understanding the structure and order of the natural world.

KEYWORDS: Fibonacci Sequence, Natural phenomena, Mathematical structures, Order of the natural world.

Explorando a sequência de Fibonacci: natureza, propriedades e aplicações

ABSTRACT: Esta pesquisa formativa (Gómez, 2004) considera a sequência de Fibonacci a partir de uma perspectiva científica e matemática. O objetivo do estudo é entender como essa sequência de números, caracterizada pela adição dos dois termos anteriores para obter o termo seguinte, aparece em fenômenos naturais e estruturas matemáticas. Nessa pesquisa formativa (Gómez, 2004), são dadas contribuições para responder à pergunta: Como os números de Fibonacci se refletem no mundo natural e como podem ser compreendidos por meio da entidade da matemática? O resultado mostra que os números de Fibonacci estão presentes nas folhas das plantas, na estrutura das conchas dos moluscos e nos padrões de crescimento das flores. Além disso, ele destaca as relações matemáticas ocultas que explicam essas observações. Esse estudo revela a estreita relação entre os números de Fibonacci e a ciência, destacando seu papel fundamental na compreensão da estrutura e da ordem do mundo natural.

KEYWORDS: Sequência de Fibonacci, Fenômenos naturais, Estruturas matemáticas, Ordem do mundo natural.

Introducción

La secuencia de Fibonacci es una de las secuencias matemáticas más fascinantes y que ha encantado la mente humana durante siglos (Paull Cull, 2005). Esta secuencia, que lleva el nombre del matemático italiano del siglo XIII Leonardo de Pisa, conocido como Fibonacci, donde la sucesión se puede definir recursivamente mediante la fórmula $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ donde $F_0 = 0$ y $F_1 = 1$ son las condiciones iniciales (Guy, 1996).

Esta definición aparentemente simple ha dado lugar no sólo a una amplia variedad de propiedades matemáticas, sino también a su sorprendente presencia en la naturaleza y numerosas aplicaciones en campos científicos (González et al., 2010). El interés en la secuencia de Fibonacci reside no sólo en su estructura matemática sino también en su frecuente aparición en la naturaleza, desde la disposición de las hojas de las plantas hasta las espirales de las galaxias (Benjamin, 1997), los patrones basados en la secuencia de Fibonacci se pueden encontrar en todas partes de la naturaleza, desde lo más mínimo hasta lo más grande, este fenómeno ha dado lugar a un vasto campo de investigación formativa (Gómez, 2004) conocido como "los números en la naturaleza" (Guy, 1996). En este campo de investigación formativa (Gómez, 2004), los investigadores estudian cómo los principios matemáticos subyacentes, incluida la secuencia de Fibonacci, influyen en la estructura y el comportamiento de los organismos vivos y los fenómenos naturales (Vásquez, 2024).

En el campo de las matemáticas puras, la secuencia de Fibonacci ha sido objeto de extensas investigaciones, revelando propiedades interesantes y conexiones con otros aspectos de las matemáticas, como la teoría de números, la geometría y el álgebra (Vorobev, 1988). La relación con la proporción áurea, también denotada como Phi (ϕ), fascina tanto a matemáticos como a artistas, y sirve como base para la estética (N, 2021a). En las ciencias naturales, se utiliza para modelar el crecimiento de la población, la dispersión de semillas de plantas e incluso para describir fenómenos físicos como la propagación de ondas (Benjamin, 1997). Se usa en matemáticas aplicadas, especialmente en teoría de la información, criptografía e informática.



El propósito de este estudio es examinar la secuencia de Fibonacci en detalle, desde sus orígenes históricos hasta sus aplicaciones modernas en las ciencias naturales y las matemáticas, analizando sus propiedades matemáticas, presencia en la naturaleza y relevancia para diversos campos matemáticos (Guy, 1996).

Además, se analizan las posibilidades de investigación formativa (Gómez, 2004) futura en este campo y se destacan las oportunidades para avanzar en el conocimiento y aplicar la secuencia de Fibonacci en la resolución de problemas del mundo real (González et al., 2010). En conclusión, este estudio proporciona una descripción general completa de la secuencia de Fibonacci y tiene como objetivo mejorar nuestra comprensión de este fenómeno matemático y su impacto en el mundo que nos rodea en un contexto interdisciplinario. (Vorobev, 1988).

Metodología

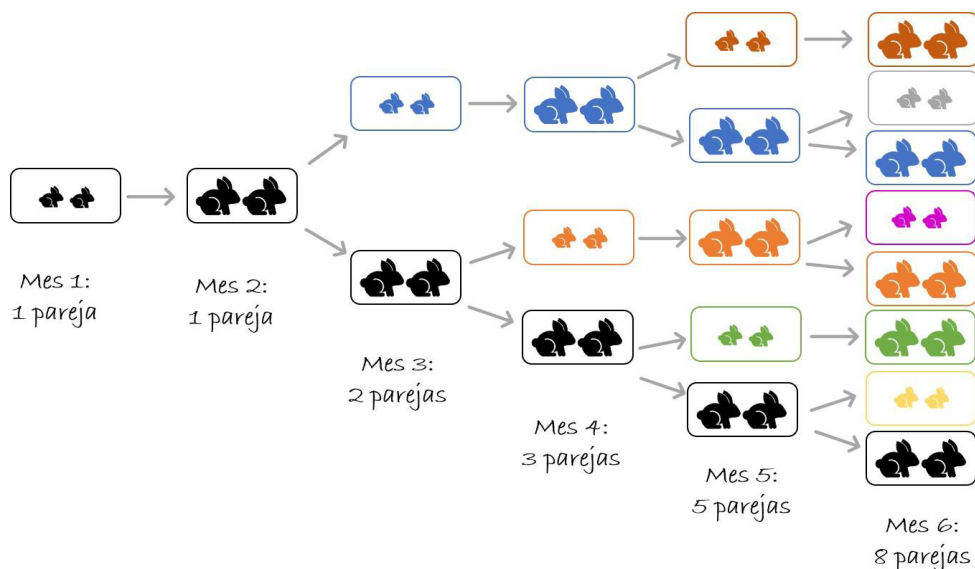
Empezamos por investigar a fondo todo lo que se ha escrito sobre la secuencia de Fibonacci; se tiene que el número áureo ha sido descubierto y redescubierto muchas veces, y por eso que tiene tantos nombres como lo son: número de oro, razón extrema y media, razón áurea, razón dorada, media áurea, proporción áurea y divina proporción (Ghose, 2023).

Tomando la sucesión de Fibonacci que fue introducida por el matemático italiano Leonardo de Pisa (1170-1240), a quien se le conocía como Fibonacci, esto es, hijo de Bonaccio, en su libro "Liber Abaci" (1202, El libro del Ábaco) (González et al., 2010), como solución a uno de los problemas de ingenio que se planteaban en el mismo, donde nos dice:

"Consideremos una familia de conejos con la característica de que tardan un mes en ser fértiles. Cuando han alcanzado la fertilidad, cada pareja se aparea teniendo al mes siguiente (cada hembra) una pareja de crías (un macho y una hembra) que de nuevo tardaran en ser fértiles un mes y entonces se aparearon. ¿Cuántas parejas de conejos habrá al cabo de un tiempo dado, por ejemplo, un año?" (Merzbach et al., 1968, pp. 94-95), ilustrándolo obtenemos:

Figura 1:

Modelo de reproducción de conejos como lo propuso Fibonacci



Nota: Tomado de La sucesión de Fibonacci y sus propiedades, por Basanta, 2020, Los ojos del júcar.

Como podemos ver en la Figura 1, vemos que en el tercer mes tenemos dos pares donde es la suma exacta de los pares que existieron en los dos meses anteriores. Entonces, en el mes 4 hay 3 pares, que es la suma de los pares de los últimos 2 meses, y así sucesivamente.

La sucesión de Fibonacci se define recursivamente de la siguiente manera:

$F_0 = 0$, $F_1 = 1$, $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ para el n -ésimo término de Fibonacci. (Devlin, 2011).

Esta definición produce una secuencia infinita de números, de los cuales se obtienen sumando



los dos números anteriores como se vio en la figura 1, empezando con F_0 y F_1 :

$$0 + 1 = 1$$

$$1 + 1 = 2$$

$$1 + 2 = 3$$

$$2 + 3 = 5$$

$$3 + 5 = 8$$

$$5 + 8 = 13$$

Así obtenemos la sucesión: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, . . ., (Devlin, 2011). Estos números, conocidos como los números de Fibonacci, tienen varias propiedades interesantes y se encuentran en una amplia gama de contextos en matemáticas y la naturaleza (Mohiuddin, 2015).

Algunas de las propiedades que presenta dicha sucesión es:

Crecimiento exponencial: A medida que n aumenta, los números de Fibonacci aumentan exponencialmente. Se tiene que la tasa de crecimiento entre dos períodos consecutivos tiende a ser un número áureo (φ), que es aproximadamente 1,618 (González et al., 2010).

Proporción áurea: La proporción entre dos términos consecutivos en la secuencia de Fibonacci tiende a ser el número áureo (φ), que representa la solución positiva de la ecuación (Falce, 2017)

$$\varphi^2 = \varphi + 1 \quad (1)$$

Simetría par-impar: Los números de Fibonacci tienen simetría par-impar, lo que significa que los términos del índice pares son pares y los términos del índice impares son impares. Resultando que estos términos se puedan dividir de modo que cada tercer número de Fibonacci sea divisible por 2 y cada cuarto número de Fibonacci sea divisible por 3 (Devlin, 2011)

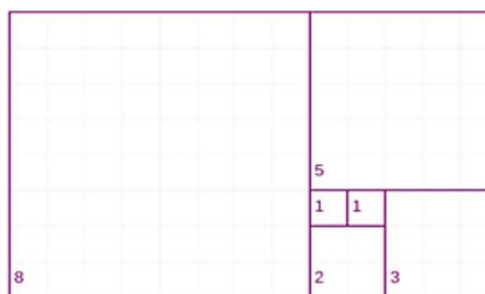
■ **Identidades únicas:** Hay varias identidades únicas relacionadas con los números de Fibonacci, como las identidades de Cassini y Pell, que expresan relaciones interesantes entre los términos de la secuencia (González et al., 2010).

Cuando la secuencia de Fibonacci se organiza de cierta manera, crea un patrón en espiral especial, el cual lo podemos construir de la siguiente manera:

Cuadro 1

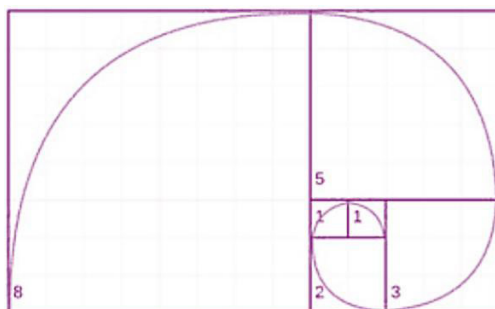
Estructura para la construir la espiral aurea

1. Los cuadrados se dibujan según la secuencia de Fibonacci, como se ve en la imagen de la derecha. Se debe utilizar papel cuadriculado para que la espiral quede perfecta. Primero se dibujan los cuadrados de 1x1 y luego se agregan más cuadrados según la secuencia de números (Minarova, 2014).



Cuadro 2

Construcción de la espiral aurea



2. El siguiente paso es dibujar curvas en cada cuadrado, creando una forma similar a una espiral. En cada cuadrado se dibuja un cuarto de círculo. Esta espiral se puede expandir agregando más cuadrados según la secuencia de Fibonacci (Minarova, 2014).



La espiral de Fibonacci es una buena aproximación de una forma que se presenta en muchos lugares de la naturaleza, como lo son en las flores, árboles, en las conchas de los caracoles (Prusinkiewicz, 1990). Sin embargo, esta espiral no se considera como una “Espirale de Verdad” en el aspecto matemático, ya que está compuesta de segmento fragmentados de un círculo y no reduce su tamaño (Thompson, 2024). La espiral crea una línea desde el centro de la espiral y va aumentando en un factor de la proporción áurea (Phi) $\phi = 1,6180$ en cada cuadrado (N, 2021a).

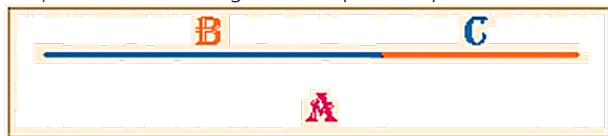
¿Qué es el número ϕ ?

El número ϕ es aproximadamente igual a 1,618033988749895..., según la fórmula anterior, y al igual que el número π , es un número irracional y tiene propiedades matemáticas inusuales (C,

2018). La proporción determinada por ϕ era conocida por los griegos como la sección áurea por los artistas del Renacimiento como la “proporción divina” (Arrieta et al, 2022). Tanto π como ϕ están definidos por estructuras geométricas; π indica con qué frecuencia el diámetro se ajusta a la circunferencia, y ϕ es la proporción del segmento de línea obtenida cuando la proporción del segmento de línea **(A)** entre la longitud del segmento de línea se divide de la siguiente manera: **(B)** es igual a la relación entre la longitud del segmento de línea **(B)** y la longitud del segmento de línea **(C)**, como se muestra en la “Figura 2.”

Figura 2

Proporción de los segmentos que cumplen con $A/B = B/C$.



Nota: Esto significa que A es 1,6180 . . . veces B, y B es 1,6180 . . . veces C. Tomado de The Fibonacci sequence: Its history, significance, and manifestations in nature, por Lehmann., 2018, Prometheus Books.

Además, tenemos que el número áureo es la raíz positiva del polinomio (1), porque como estamos interesados es en una proporción positiva entre dos segmentos de una línea; si tomamos la raíz negativa esto no tendría ningún sentido ni en matemáticas ni en la naturaleza.

Veamos algunas razones, del porqué tomamos la raíz positiva:

Significado geométrico: En geometría, la proporción áurea describe la relación entre dos segmentos de una línea dividida de manera específica. Esta relación debe ser positiva para que tenga sentido geométrico. Tomar la raíz positiva de 5 garantiza que obtengamos un valor positivo para ϕ .

Aplicaciones prácticas: El número áureo se utiliza en diversas aplicaciones prácticas, como el diseño arquitectónico, la composición artística y la estructura de la naturaleza. En estas aplicaciones, es fundamental que la proporción resultante sea positiva para que tenga el efecto deseado en la percepción estética y la armonía visual.

- **Coherencia con la definición:** La definición del número áureo como $\phi = (1 + \sqrt{5})/2$

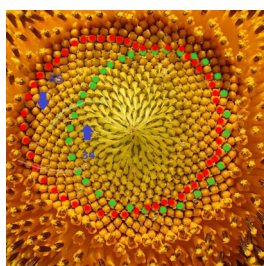
de su relación con la proporción áurea. Esta definición es coherente con el significado y la aplicación de la proporción áurea.

Hay ejemplos por todas partes de la naturaleza, desde la disposición de las hojas de las plantas hasta las espirales de los caracoles, como se muestra a continuación:

Disposición de las hojas en las plantas: Muchas plantas exhiben una disposición de hojas que sigue patrones basados en la sucesión de Fibonacci. Por ejemplo, en las plantas de girasol, las semillas están dispuestas en espirales que siguen la secuencia de Fibonacci. Lo mismo ocurre con las hojas en muchas plantas, donde las hojas nuevas suelen crecer en ángulos que siguen esta secuencia matemática (Omotehinwa, 2013).

Figura 3

Sucesión de Fibonacci en la semilla de un girasol



Estructura de las piñas y las conchas marinas: Las piñas y las conchas marinas también muestran patrones basados en Fibonacci. Las escamas en



la piña y las espirales en la concha están dispuestas siguiendo la secuencia de Fibonacci, lo que proporciona una eficiencia en el espacio y un crecimiento estructural óptimo (Omotehinwa, 2013).

Figura 4

Sucesión de Fibonacci en una concha y en una piña

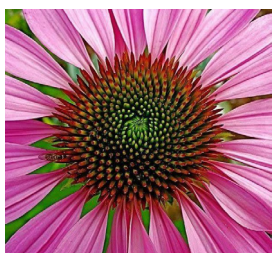


Nota: Tomado de La secuencia de Fibonacci, por N, 2021b, Éditions Dervy.

Forma de las flores: Muchas flores exhiben un número específico de pétalos que sigue la secuencia de Fibonacci. Por ejemplo, las margaritas a menudo tienen 34, 55 o 89 pétalos, números que están relacionados con la sucesión de Fibonacci (Omotehinwa, 2013). Tenemos que los girasoles y la mayoría de las flores tienen dos conjuntos de espirales que van en direcciones opuestas (Livio, 2003), algunas de estas flores son muy específicas y siempre tienen un número de Fibonacci de pétalos, mientras que otras no son tan precisas con el número, pero aún así promedian un número de Fibonacci (Loeb, 1974). En tales casos, es más probable que se haya producido un subdesarrollo y que la flor tenga uno o dos pétalos menos de lo que debería (Livio, 2003).

Figura 5

Sucesión de Fibonacci presente en una flor



Estructura de las ramas de los árboles: Las ramas de los árboles también pueden seguir

patrones basados en Fibonacci. A medida que una rama se bifurca en dos, las nuevas ramas suelen tener longitudes que están en proporciones basadas en la secuencia de Fibonacci (Huntley, <.

Figura 6

Sucesión de Fibonacci presente en los árboles



Nota: Tomado de The divine proportion: A study in mathematical beauty, por Huntley, 1970, Dover Publications.

Por consiguiente, recopilaremos y analizaremos ejemplos específicos para comprender mejor cómo estos patrones matemáticos afectan la vida natural (Minarova, 2014).

Resultados

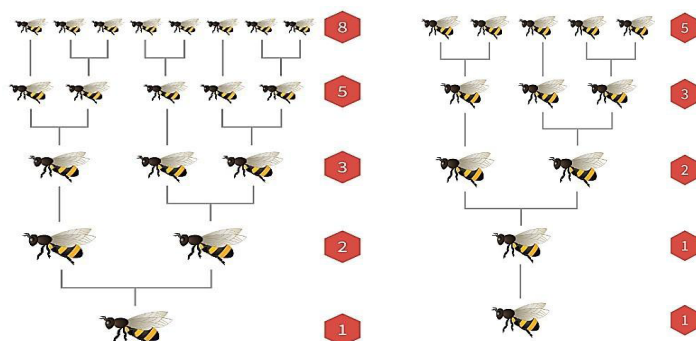
Conociendo la sucesión de Fibonacci podemos ver que la sucesión de Fibonacci se encontraron algunas aplicaciones parciales dentro de la naturaleza:

1. La relación entre la cantidad de abejas macho y abejas hembra en un panal. Un estudio histórico-matemático realizado en 2014, sugiere que los números de Fibonacci derivan de la cultura intelectual y comercial de Bejaia, ciudad que se dedicaba a la apicultura, es decir que más que el modelo de reproducción de los conejos fue la reproducción de las abejas lo que le llevó a darse cuenta de esta sucesión de números (Basanta, 2020)



Figura 7

Sucesión de Fibonacci en abeja Hembra y Macho

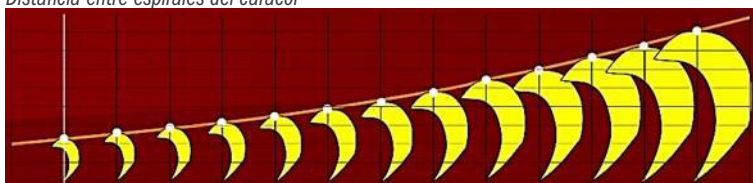


Nota: Tomado de *The golden ratio: The story of phi, the world's most astonishing number*, por Livio, 2003, Broadway Books.

2. La relación entre la distancia entre las espiras del interior de cualquier caracol.

Figura 8

Distancia entre espirales del caracol



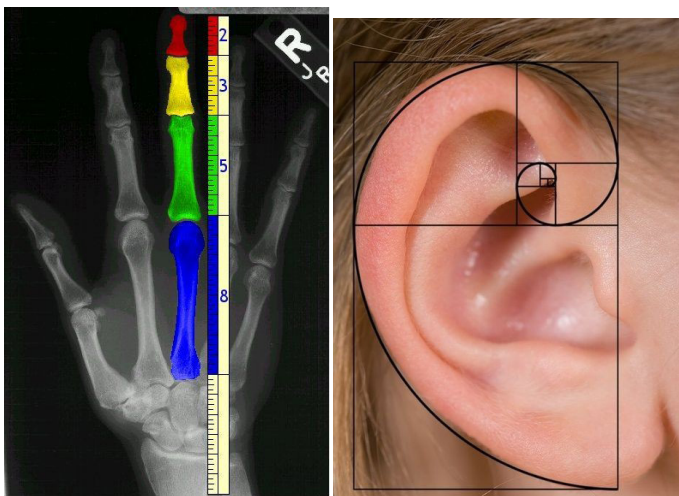
Nota: Tomado de *A new approach for modeling Fibonacci sequence*, por M. Aslam Noor, 2015, *Mathematical Problems in Engineering*.

3. La anatomía de los humanos se basa en una relación ϕ exacta, esto corresponde a:

- a) La distancia del primer hueso de los dedos (metacarpiario) y la primera falange, o entre la primera y la segunda, o entre la segunda y la tercera, en todos los casos el cociente es ϕ .

Figura 9

Espiral áurea en la mano y oreja del humano



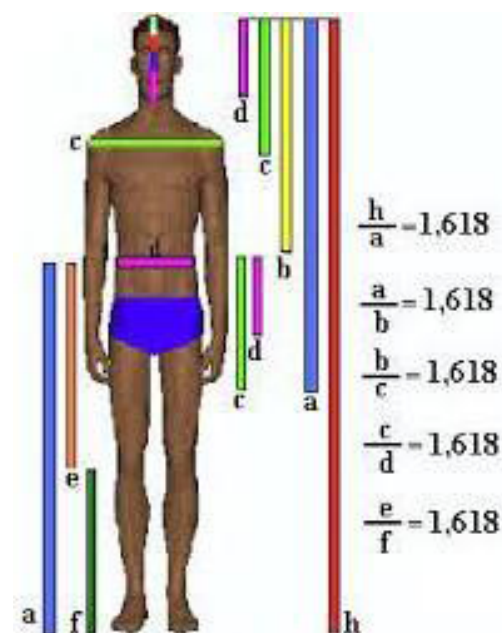
Nota: Tomado de *Fibonacci numbers and the golden ratio*, por Benjamin, 1997, *The College Mathematics Journal*.

- b) La relación entre la altura del humano y la altura de su ombligo.
- c) La distancia del hombro a los dedos y la distancia del codo a los dedos.
- d) La distancia entre la altura de la cadera y la altura de la rodilla.
- e) La relación entre el diámetro de la boca y el de la nariz.
- f) El diámetro externo de los ojos y la línea interpupilar.
- f) Cuando la tráquea se divide en sus bronquios, si se mide el diámetro de los bronquios por el de la tráquea se obtiene ϕ .



Figura 10

Medidas áureas en el cuerpo humano



Nota: Tomado de *Fibonacci numbers*, por Vorobev, 1983, Probus Publishing Co.

Está comprobado que a mayor cantidad de estas relaciones en el cuerpo y en el rostro hacen que la mayoría de las personas reconozcan a esos individuos como lindos, bellos y proporcionados.

Conclusiones

El principal aporte es ver la relación entre la aparición de los números de Fibonacci en la naturaleza y la proporción áurea. Las investigaciones han revelado la presencia de numerosos números de Fibonacci en plantas, frutas, flores, manos humanas, etc. (Vorobev, 1988), los cuales se dio un estudio. También se sabe que los números de Fibonacci pueden generarse matemáticamente mediante la relación de recursividad $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ con condiciones iniciales $f_0 = 0$ y $f_1 = 1$ para $n \geq 2$.

La relación entre los números de Fibonacci y la proporción áurea es un fenómeno fascinante que cautiva la imaginación de científicos y artistas por igual. Mientras exploramos las manifestaciones de esta relación en la

naturaleza, desde las espirales de las conchas marinas hasta los pétalos de las flores, nos sorprende la ubicuidad de estas misteriosas figuras. Sin embargo, a pesar de numerosos estudios, el misterio persiste. ¿Por qué este orden y relación particulares aparecen de manera tan consistente en la estructura de la realidad?

Los científicos y matemáticos han teorizado sobre las posibles razones detrás de este orden aparentemente universal. Se cree que la naturaleza adoptó estas estructuras matemáticas como estrategias fundamentales en su búsqueda de la máxima eficiencia y el uso óptimo de los recursos. Desde la disposición de las semillas de girasol hasta la distribución de las ramas de los árboles, la presencia de los números de Fibonacci parece reflejar soluciones sofisticadas a los desafíos del crecimiento y desarrollo biológico.

Sin embargo, a pesar de estas explicaciones, persiste una atmósfera de misterio y asombro.

¿Cómo es posible que las matemáticas, un lenguaje abstracto y humano, encuentren una resonancia tan profunda en los patrones naturales? Este rompecabezas profundiza nuestra comprensión de la relación entre las leyes matemáticas y los procesos naturales, además de animarnos a contemplar la belleza y la naturaleza armoniosa del universo.

Los descubrimientos relacionados con los números de Fibonacci y la proporción áurea trascienden los límites del campo matemático y demuestran elocuentemente los límites entre la ciencia, el arte y la percepción estética. Después de todo, nos recuerdan que, en un mundo dominado por patrones y relaciones matemáticas, la belleza y la simplicidad se pueden encontrar incluso en los rincones más inesperados de la naturaleza. Como tal, el legado de Fibonacci sigue siendo un faro de inspiración y un recordatorio de las infinitas maravillas que aguardan nuestra exploración en el vasto universo matemático.

En geometría (Devlin, 2011), la proporción áurea es la longitud de un pentágono regular multiplicada por la de su lado, por lo que suele encontrarse en figuras con simetría pentagonal. También se puede ver en el Rectángulo Áureo, que es un rectángulo con la Proporción Áurea.

La proporción áurea se usa a menudo en arquitectura, como el rectángulo áureo, porque muchas personas lo encuentran hermoso. La proporción áurea también se utiliza a menudo en forma de formas en el arte como la pintura. Su lienzo puede ser un rectángulo dorado o su pintura puede incluir un dodecaedro con bordes que exhiban la proporción áurea.



En la naturaleza, la proporción áurea se encuentra en patrones como la disposición en espiral de las hojas y otras plantas. La proporción áurea también está estrechamente relacionada con la secuencia de Fibonacci, una secuencia numérica especial que ha sido ampliamente estudiada por los matemáticos. El límite de la proporción de términos consecutivos en la secuencia de Fibonacci es la proporción áurea. Por tanto, cuanto más grandes sean los términos sucesivos, más se acercarán a la proporción áurea.

REFERENCIAS

- Arrieta, Alejandra, Machacón, Dallana, Calderón, Leandra, Vásquez, Santiago. (2022). *Sucesión de Fibonacci en la botánica y la zoología*. (Tesis Doctoral no publicada). Universidad de Córdoba.
- Basanta, Elisa Aragón. (2020). La sucesión de Fibonacci y sus propiedades. *Los ojos del júcar*. C, T. (2018). El origen poético de los números de Fibonacci. *Cultura científica*.
- Benjamin, Arthur. (1997). Fibonacci numbers and the golden ratio. *The College Mathematics Journal*.
- Devlin, Keith (2011). *The man of numbers: Fibonacci's arithmetic revolution*. Walker and Company.
- Falce, M. J. (2017). La maravillosa sucesión de Fibonacci.
- Gómez, Bernardo Restrepo. (2004). Formación investigativa e investigación formativa: Acepciones y operacionalización de esta última y contraste con la investigación científica en sentido estricto. *Murdoch University*.
- González Zacarías, Clio, Palomino Ovando, Martha A., & Cicoletzi, Gregorio H. (2010). Los números de Fibonacci en la naturaleza y los sistemas nanoestructurados artificiales. *Mundo nano. Revista interdisciplinaria en nanociencias y nanotecnología*.
- Ghose, Tia. (2023). What is the Fibonacci sequence? Live Science.
- Guy, Richard K., Conway, John H. (1996). The book of numbers. Springer Science
- Huntley, H. E. (1970). *The divine proportion: A study in mathematical beauty*. New York, NY: Dover Publications.
- Lehmann, I., Posamentier, A. S. (2018). *The Fibonacci sequence: Its history, significance, and manifestations in nature*. Prometheus Books.
- Livio, Mario. (2003). *The golden ratio: The story of phi, the world's most astonishing number*. New York, NY: Broadway Books.
- Loeb, A. L. (1974). The Fibonacci sequence, spirals and the golden mean. *Mathematical Association of America*.
- M. Aslam Noor, Mohiuddin. (2015). A new approach for modeling Fibonacci sequence. *Mathematical Problems in Engineering*.
- Merzbach, Uta C., Boyer, Carl B. (1968). *A history of mathematics*. John Wiley & Sons, Inc.
- Minarova, N. (2014). The Fibonacci sequence: Nature 's little secret. *De gruyter*. N, d. (2021a). Fibonacci, el matemático que se puso a contar conejos y descubrió la secuencia divina. *BBC News Mundo*.
- N, d. (2021b). La secuencia de fibonacci. Éditions Dervy.
- Omotehinwa, Temidayo Oluwatosin. (2013). Fibonacci numbers and golden ratio in mathematics and science. *International Journal of Computer and Information Technology*.
- Paull Cull, R. R., Mary Flahive. (2005). *Difference equations from rabbits to chaos*. Springer New York.
- Prusinkiewicz, P. (1990). The algorithmic beauty of plants. New York, NY: Springer-Verlag.
- Thompson, O. (2024). Nature and math: The fibonacci sequence in nature. Johnson Museum.
- Vásquez, O. (2024). La serie de fibonacci: Un viaje a través de la naturaleza, la matemática y la historia. *Investing*.
- Vorobev, N. N. (1983). *Fibonacci numbers*. Probus Publishing Co.
- Vorobev, N. N. (1988). Fibonacci numbers and their applications. *Mathematics Magazine*.